

Квантовые вычисления

Игорь Мамай

mamay.igor@gmail.com

<https://github.com/BigBabay>

Особенности квантовых вычислений

Особенности квантовых вычислений

- Это математика

Особенности квантовых вычислений

- Это математика
- Для них не подходят классические алгоритмы

Особенности квантовых вычислений

- Это математика
- Для них не подходят классические алгоритмы
- Они эффективны на специфичных задачах

Возможности

Возможности

- Снизить степень в полиномиальной сложности

Возможности

- Снизить степень в полиномиальной сложности
- Перейти от экспоненциальной к полиномиальной сложности

Возможности

- Снизить степень в полиномиальной сложности
- Перейти от экспоненциальной к полиномиальной сложности
- Создать новые алгоритмы

Задача Дойча – Джоза

Задача Дойча – Джоза

$$f : \{0, 1\}^n \mapsto \{0, 1\}$$

Задача Дойча – Джоза

$$f : \{0, 1\}^n \mapsto \{0, 1\}$$

$$f : \left| \right.$$

Задача Дойча – Джоза

$$f : \{0, 1\}^n \mapsto \{0, 1\}$$

$$f : \left| \begin{array}{l} \text{const} \end{array} \right.$$

Задача Дойча – Джоза

$$f : \{0, 1\}^n \mapsto \{0, 1\}$$

$$f : \left| \begin{array}{l} \textit{const} \\ |x : f(x) = 0| == |x : f(x) = 1| \end{array} \right.$$

Задача Дойча – Джоза

$$f : \{0, 1\}^n \mapsto \{0, 1\}$$

$$f : \left| \begin{array}{l} \text{const} \\ |x : f(x) = 0| == |x : f(x) = 1| \end{array} \right.$$

$$f - \text{const?}$$

Классическое решение задачи Дойча – Джоза

Классическое решение задачи Дойча – Джоза

Перебор

$$f(0) == f(1) == \dots == f(2^{n-1} + 1)$$

Классическое решение задачи Дойча – Джоза

Перебор

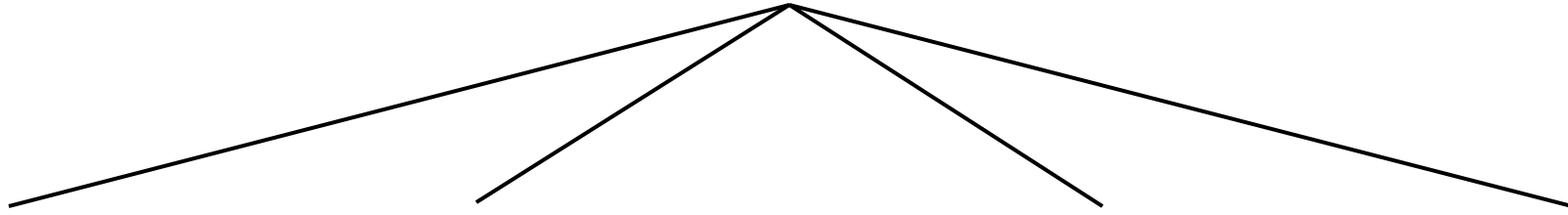
$$f(0) == f(1) == \dots == f(2^{n-1} + 1)$$

Сложность

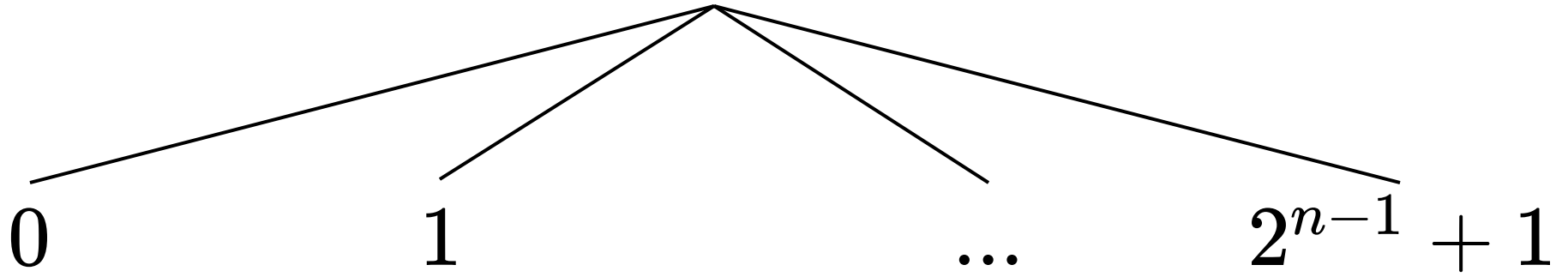
$$O(2^n)$$

Классическое решение задача Дойча – Джоза

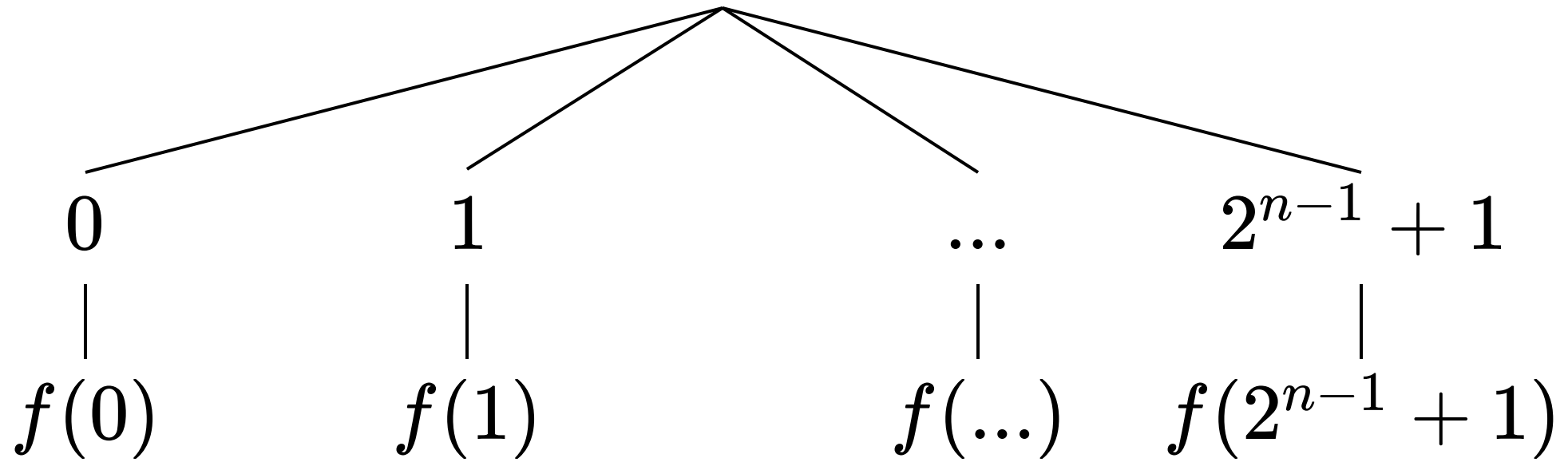
Классическое решение задача Дойча – Джоза



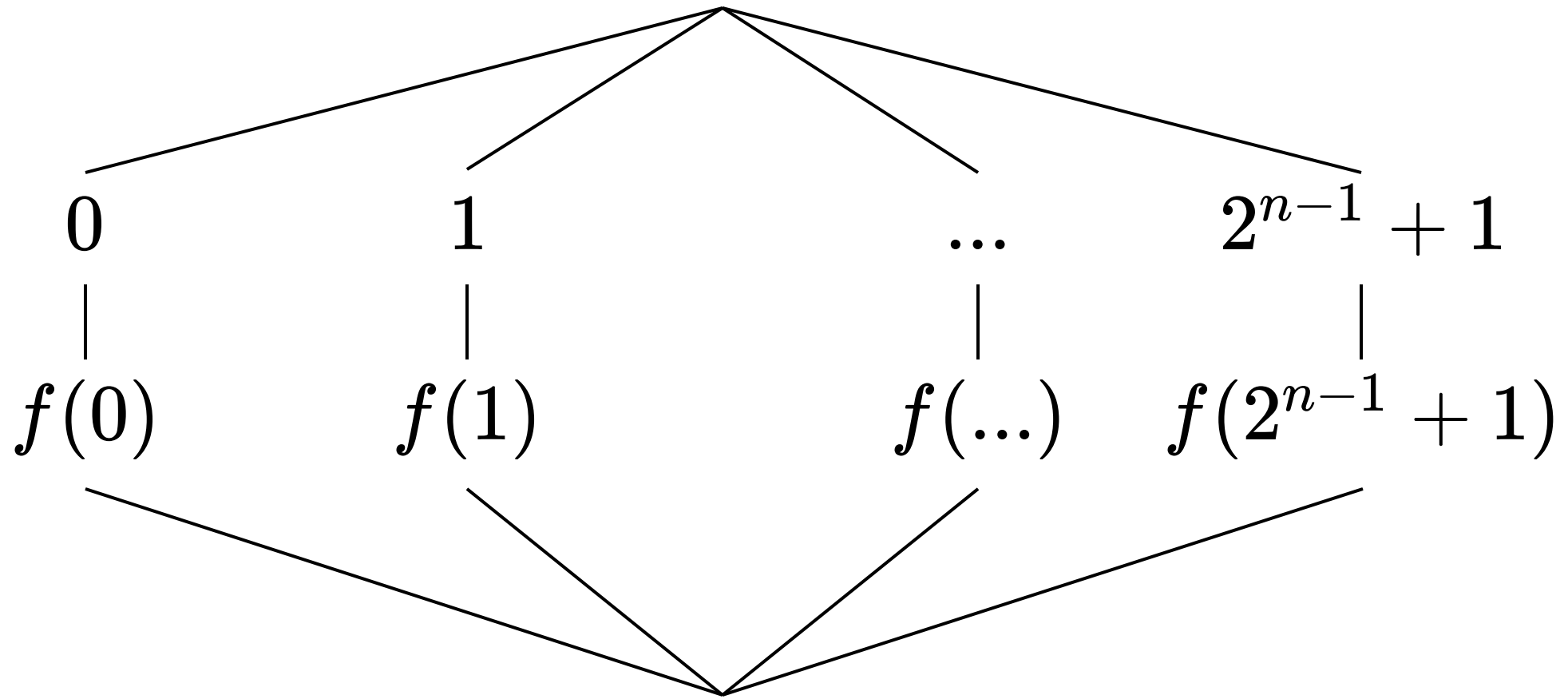
Классическое решение задача Дойча – Джоза



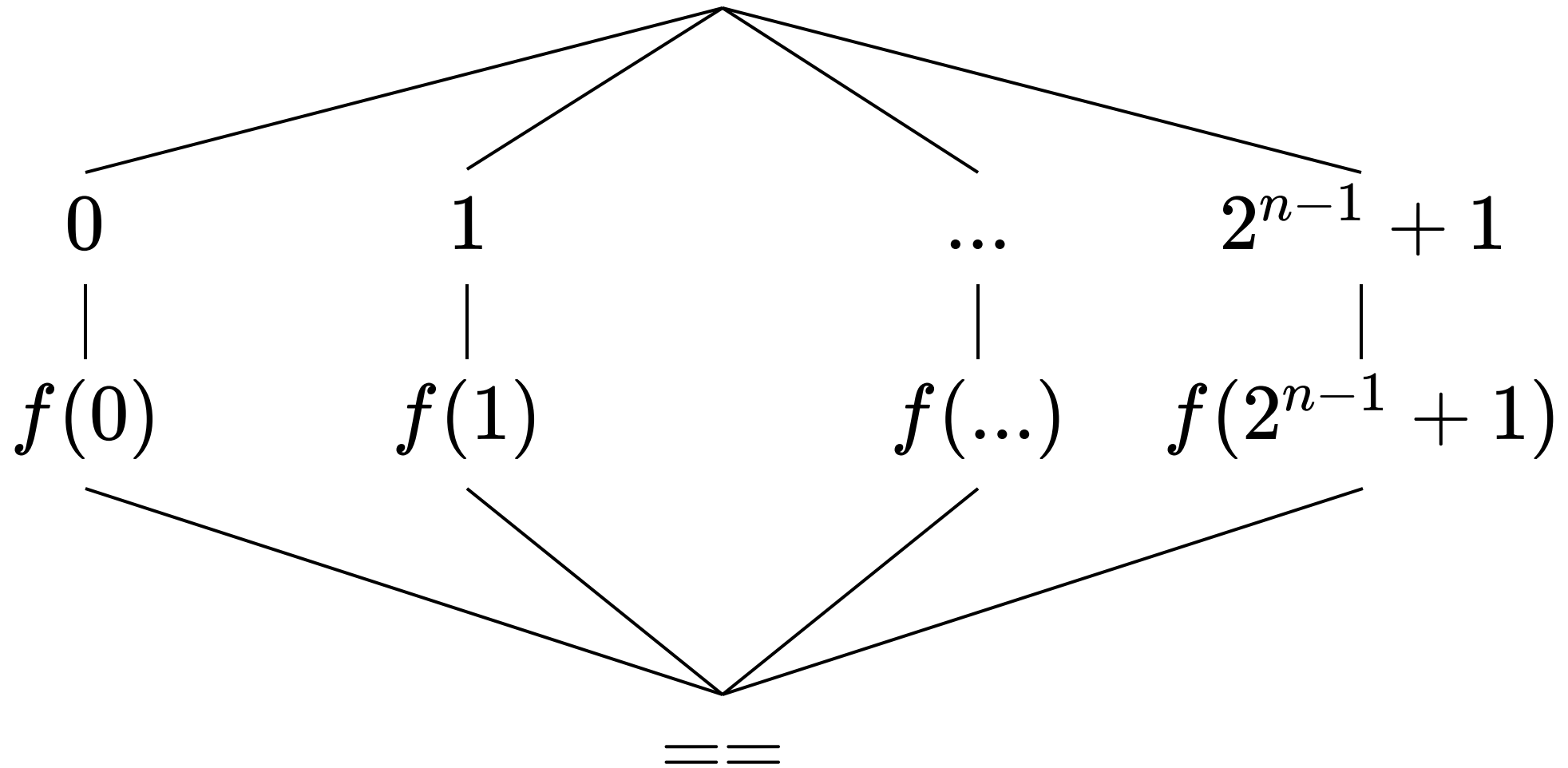
Классическое решение задача Дойча – Джоза



Классическое решение задача Дойча – Джоза



Классическое решение задача Дойча – Джоза



Если функция "умная", умеет отвечать на
вопросы

Если функция "умная", умеет отвечать на
вопросы

$f(x) - ?$, если $x = 5$

Если функция "умная", умеет отвечать на вопросы

$f(x) = ?$, если $x = 5$, тогда $f(x) = 1$

Если функция "умная", умеет отвечать на вопросы

$f(x) = ?$, если $x = 5$, тогда $f(x) = 1$

$f(x) = ?$, если $x = 2$ или 3

Если функция "умная", умеет отвечать на вопросы

$f(x) = ?$, если $x = 5$, тогда $f(x) = 1$

$f(x) = ?$, если $x = 2$ или 3 , тогда $f(x) = 0$ или 1

Если функция "умная", умеет отвечать на вопросы

$f(x) = ?$, если $x = 5$, тогда $f(x) = 1$

$f(x) = ?$, если $x = 2$ или 3 , тогда $f(x) = 0$ или 1

$f(x) = ?$, если $x = 1$ или 7

Если функция "умная", умеет отвечать на вопросы

$f(x) = ?$, если $x = 5$, тогда $f(x) = 1$

$f(x) = ?$, если $x = 2$ или 3 , тогда $f(x) = 0$ или 1

$f(x) = ?$, если $x = 1$ или 7 , тогда $f(x) = 0$

Отличие квантовых вычислений от классических императивных вычислений

- Переменная содержит несколько вероятностных значений
- Можно узнать значение переменной и тогда оно будет одно

С чего начать?

