УДК 532.61.096

Обратная краевая задача о двухслойной тепловой конвекции в трёхмерном слое

© **Андреев Виктор Константинович**
доктор физико-математических наук,
ученое звание профессор,
главный научный сотрудник
Институт вычислительного моделирования
Россия, 660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50/44
andr@icm.krasn.ru

© **Лемешкова Елена Николаевна**
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник
Институт вычислительного моделирования
Россия, 660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50/44
elena_cher@icm.krasn.ru

Благодарности
Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ № 20-01-00234.

Рассматривается задача о трёхмерном стационарном течении двух несмешивающихся жидкостей в слое $|x| < \infty$, $|y| < \infty$, $-l_1 < z < l_2$ с твёрдыми параллельными стенками $z = -l_1$ и $z = l_2$. На нижней твердой стенке $z = -l_1$ поддерживается заданное распределение температуры, а верхняя стенка $z = l_2$ теплоизолирована. Температура в жидкостях квадратично зависит от горизонтальных координат $T_j(x, y, z) = a_j(z)x^2 + c_j(z)y^2 + \theta_j(z)$ так что при $a_1(-l_1) > 0$ и $c_1(-l_1) > 0$ температура в точке $x = 0, y = 0$ имеет минимальное значение, а при $a_1(-l_1) < 0$ и $c_1(-l_1) < 0$ — максимальное. Поле скоростей имеет специальный вид $u_j(x, z) = (f_j(z) + h_j(z))x, v_j(y, z) = (f_j(z) - h_j(z))y, w_j(z) = -2\int\limits_{z_0}^{z} f_j(\xi)\, d\xi$, где $u_j(x, z)$, $v_j(y, z)$, $w_j(z)$ — проекции векторов скоростей на оси x, y, z, соответственно [1]. Возникающая сопряжённая задача для модели Обербека-Буссинеска является нелинейной, обратной и сведена к системе десяти интегро-дифференциальных уравнений. На внутренней границе раздела задается условие баланса энергии, учитывающее изменение внутренней энергии межфазной поверхности (ВЭМП). В работе [2] для оценки влияния этого эффекта на возникающие течения изучена модельная линейная задача, в которой единственным нелинейным членом является слагаемое в условии баланса энергии на границе раздела. Как показано ранее [3], учёт расхода энергии на деформацию поверхности может оказать существенное влияние на характеристики течений жидкостей с малыми вязкостями или в условиях микроконвекции. Необходимо отметить, что механизм формирования напряжений Марангони через приращение внутренней энергии межфазной поверхности не требует притока в систему извне энергии в тепловой или химической форме. Нелинейная задача решена тау-методом, где в качестве базисных функций выбирались смещённые полиномы Лежандра. Расчёты тестовых задач показали, что именно они обеспечивают высокую точность при

небольшом их числе. Найдено два различных решения нелинейной задачи, а в случае, когда влияние ВЭМП отсутствует - одно. Установлено, что найденные решения с уменьшением числа Марангони стремятся к решениям модельной задачи о ползущем течении. Для каждого из решений построены характерные структуры поля скоростей и температур.

Ключевые слова: точное решение, сопряжённая задача, обратная задача, краевые условия, тау-метод, полиномы Лежандра, метод Ньютона, поверхность раздела, тепловая конвекция, уравнения Обербека-Буссинеска.

Литература

1. Andreev V.K.,Gaponenko Yu.A., Goncharova O.N., Pukhnachev V.V. Mathematical Models of Convection. Berlin, Boston: De Gruyter, 2020.

2. Andreev V.K. On a creeping 3D convective motion of fluids with an isothermal interface. Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2020. V. 13, № 6. P. 661-669.

3. Torres F.E., Helborzheimer E. Temperature gradients and drag effects produced by convection of interfacial internal energy around bubbles. Phys. Fluids A. 1993. V. 5. I. 3. P. 537-549.