投影定理
（資料來源：龍騰教師手冊）

投影定理：

在$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=c$，$\overline{BC}=a$，$\overline{CA}=b$，則

$$a=b\cos C+c\cos B$$
$$b=c\cos A+a\cos C$$
$$c=a\cos B+b\cos A$$

證明：

（方法一）

證明　$c=a\cos B+b\cos A$．

根據餘弦定理$\begin{cases} a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \\ b^2=c^2+a^2-2ca\cos B, \end{cases}$

兩式相加，得

$a^2+b^2=b^2+c^2+c^2+a^2-2bc\cos A-2ca\cos B$，

即$0=2c^2-2c\left(a\cos B+b\cos A\right)$，

故得$c=a\cos B+b\cos A$．

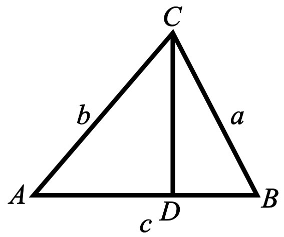
同理可得$a=b\cos C+c\cos B$，$b=c\cos A+a\cos C$

（方法二）

證明　$c=a\cos B+b\cos A$．

依$\angle B$為銳角、鈍角及直角情形加以討論：

(1) $\angle B$為銳角，如圖所示．

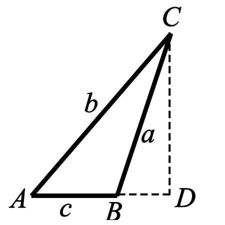


因為$\overline{BD}=a\cos B$且$\overline{AD}=b\cos A$，

且$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$，

所以$c=a\cos B+b\cos A$．

(2) $\angle B$為鈍角，如圖所示．



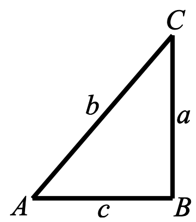
$\overline{AD}=b\cos A$．

$\overline{BD}=a\cos\angle CBD=a\cos\left(180^\circ-\angle ABC\right)=-a\cos B$．

因為$\overline{AB}=\overline{AD}-\overline{BD}=b\cos A-\left(-a\cos B\right)$，

所以$c=a\cos B+b\cos A$．

(3) $\angle B$為直角，如圖所示．



此時$\cos B=0$．

因為$\overline{AB}=b\cos A=b\cos A+0=a\cos B+b\cos A$，

所以$c=a\cos B+b\cos A$．

同理可證$a=b\cos C+c\cos B$，$b=c\cos A+a\cos C$