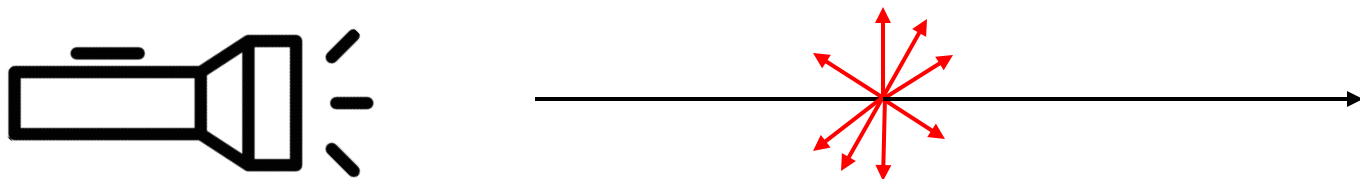
С чего начать?

С физики!

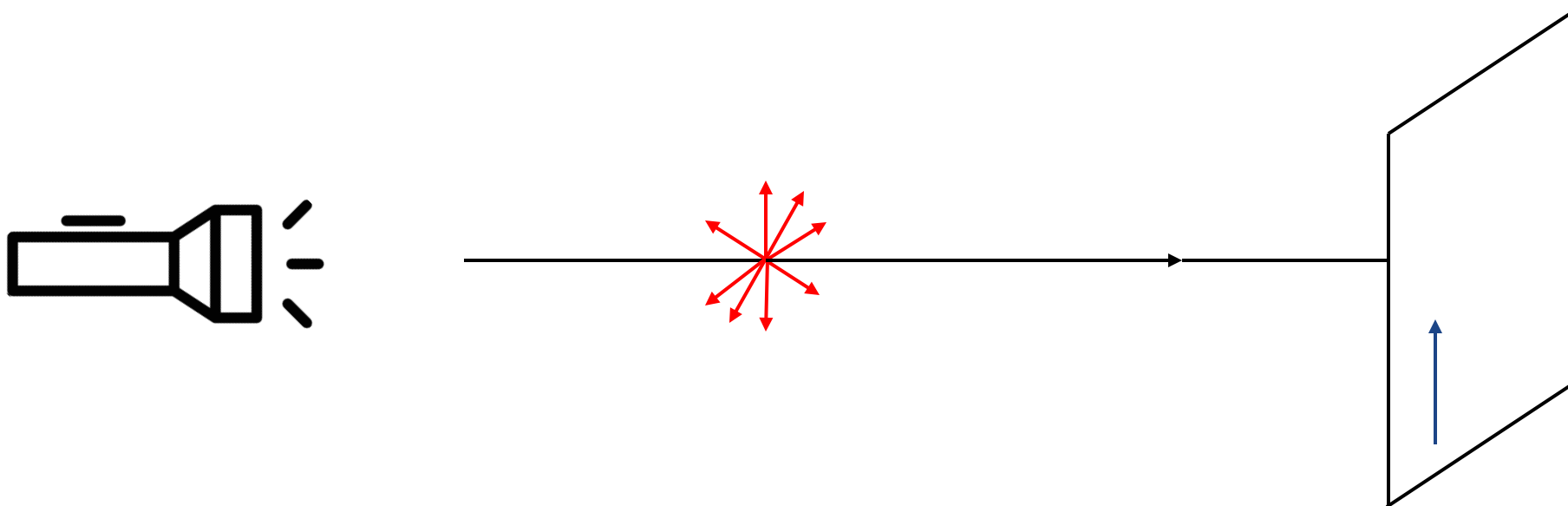
Поляризованный свет



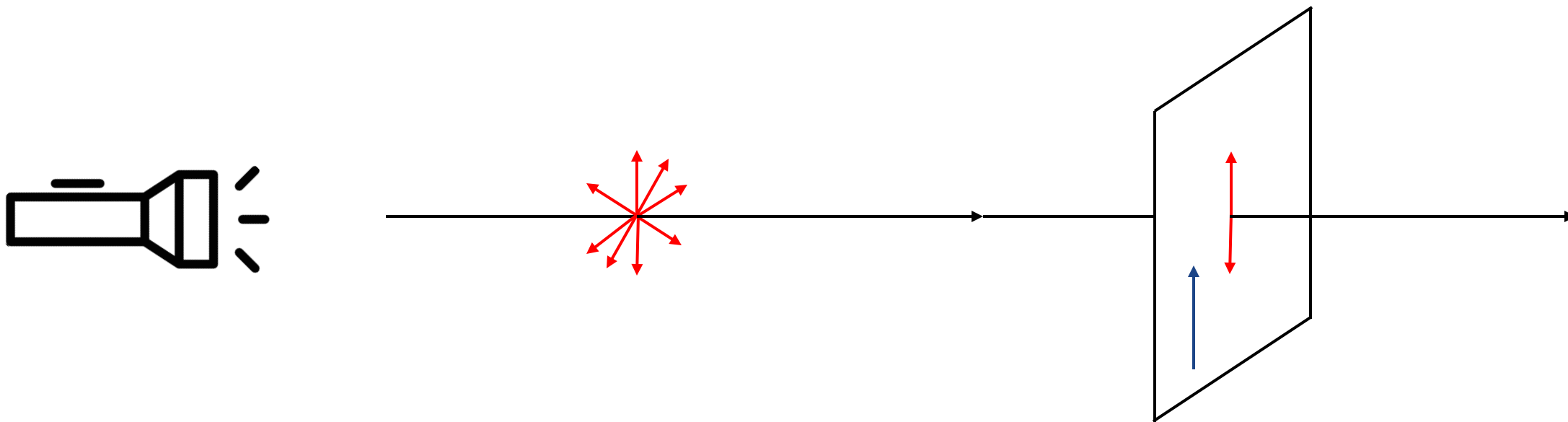
Поляризованный свет



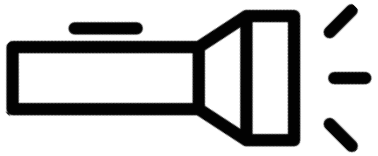
Поляризованный свет



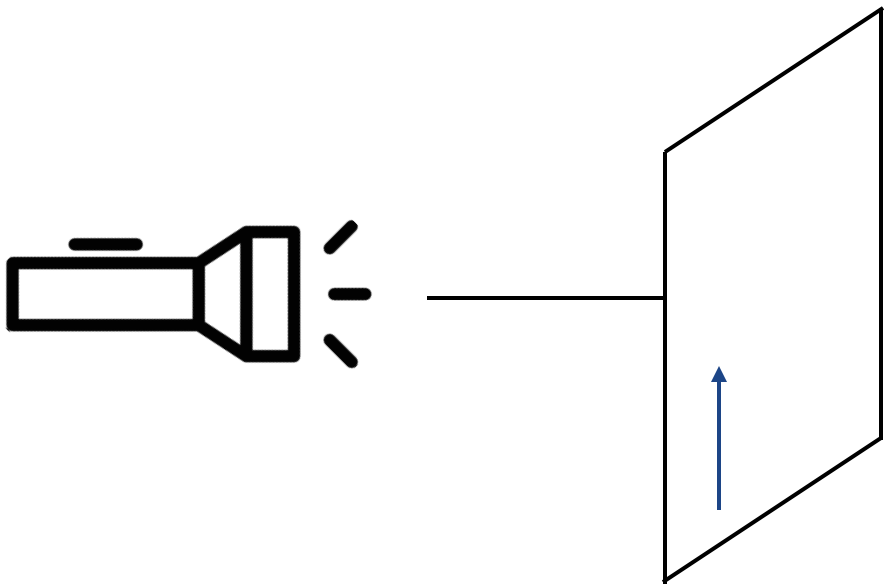
Поляризованный свет



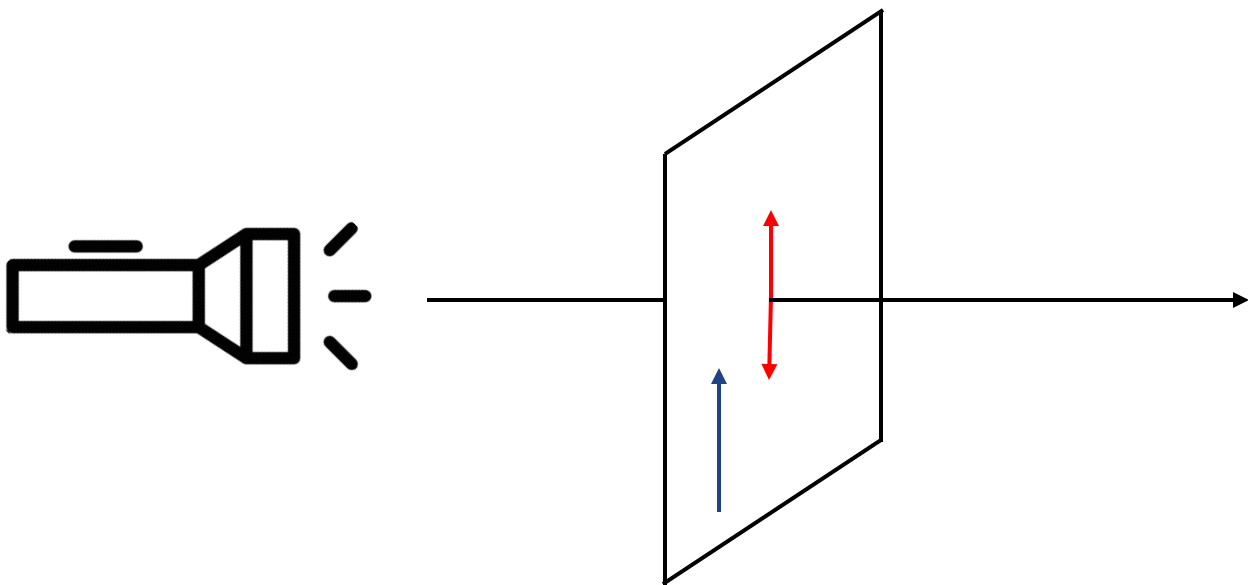
Поляризованный свет



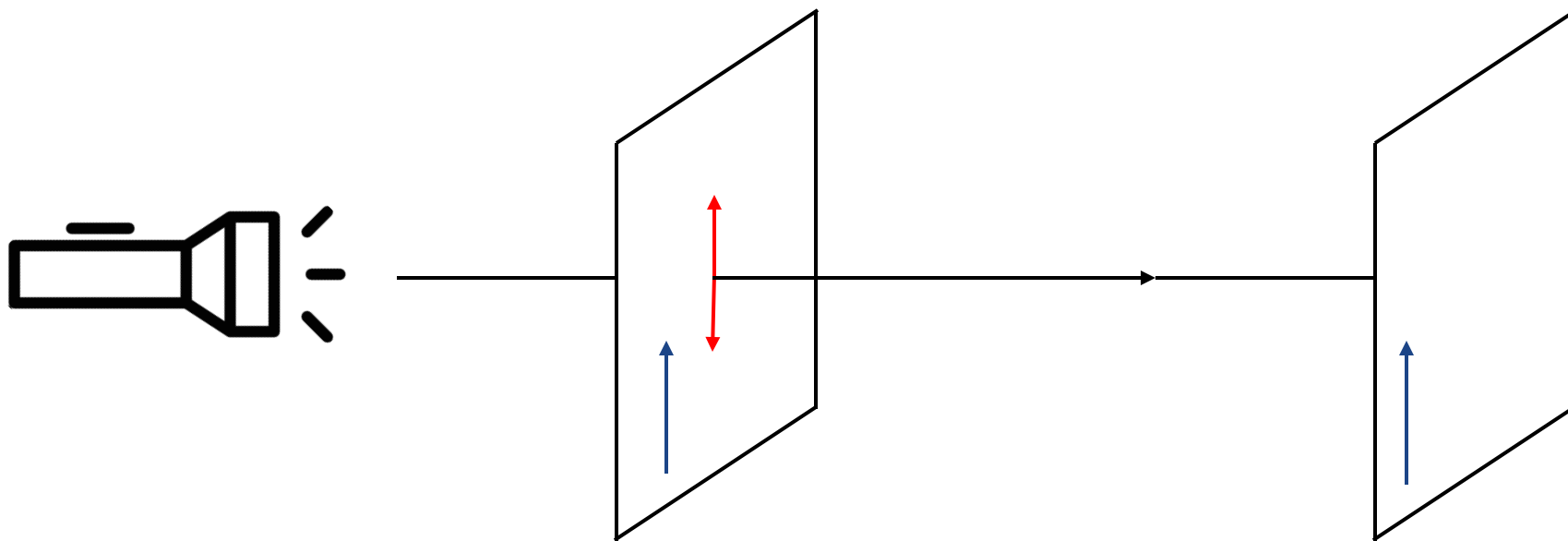
Поляризованный свет



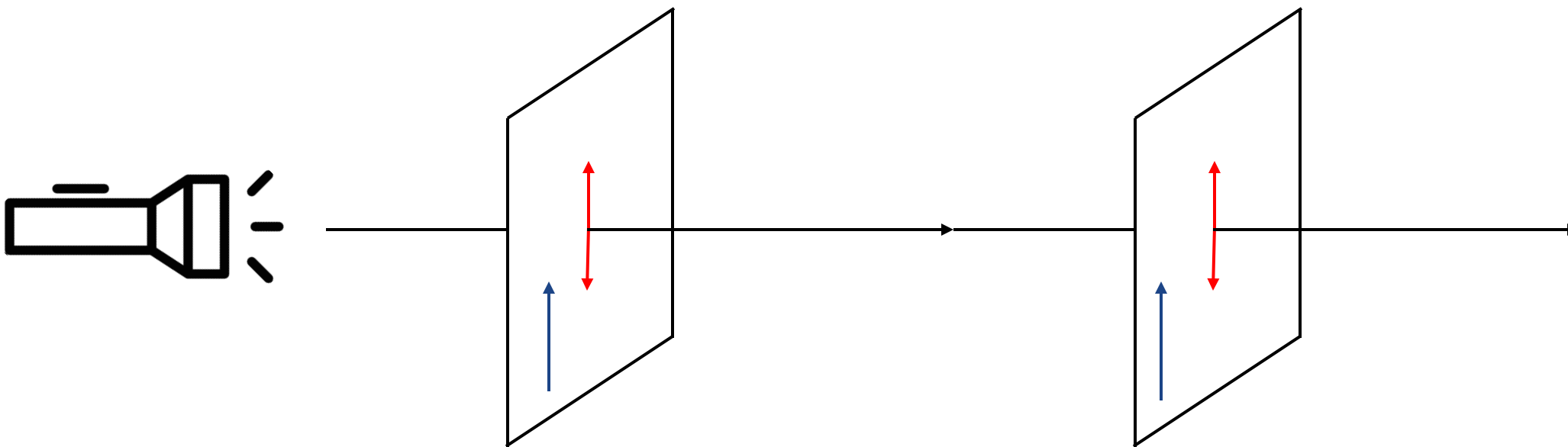
Поляризованный свет



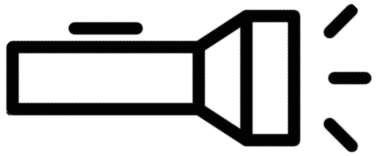
