УДК 517.95

Краевые задачи для соболевского уравнения четного порядка смешанного типа

© **Федоров Валерий Евстафьевич**
кандидат физико-математических наук,
ученое звание доцент,
ведущий научный сотрудник
Научно-исследовательский институт математики, Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова
Россия, 677000, Якутск, ул. Белинского, 58
vefedorov58@mail.ru

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках Государственного задания на 2020-2022 гг. (проект № FSRG-2020-0006).

Многие реальные физические процессы описываются неклассическими уравнениями математической физики (см., например, [1]). При этом в математических моделях возникают в том числе и граничные условия интегрального вида. Поэтому исследование корректности подобных краевых задач представляет определенный научный интерес. Доклад посвящен исследованию разрешимости двух краевых задач для одного класса уравнений четного порядка соболевского типа. Пусть Ω - ограниченная область в R^n с гладкой границей S. Обозначим $Q = \Omega \times (0,T)$, $S_T = S \times (0,T)$, $T = const > 0$, $\Omega_t = \Omega \times \{t\}$, $0 \leq t \leq T$.

В цилиндрической области Q рассматривается уравнение

$$Lu \equiv \sum_{i=1}^{2s} k_i(x,t) D_t^i u - (\alpha \frac{\partial}{\partial t} + \beta)\Delta u + c(x)u = f(x,t), \tag{1}$$

где α, β – положительные числа, $s \geq 1$ – натуральное число. Функция $k_{2s}(x,t)$ внутри цилиндра Q может менять знак произвольным образом. При $s = 1$ частные случаи уравнения (1) рассматривались в работах [2, 3].

Краевая задача I. Найти в области Q решение уравнения (1), такое, что

$$u|_{S_T} = 0, \tag{2}$$

$$u|_{t=0} = 0, \tag{3}$$

$$D_t^i u|_{t=0} = 0, \quad i = \overline{1, s-1}; \;\; D_t^s u|_{\overline{\Omega}_0^+} = 0; \tag{4}$$

$$D_t^j u|_{t=T} = 0, \quad j = \overline{s+1, 2s-1}; \;\; D_t^s u|_{\overline{\Omega}_T^-} = 0.$$

Краевая задача II. Найти в области Q решение уравнения (1), такое, что выполнены краевые условия (2), (4), а также

$$u(x,0) = \int_0^T N(\tau) u(x,\tau) d\tau. \tag{5}$$

При определенных условиях на коэффициенты и правую часть уравнения регулярная разрешимость краевой задачи (1)–(4) доказывается методом Галеркина в сочетании с методом регуляризации. Краевая задача (1), (2), (4), (5) путем замены искомой функции сводится к задаче с краевыми условиями (2)-(4), но для интегро-дифференциального уравнения. Разрешимость этой вспомогательной задачи в классе регулярных решений доказывается методом последовательных приближений, причем в качестве начального приближения выбирается решение задачи (1)–(4). Для всех краевых задач доказаны оценки погрешности приближенных решений относительно точных решений.

Ключевые слова: краевые задачи, уравнения соболевского типа, уравнения смешанного типа, интегро-дифференциальное уравнение, регулярное решение, метод Галеркина, регуляризация, приближенное решение, неравенство, оценка.

Литература

1. Кузьмин А. Г. Неклассические уравнения смешанного типа и их приложения к газодинамике. Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1990.

2. Egorov I. E. Vragov's boundary value problem for an implicit equation of mixed type // Journal of Physics. 2017. V. 894. 012028.

3. Кожанов А. И., Дюжева А. В. Разрешимость нелокальной задачи с интегральными условиями для дифференциальных уравнений соболевского типа третьего порядка // Мат. заметки СВФУ. 2020. Т. 27, №4. С. 30–42.