Поляризованный свет



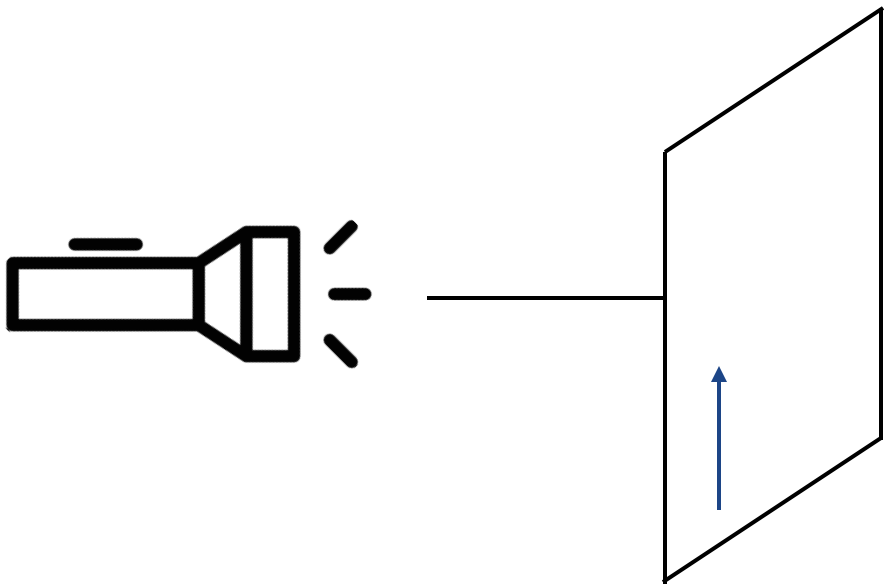
Поляризованный свет



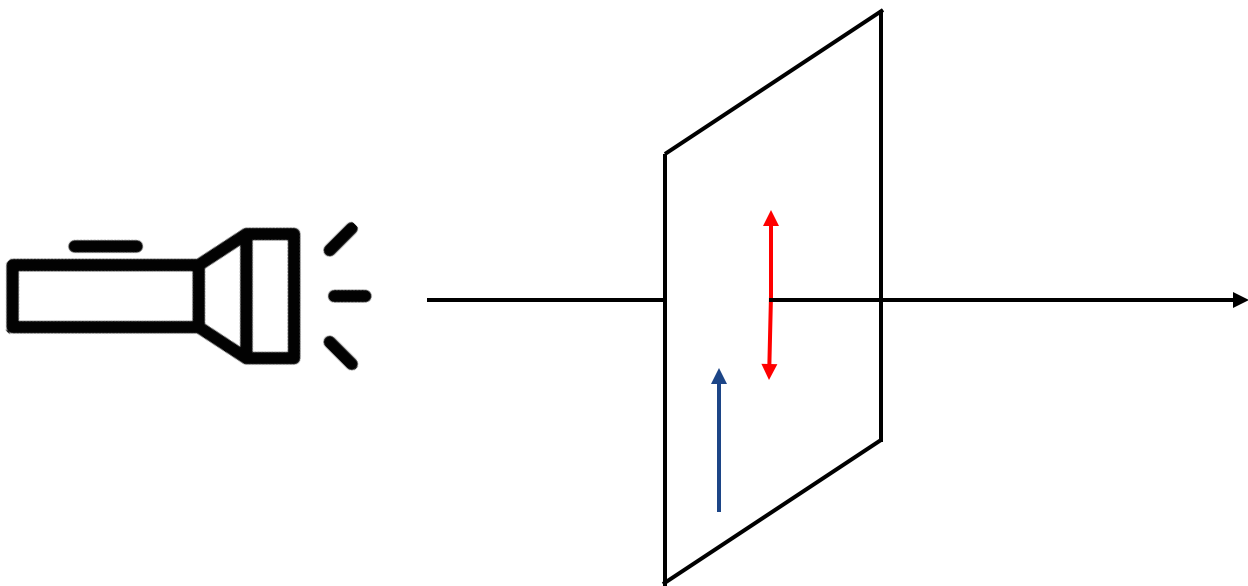
Поляризованный свет



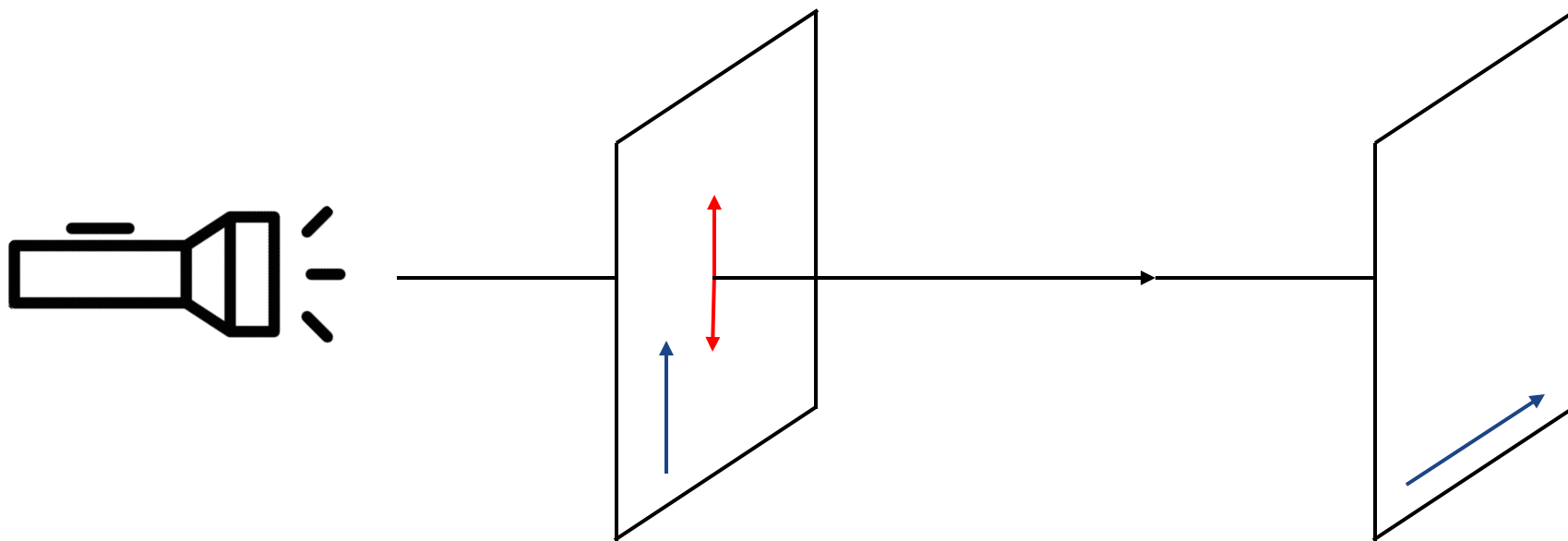
Поляризованный свет



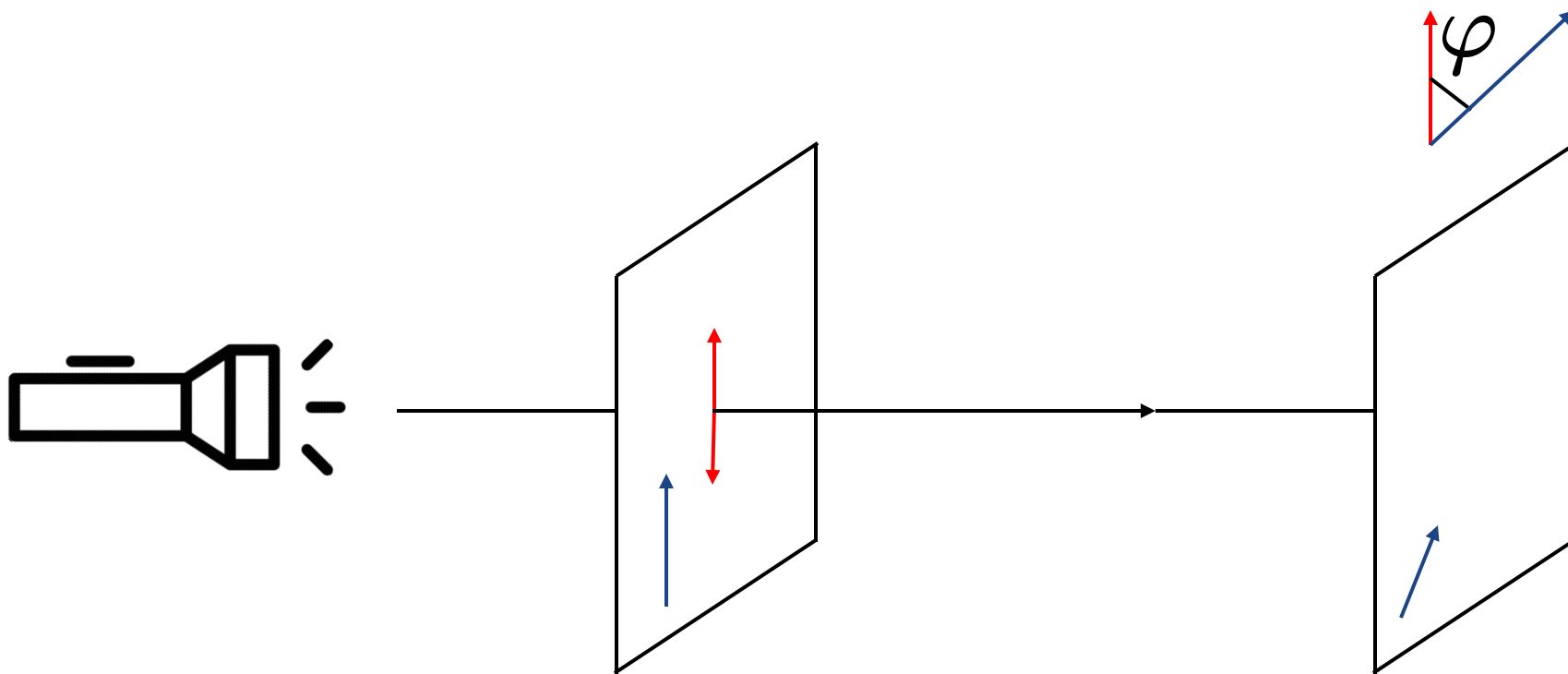
Поляризованный свет



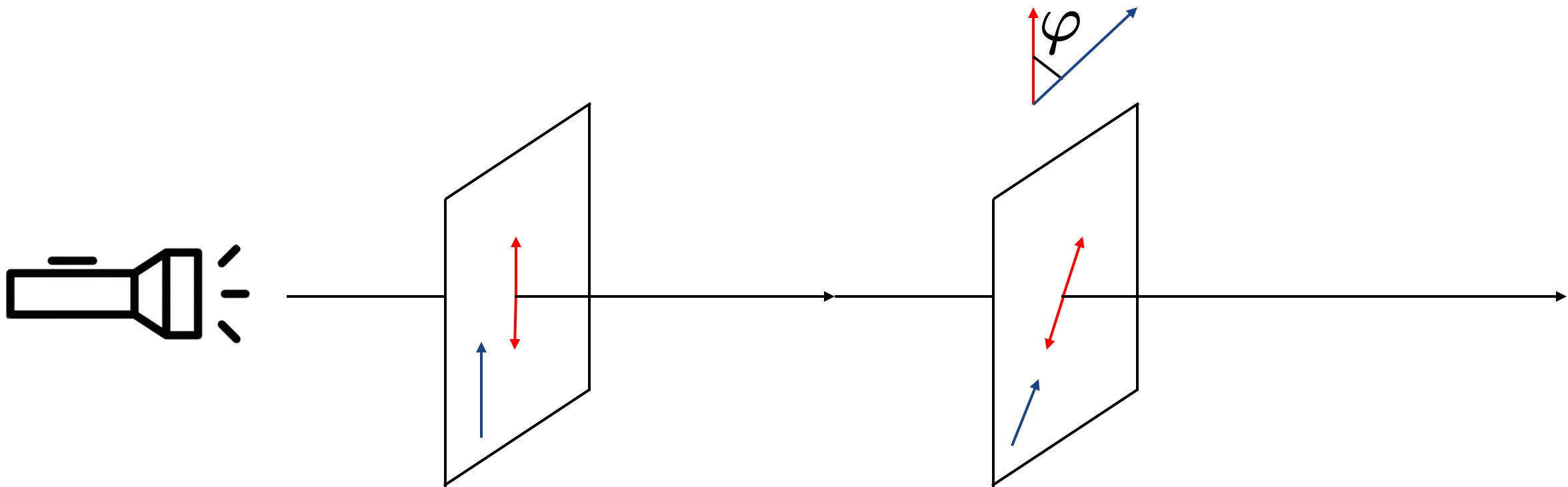
Поляризованный свет



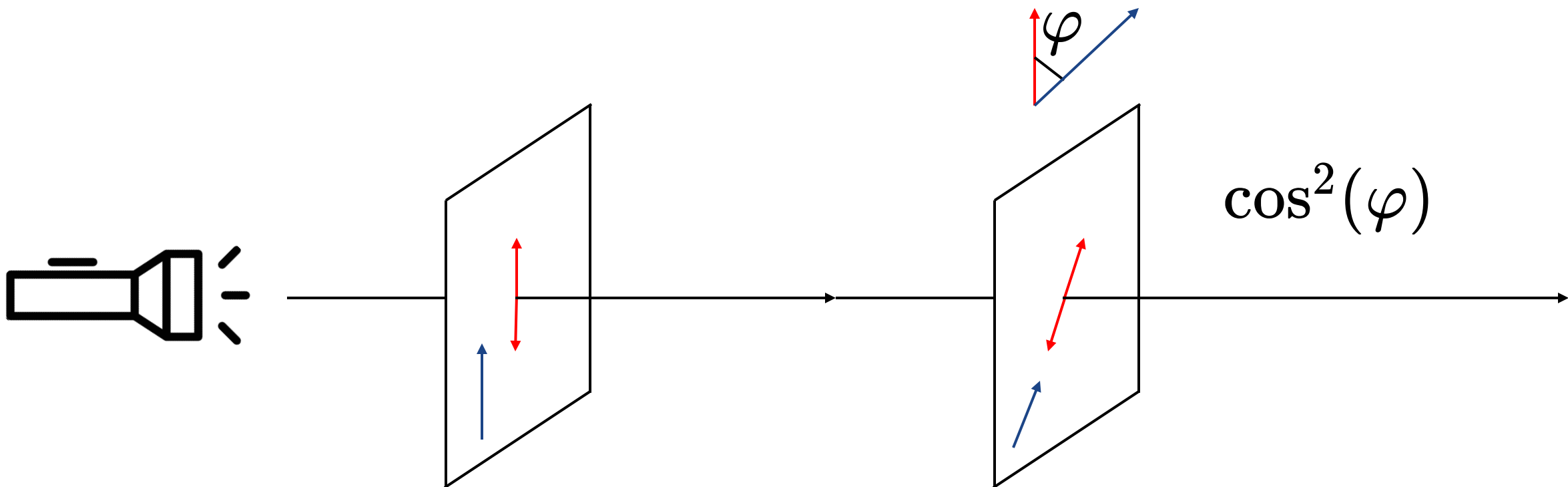
Поляризованный свет



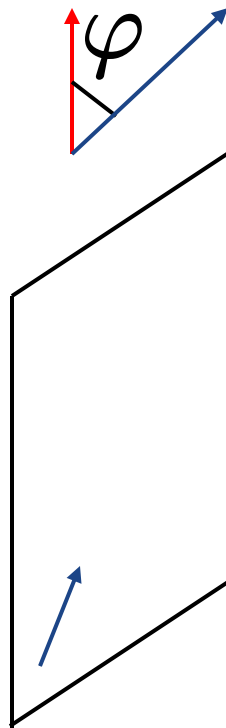
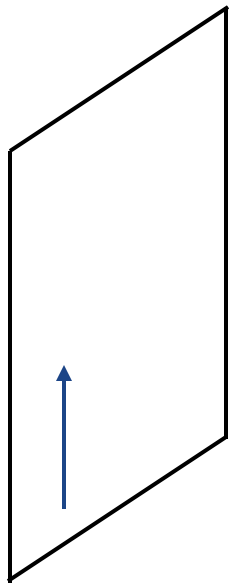
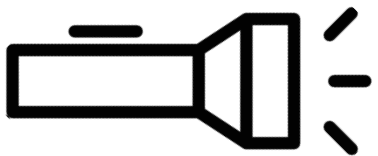
Поляризованный свет



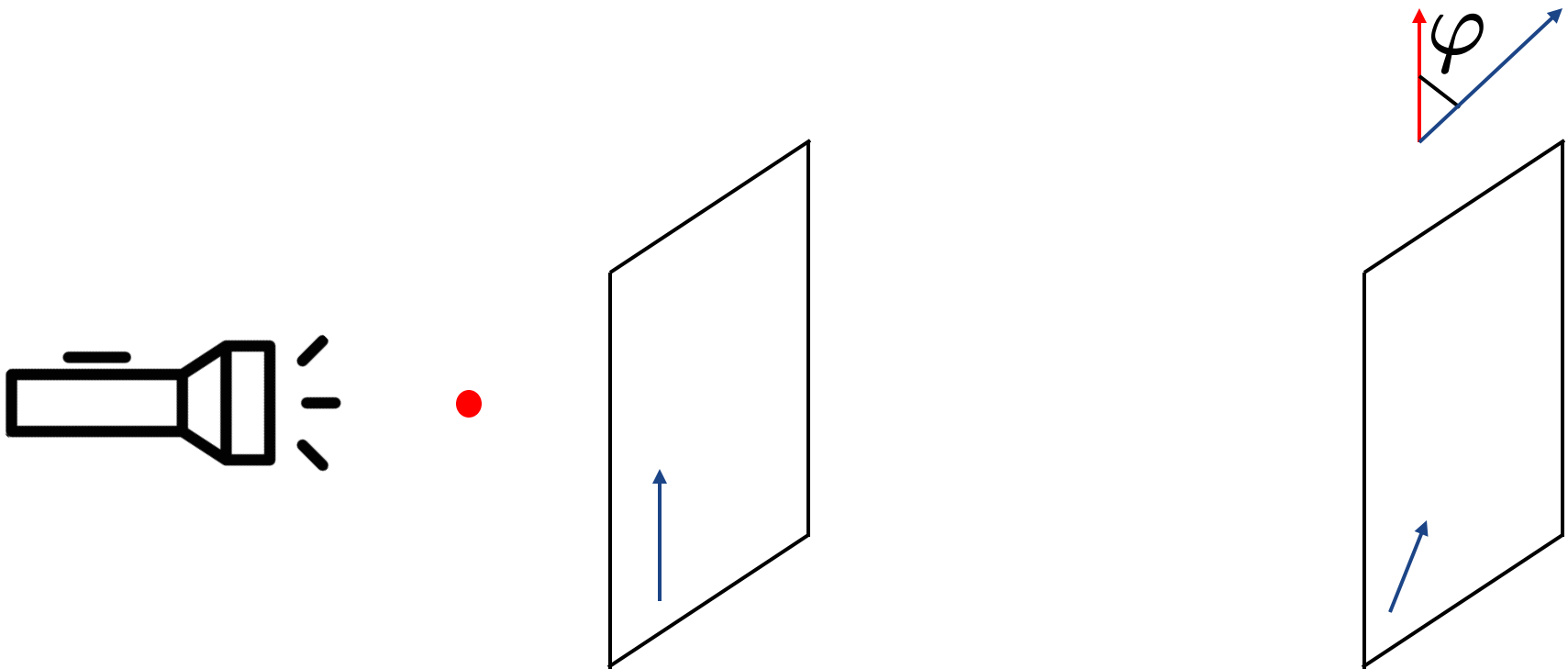
Поляризованный свет



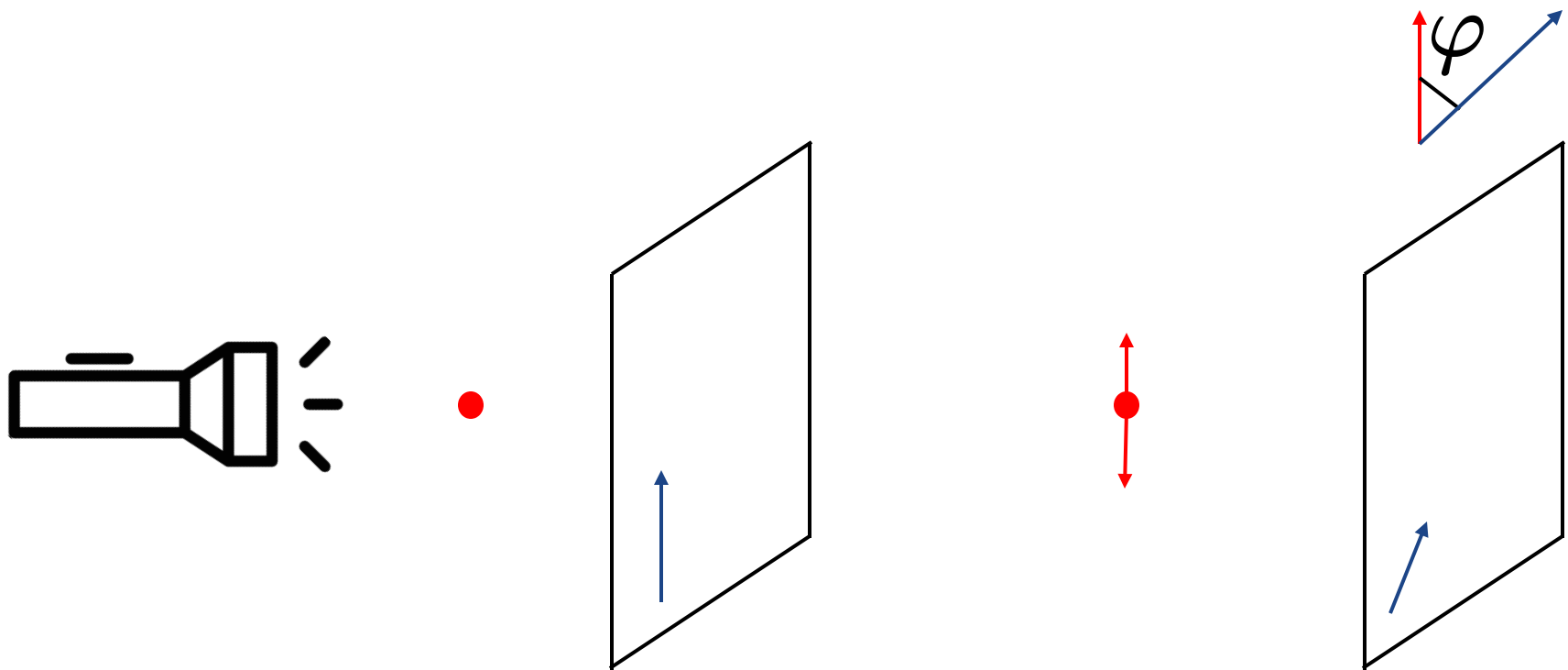
Поляризованный свет



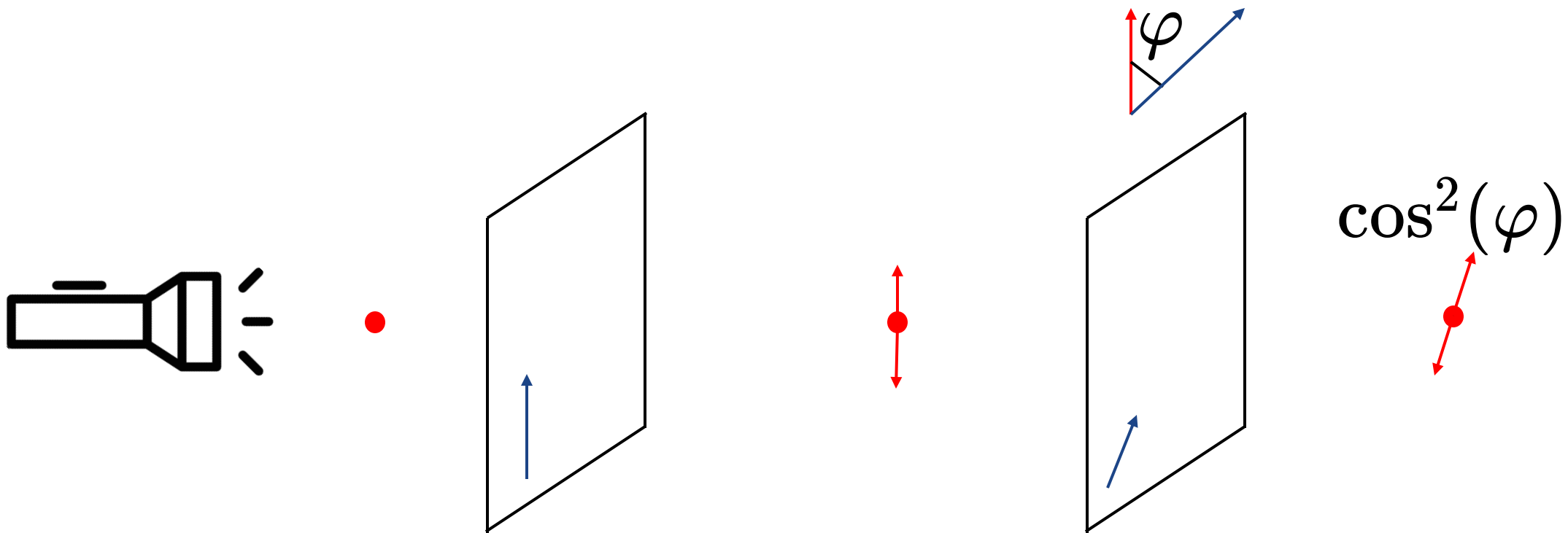
Поляризованный свет

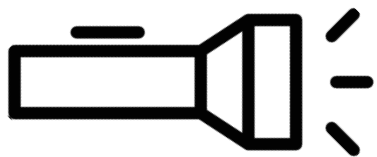


Поляризованный свет

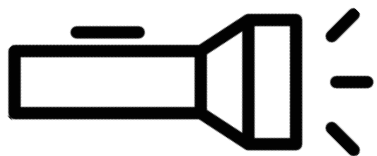


Поляризованный свет

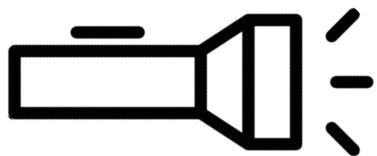




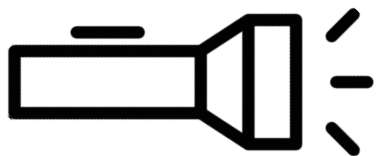
0



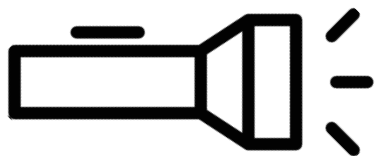
0



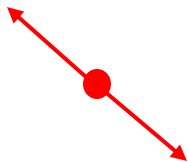
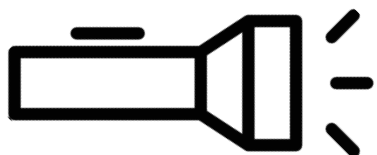
1

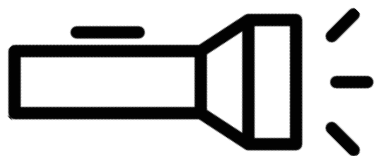


0

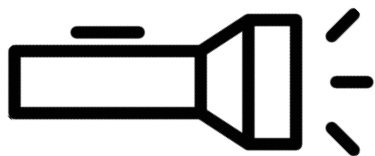


1

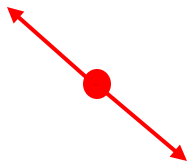
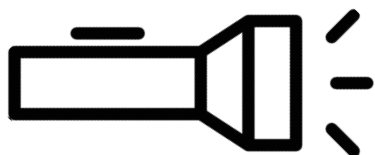




0

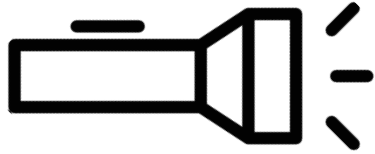


1

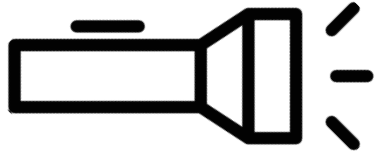


$$\mathbf{P}(|0\rangle) + \mathbf{P}(|1\rangle) = 1$$

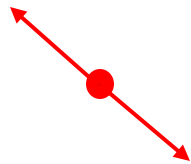
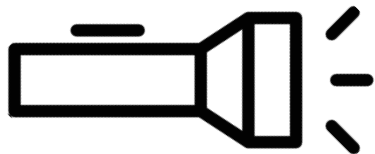
Quantum bit qubit



0



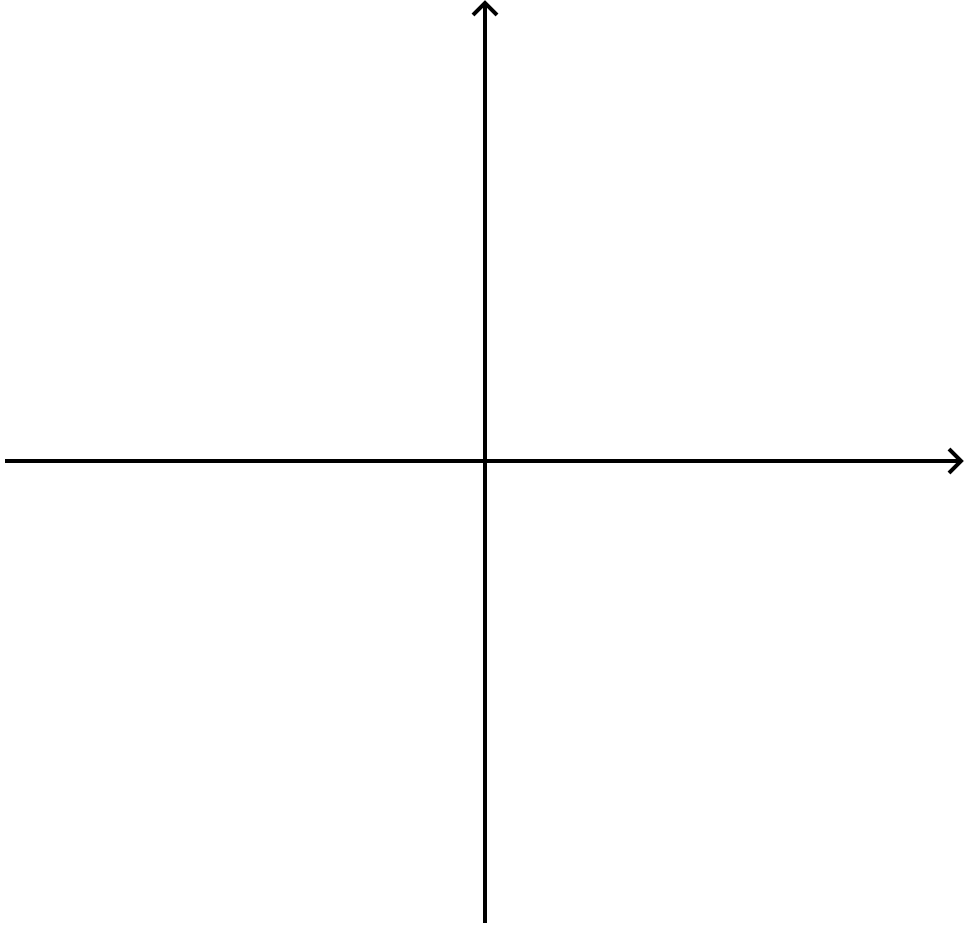
1



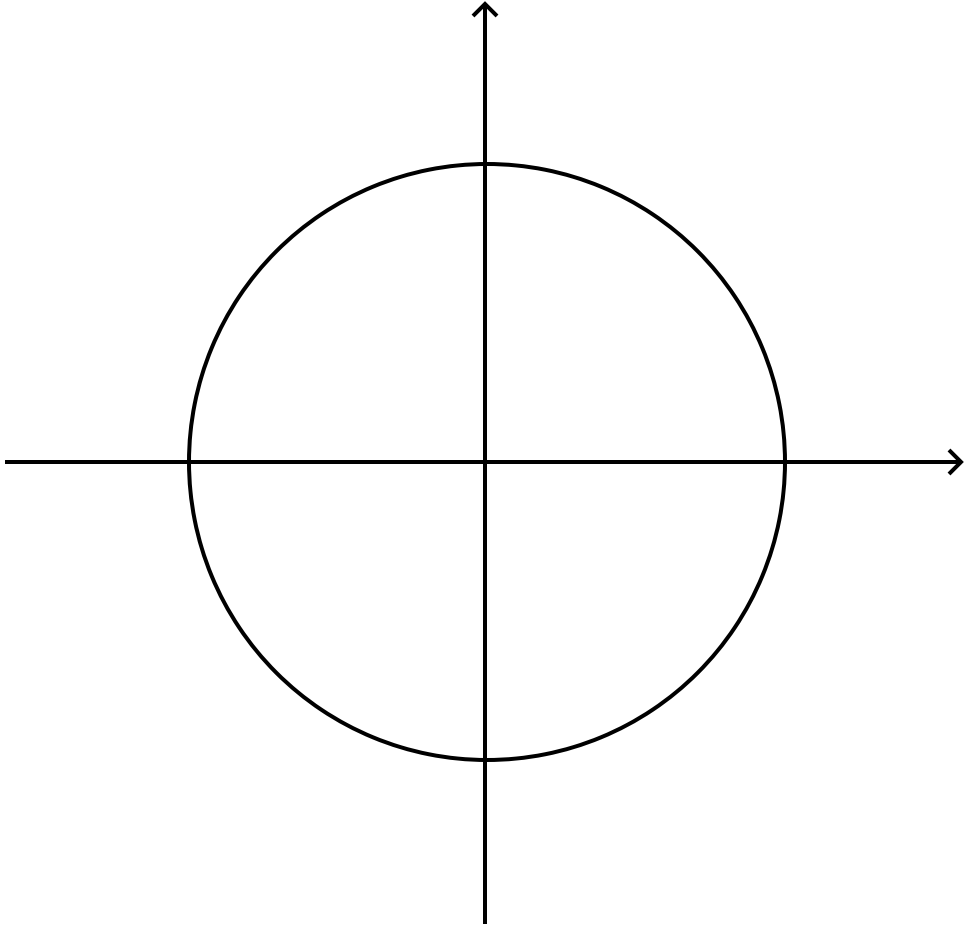
$$\mathbf{P}(|0\rangle) + \mathbf{P}(|1\rangle) = 1$$

Графическое представление

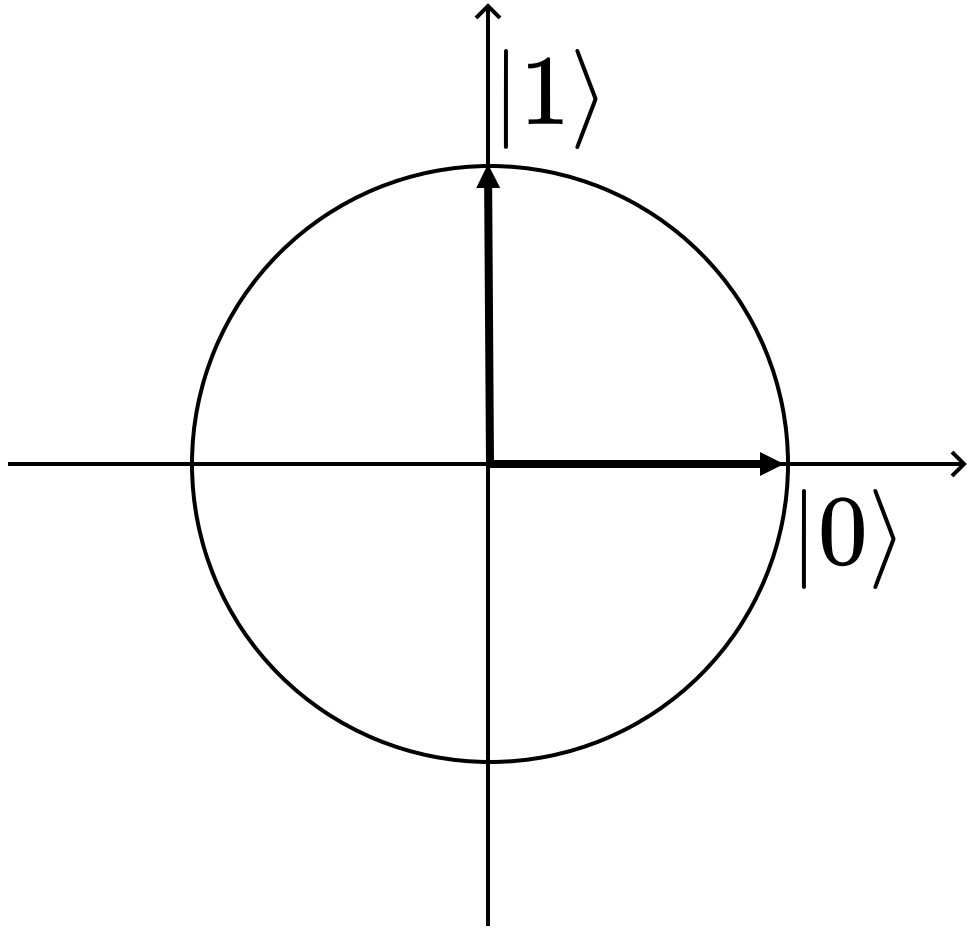
Графическое представление



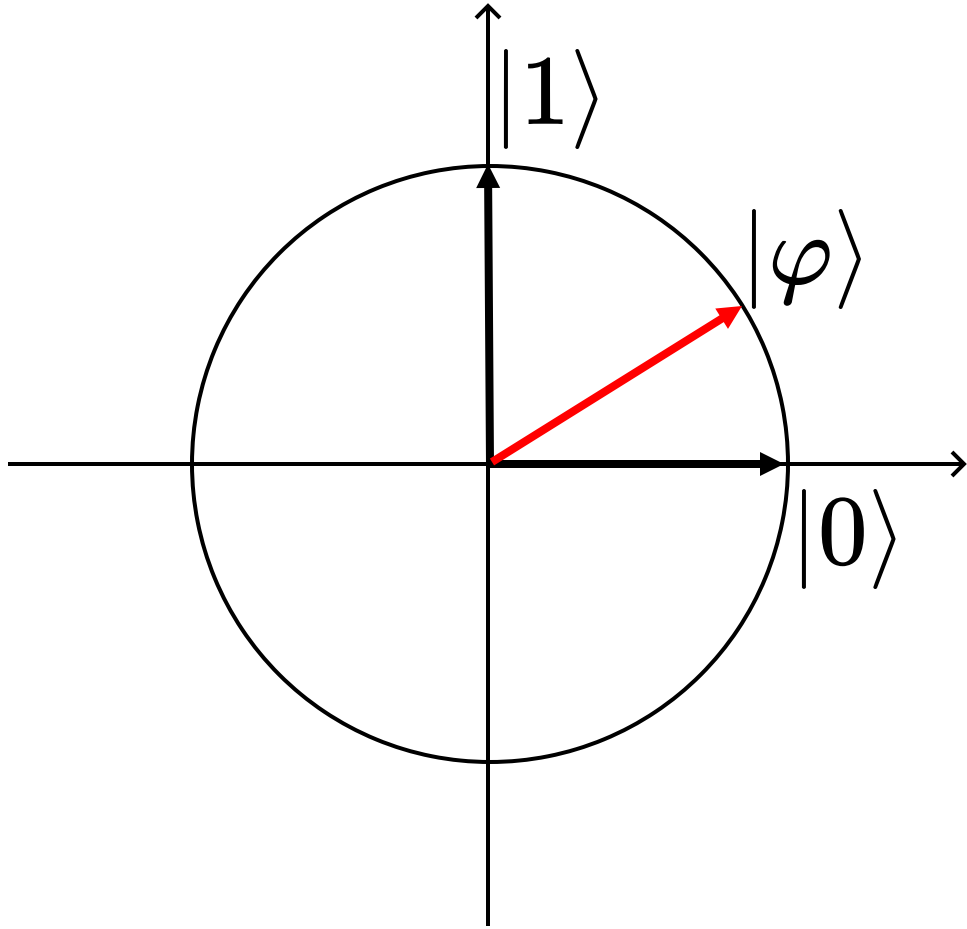
Графическое представление



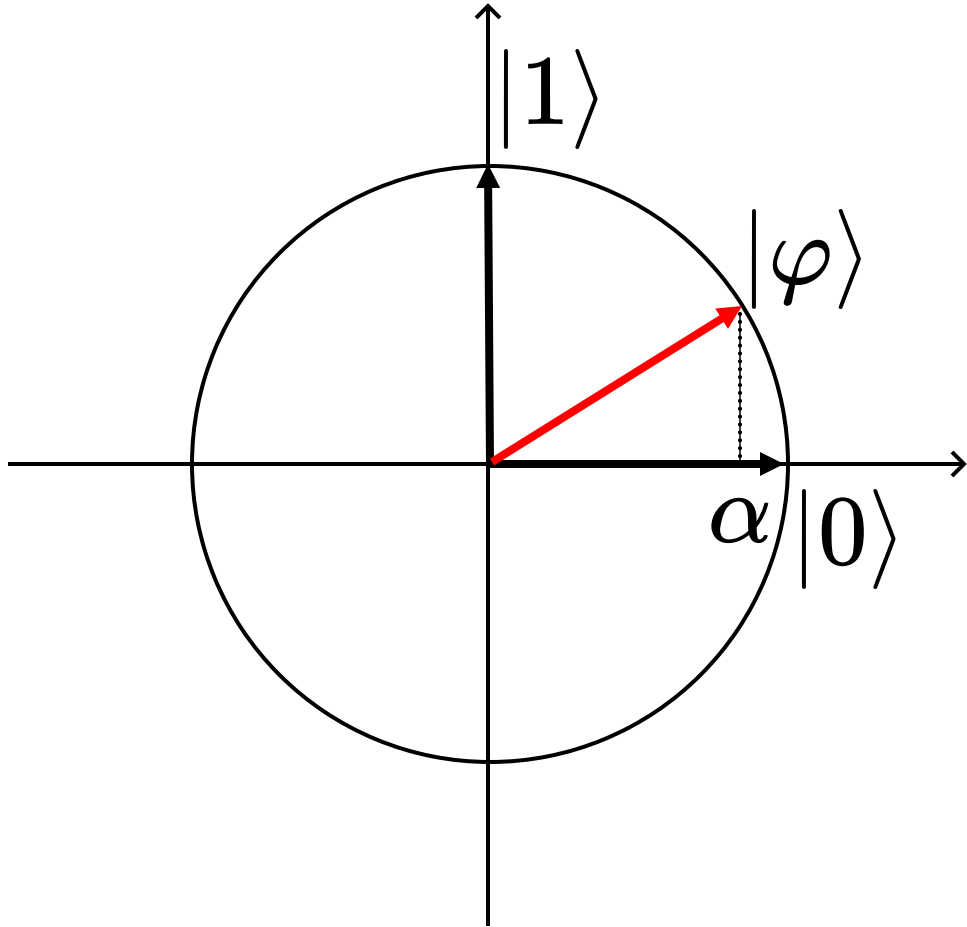
Графическое представление



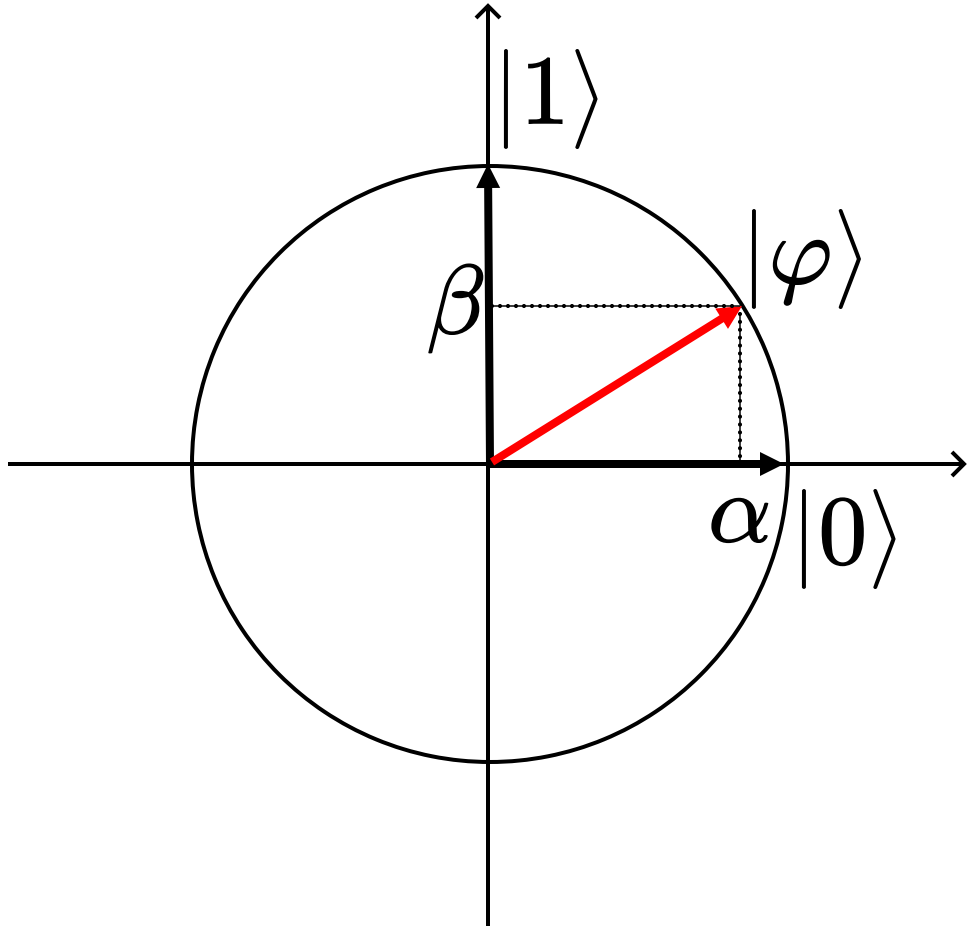
Графическое представление



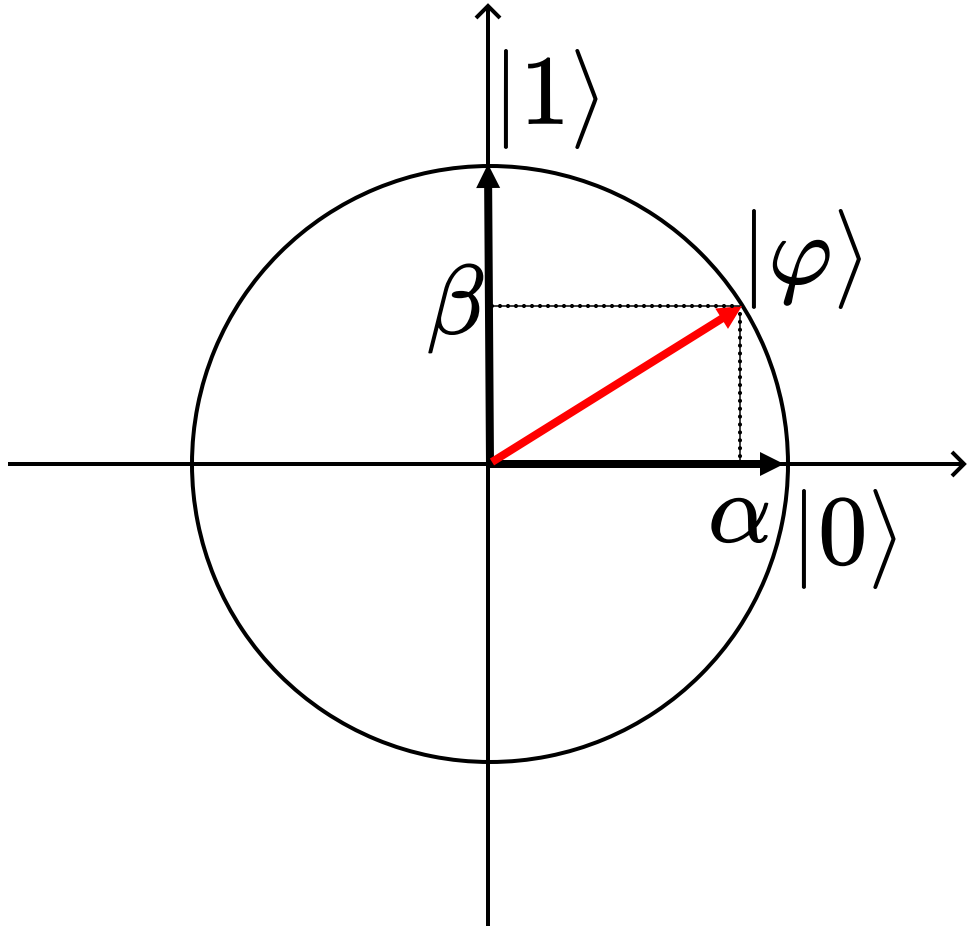
Графическое представление



Графическое представление

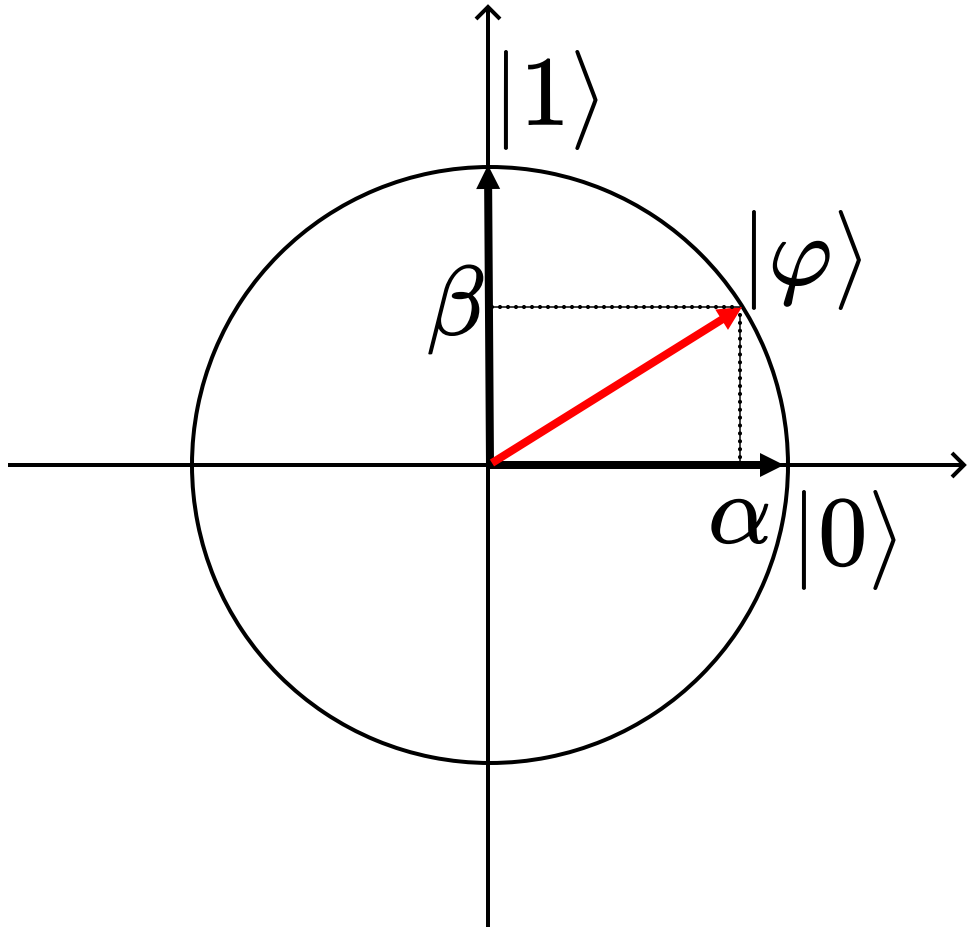


Графическое представление



$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Графическое представление

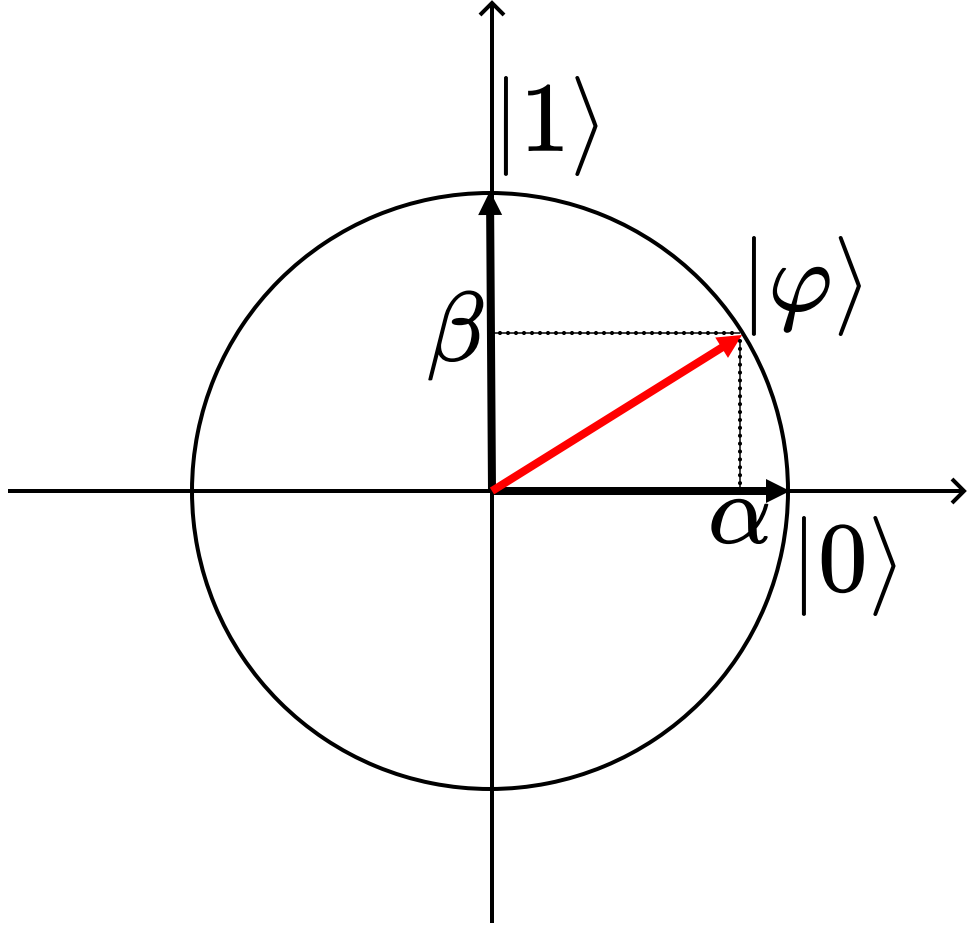


$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

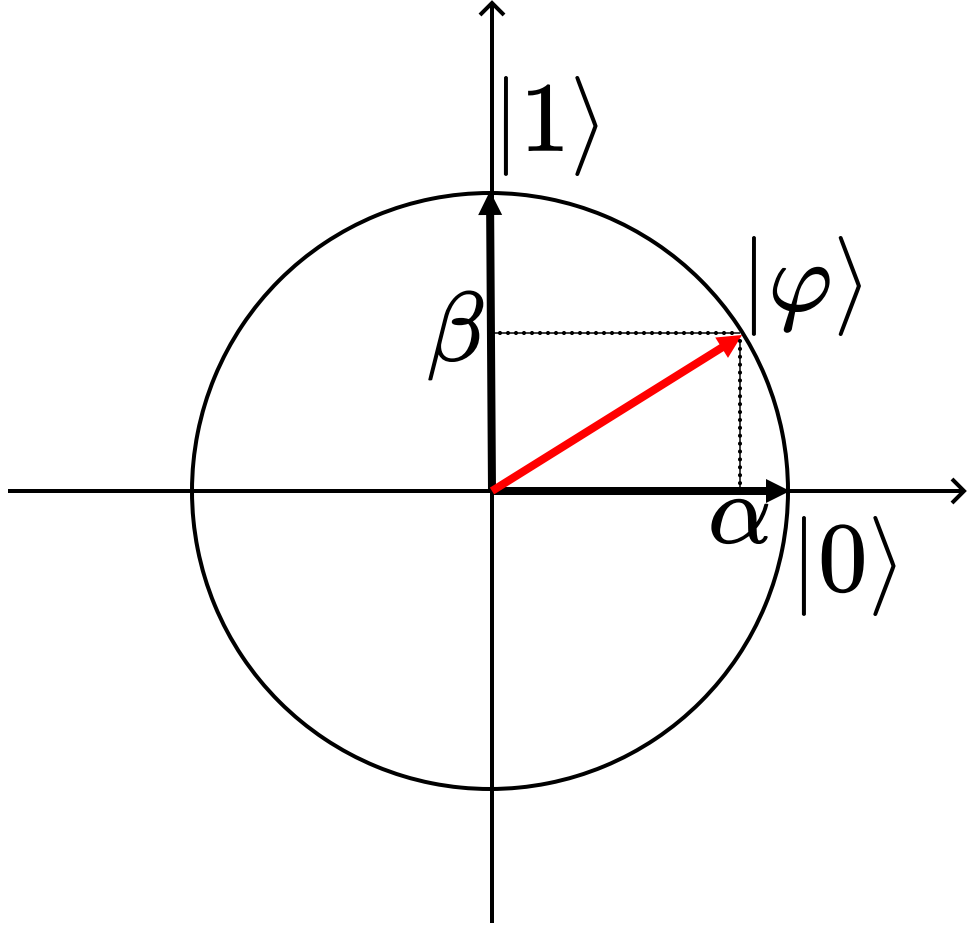
$$\alpha, \beta \in \mathbb{C}, |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Измерение qubit

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$



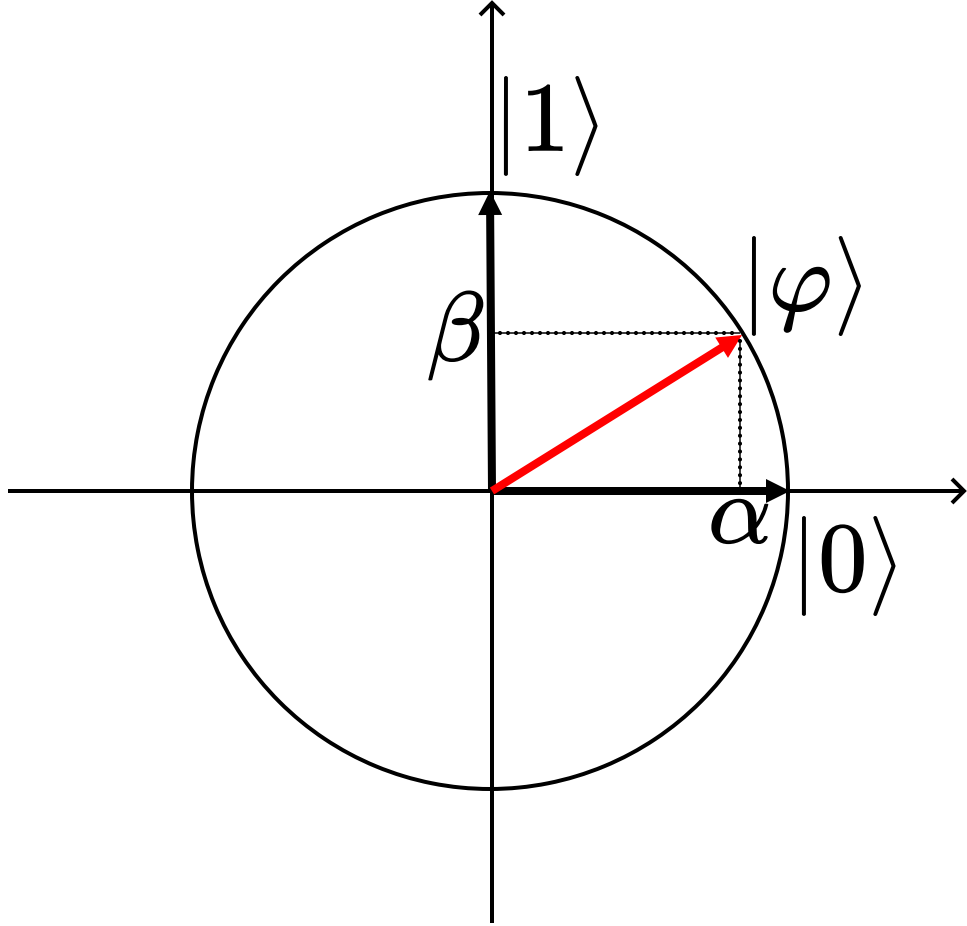
Измерение qubit



$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\mathbf{M}(|\varphi\rangle) \begin{cases} |0\rangle \\ |1\rangle \end{cases}$$

Измерение qubit



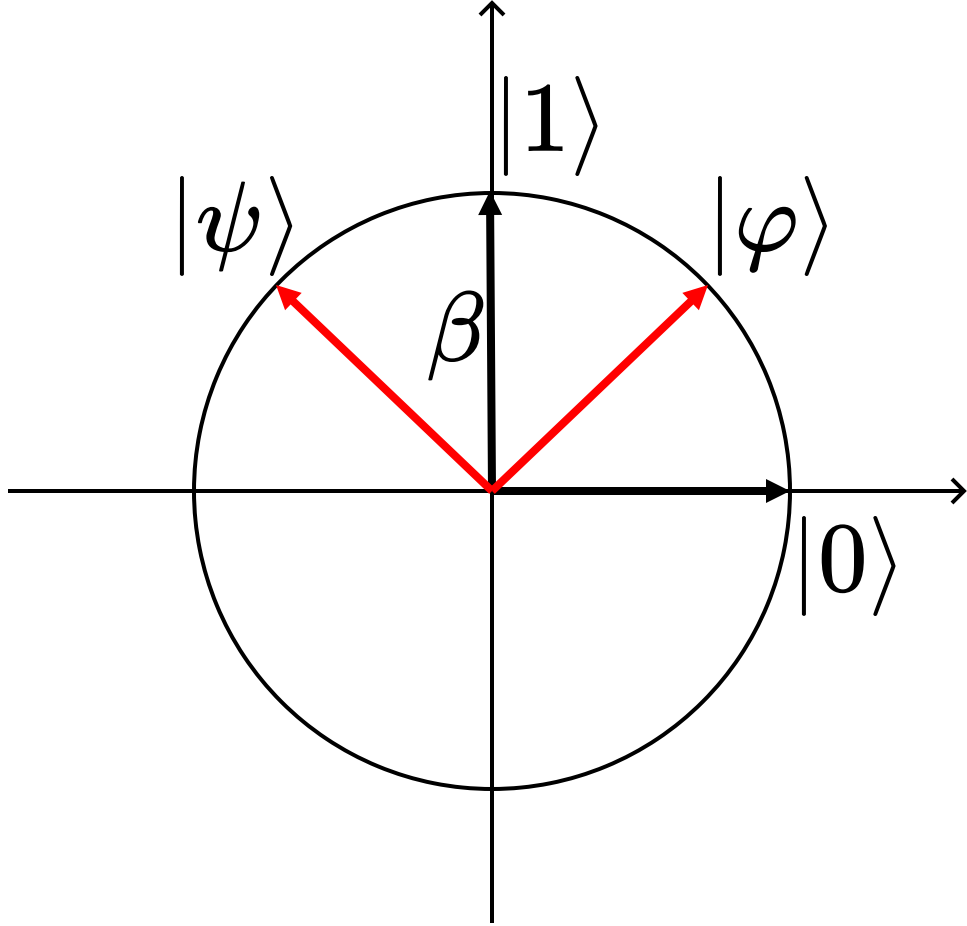
$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$\mathbf{M}(|\varphi\rangle) \begin{cases} |0\rangle \\ |1\rangle \end{cases}$$

$$\mathbf{P}(|0\rangle) = |\alpha|^2$$

$$\mathbf{P}(|1\rangle) = |\beta|^2$$

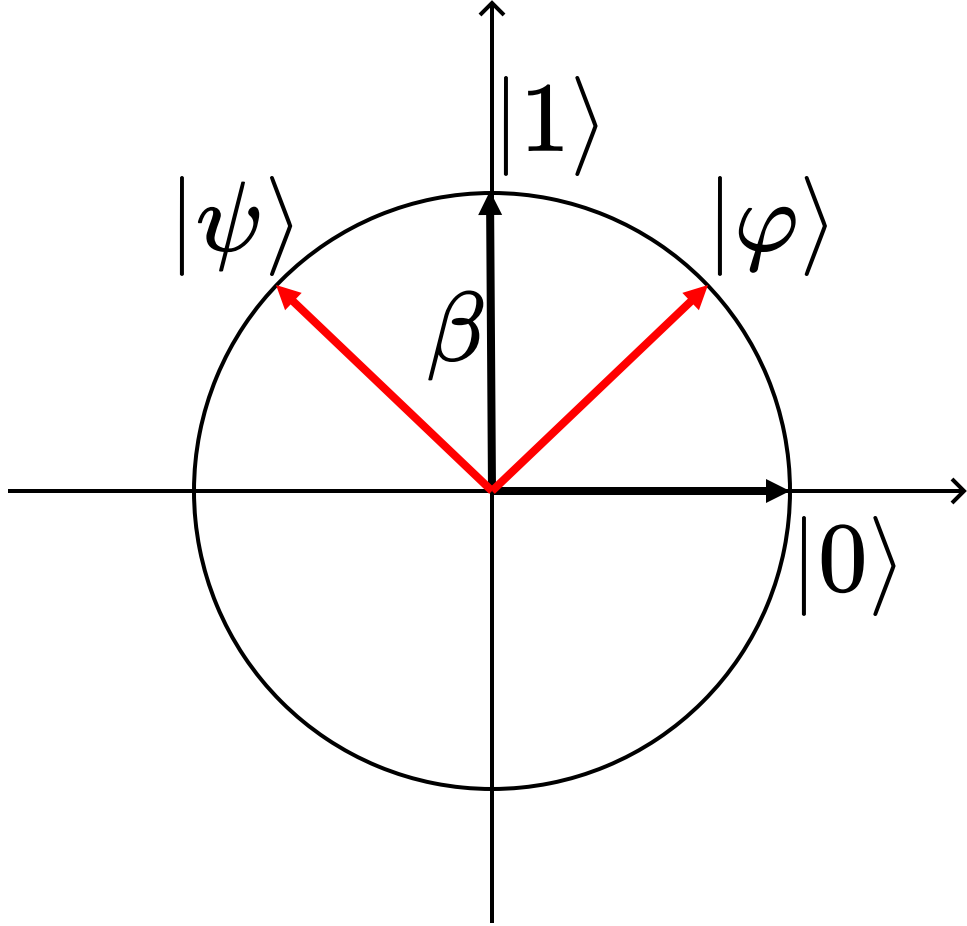
Базис Адамара (Hadamar)



$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{1}\rangle - |\mathbf{0}\rangle)$$

Базис Адамара (Hadamar)

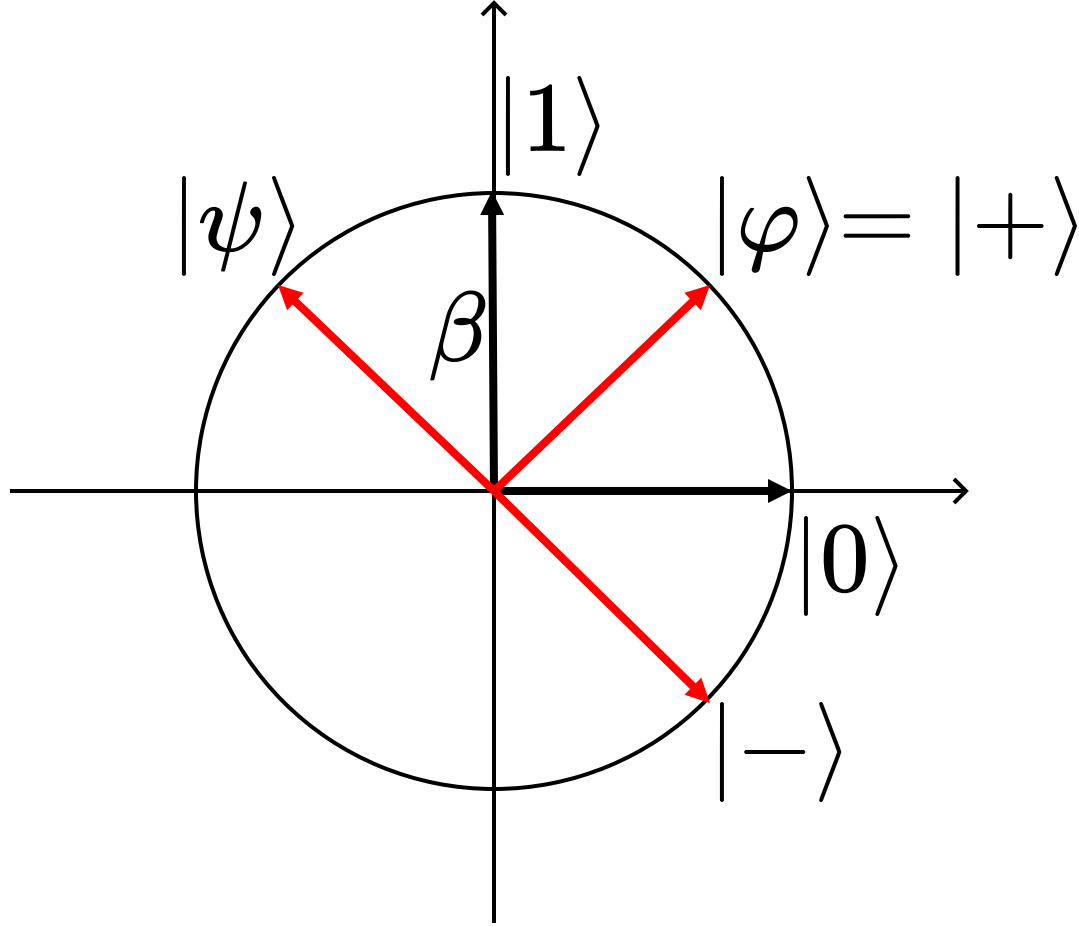


$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{1}\rangle - |\mathbf{0}\rangle)$$

$$\mathbf{P}(|0\rangle) = |\alpha|^2 = |\beta|^2 = \mathbf{P}(|1\rangle)$$

Базис Адамара (Hadamar)

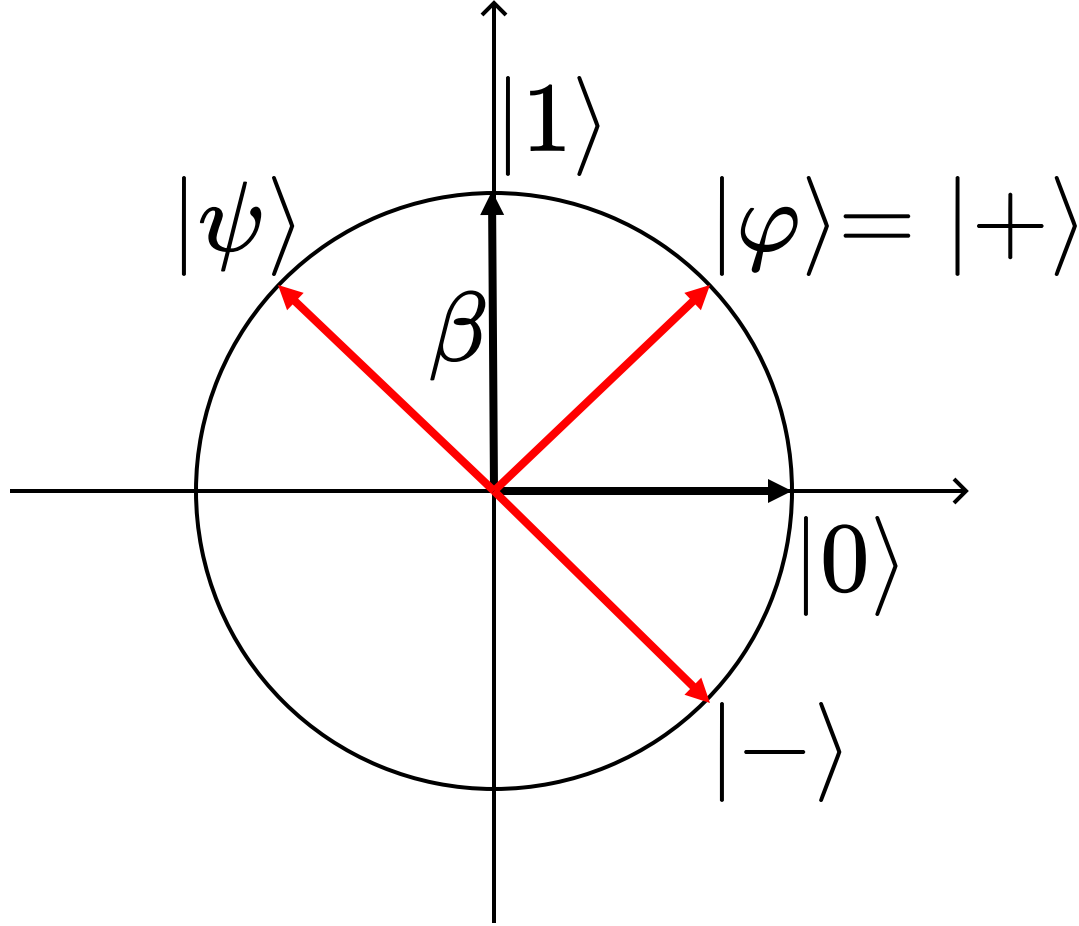


$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{1}\rangle - |\mathbf{0}\rangle)$$

$$\mathbf{P}(|\mathbf{0}\rangle) = |\alpha|^2 = |\beta|^2 = \mathbf{P}(|\mathbf{1}\rangle)$$

Базис Адамара (Hadamar)



$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{1}\rangle - |\mathbf{0}\rangle)$$

$$\mathbf{P}(|\mathbf{0}\rangle) = |\alpha|^2 = |\beta|^2 = \mathbf{P}(|\mathbf{1}\rangle)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Система qubit

Система qubit

1

2

Система qubit

1

$|0\rangle$

2

$|0\rangle$

$|00\rangle$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|0\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

$|10\rangle$

Система qubit

1	2	
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 00\rangle$
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 01\rangle$
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 10\rangle$
$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 11\rangle$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|1\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

$|10\rangle$

$|11\rangle$

$$\alpha_1|\mathbf{0}\rangle + \alpha_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\beta_1|\mathbf{0}\rangle + \beta_2|\mathbf{1}\rangle$$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|1\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

$|10\rangle$

$|11\rangle$

$$\alpha_1 |\mathbf{0}\rangle + \alpha_2 |\mathbf{1}\rangle$$

$$\beta_1 |\mathbf{0}\rangle + \beta_2 |\mathbf{1}\rangle$$

$$\alpha_1 \beta_1 |\mathbf{00}\rangle$$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|1\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

$|10\rangle$

$|11\rangle$

$$\alpha_1|\mathbf{0}\rangle + \alpha_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\beta_1|\mathbf{0}\rangle + \beta_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\alpha_1\beta_1|\mathbf{00}\rangle + \alpha_1\beta_2|\mathbf{01}\rangle$$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|1\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

$|10\rangle$

$|11\rangle$

$$\alpha_1|\mathbf{0}\rangle + \alpha_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\beta_1|\mathbf{0}\rangle + \beta_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\alpha_1\beta_1|\mathbf{00}\rangle + \alpha_1\beta_2|\mathbf{01}\rangle + \alpha_2\beta_1|\mathbf{10}\rangle$$

Система qubit

1

$|0\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|1\rangle$

2

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$

$|00\rangle$

$|01\rangle$

$|10\rangle$

$|11\rangle$

$$\alpha_1|\mathbf{0}\rangle + \alpha_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\beta_1|\mathbf{0}\rangle + \beta_2|\mathbf{1}\rangle$$

$$\alpha_1\beta_1|\mathbf{00}\rangle + \alpha_1\beta_2|\mathbf{01}\rangle + \alpha_2\beta_1|\mathbf{10}\rangle + \alpha_2\beta_2|\mathbf{11}\rangle$$

Система qubit

1 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 2$

Система qubit

1 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 2$

2 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 4$

Система qubit

1 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 2$

2 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 4$

3 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 8$

Система qubit

$$1 - \mathbf{H} \text{ над } \mathbb{C}, \dim \mathbf{H} = 2$$

$$2 - \mathbf{H} \text{ над } \mathbb{C}, \dim \mathbf{H} = 4$$

$$3 - \mathbf{H} \text{ над } \mathbb{C}, \dim \mathbf{H} = 8$$

\vdots

$$1000 - \mathbf{H} \text{ над } \mathbb{C}, \dim \mathbf{H} = 2^{1000}$$

Система qubit

- 1 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 2$ $|\varphi\rangle : \varphi \in \mathbf{H}^{2^n}, \|\varphi\| = 1$
- 2 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 4$
- 3 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 8$
- \vdots
- 1000 — \mathbf{H} над \mathbb{C} , $\dim \mathbf{H} = 2^{1000}$

Оператор Адамара (Hadamard)

$$\mathbf{H}(|\mathbf{0}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle) = |+\rangle$$

$$\mathbf{H}(|\mathbf{1}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) = |-\rangle$$

Оператор Адамара (Hadamard)

$$\mathbf{H}(|\mathbf{0}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle) = |+\rangle$$

$$\mathbf{H}(|\mathbf{1}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) = |-\rangle$$

$$\mathbf{H}(|+\rangle) = |\mathbf{0}\rangle$$

$$\mathbf{H}(|-\rangle) = |\mathbf{1}\rangle$$

Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

$$f - \text{const?}$$

Задача Дойча

$$f \rightarrow U_f$$

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|0 \oplus f(\mathbf{x})\rangle - |1 \oplus f(\mathbf{x})\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0} \oplus f(\mathbf{x})\rangle - |\mathbf{1} \oplus f(\mathbf{x})\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0} \oplus f(\mathbf{x})\rangle - |\mathbf{1} \oplus f(\mathbf{x})\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|0 \oplus f(\mathbf{x})\rangle - |1 \oplus f(\mathbf{x})\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})}$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0} \oplus f(\mathbf{x})\rangle - |\mathbf{1} \oplus f(\mathbf{x})\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{x}\mathbf{y}\rangle \xrightarrow{U_f} |\mathbf{x}\rangle |\mathbf{y} \oplus f(\mathbf{x})\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

$$f - \text{const?}$$

Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

$$f - \text{const?}$$

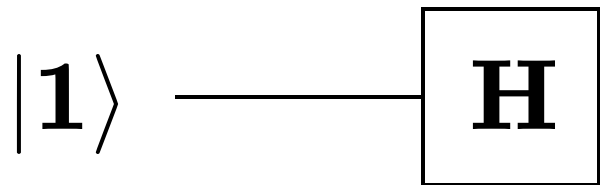
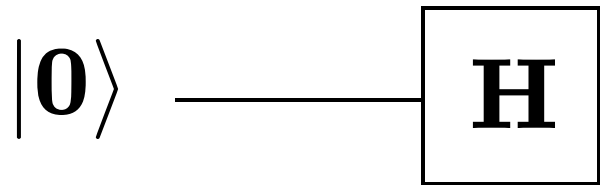
$|0\rangle$

$|1\rangle$

Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

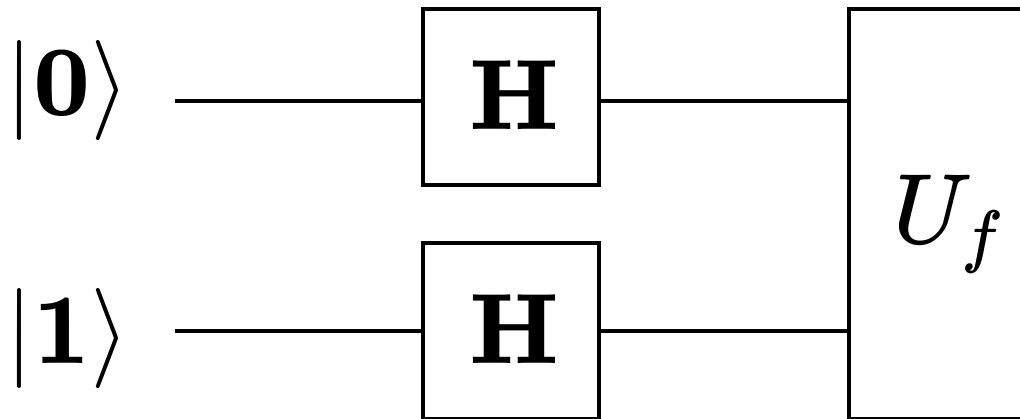
$$f - \text{const?}$$



Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

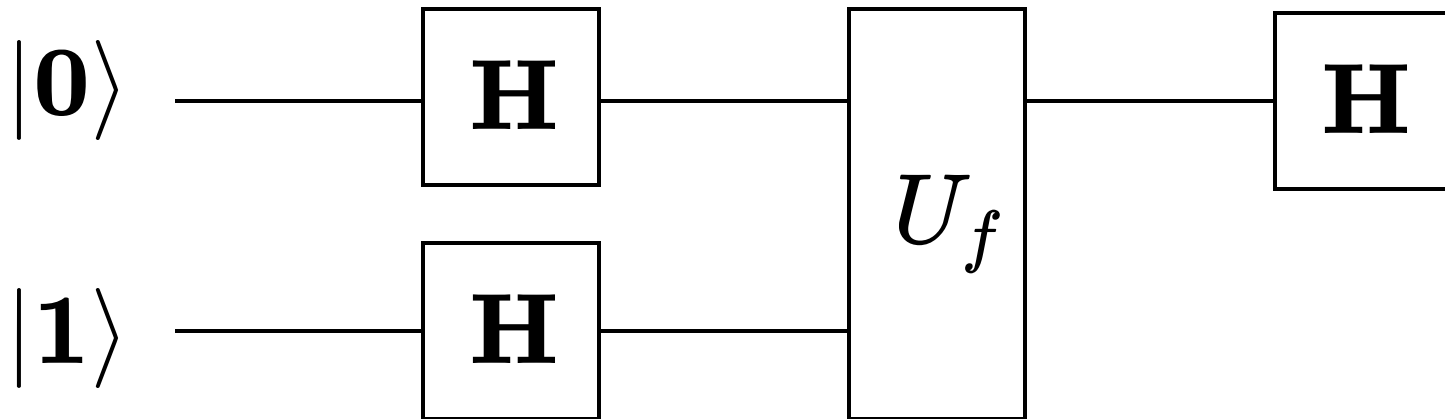
f — *const*?



Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

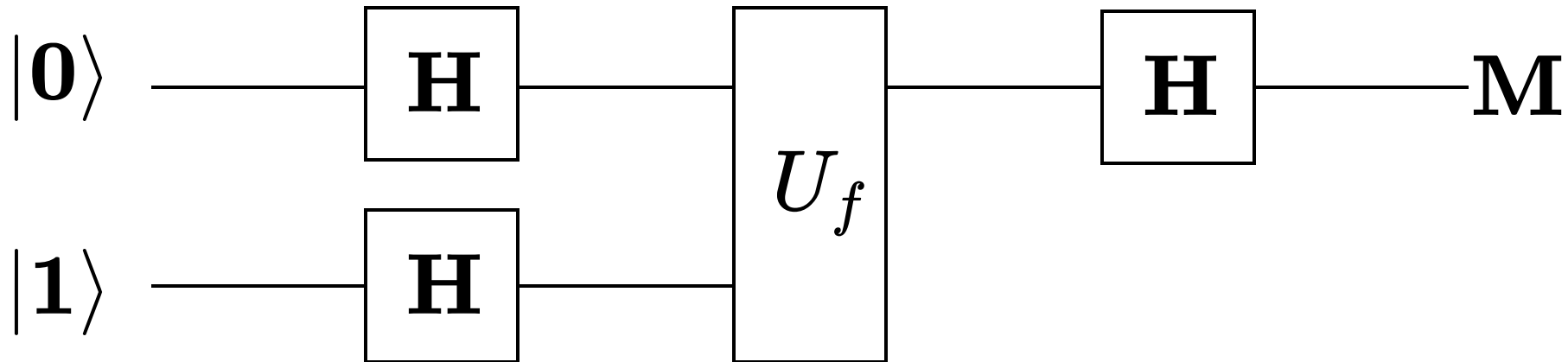
$f - \text{const?}$



Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

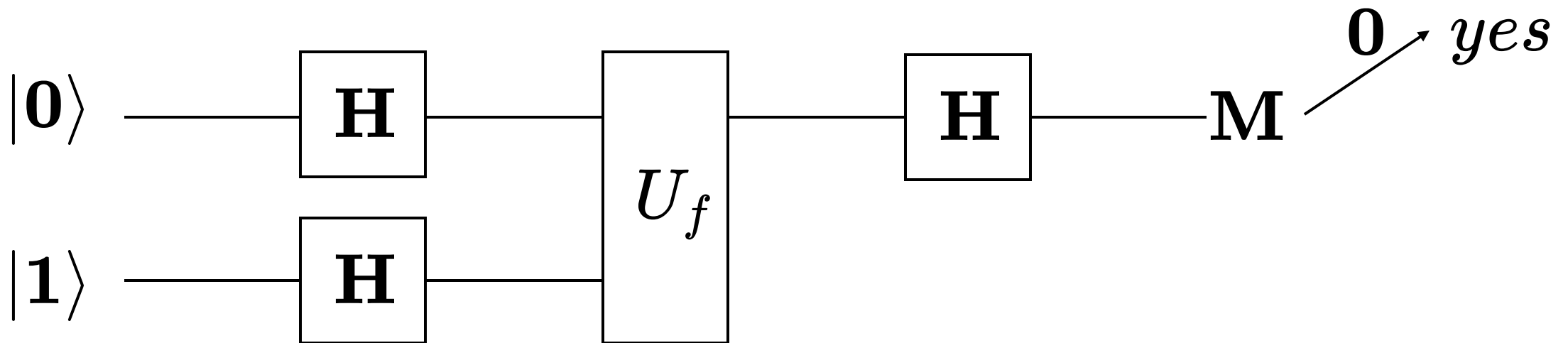
$f - \text{const?}$



Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

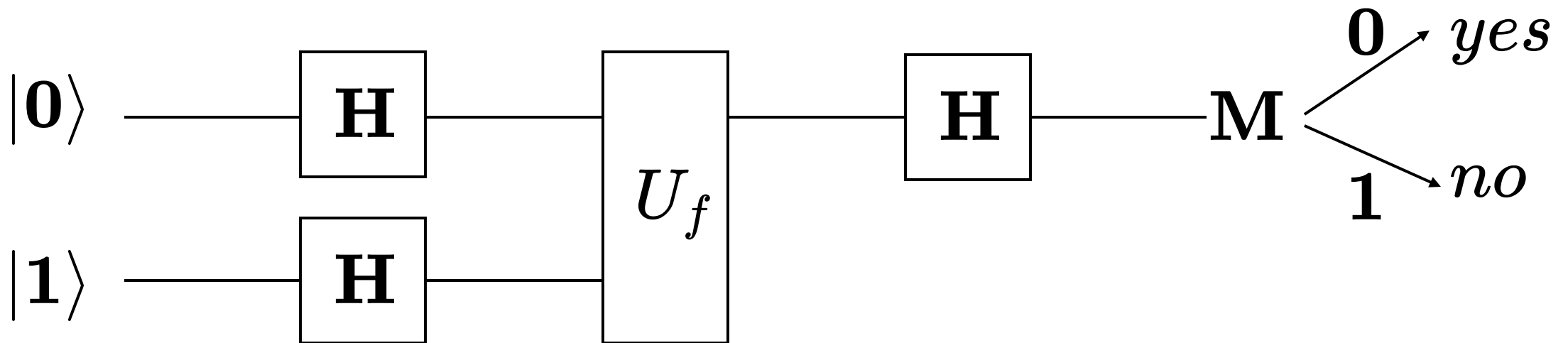
$f - \text{const?}$



Задача Дойча

$$f : \{0, 1\} \mapsto \{0, 1\}$$

$f - \text{const?}$



Задача Дойча

$|01\rangle$

Задача Дойча

$$|01\rangle \xrightarrow{H}$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{01}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}}$$

$$|\mathbf{0}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{01}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}}$$

$$|\mathbf{0}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\mathbf{1}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{01}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2}$$

$$|\mathbf{0}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\mathbf{1}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$|\mathbf{01}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\mathbf{0}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)$$

$$|\mathbf{1}\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$\begin{aligned} |\mathbf{01}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) & |\mathbf{0}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle) \\ & & |\mathbf{1}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \end{aligned}$$

Задача Дойча

$$|01\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)$$

Задача Дойча

$$\begin{aligned} |\mathbf{01}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle \end{aligned}$$

Задача Дойча

$$\begin{aligned} |\mathbf{01}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \end{aligned}$$

Задача Дойча

$$\begin{aligned} |\mathbf{01}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle \end{aligned}$$

Задача Дойча

$$\begin{aligned} |\mathbf{01}\rangle &\xrightarrow{\mathbf{H}} \frac{1}{2} (|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle)(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \end{aligned}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (-1)^{f(\mathbf{0})}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(-1)^{f(\mathbf{0})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (-1)^{f(\mathbf{0})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (-1)^{f(\mathbf{1})}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (-1)^{f(\mathbf{0})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (-1)^{f(\mathbf{1})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(-1)^{f(\mathbf{0})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(-1)^{f(\mathbf{1})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}} |\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2} |\mathbf{0}\rangle (-1)^{f(\mathbf{0})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2} |\mathbf{1}\rangle (-1)^{f(\mathbf{1})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$= \frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle \right.$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(-1)^{f(\mathbf{0})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(-1)^{f(\mathbf{1})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$= \frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})}|\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})}|\mathbf{1}\rangle \right)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f} \frac{1}{\sqrt{2}}|\mathbf{x}\rangle (-1)^{f(\mathbf{x})} (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$\frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) \xrightarrow{U_f}$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2}|\mathbf{0}\rangle(-1)^{f(\mathbf{0})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) + \frac{1}{2}|\mathbf{1}\rangle(-1)^{f(\mathbf{1})}(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

$$= \frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})}|\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})}|\mathbf{1}\rangle \right) (|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right) \left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle \right)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right) \left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle \right)$$
$$\left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right)$$

Задача Дойча

$$\frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right) \left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle \right)$$

$$\left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right)$$

Если $f = \text{const}$,

Задача Дойча

$$\frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right) \left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle \right)$$

$$\left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right)$$

Если $f = \text{const}$, $(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle) = |+\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} |\mathbf{0}\rangle$

Задача Дойча

$$\frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right) \left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle \right)$$

$$\left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right)$$

Если $f = \text{const}$, $(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle) = |+\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} |\mathbf{0}\rangle$

Если $f \neq \text{const}$,

Задача Дойча

$$\frac{1}{2} \left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right) \left(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle \right)$$

$$\left((-1)^{f(\mathbf{0})} |\mathbf{0}\rangle + (-1)^{f(\mathbf{1})} |\mathbf{1}\rangle \right)$$

Если $f = \text{const}$, $(|\mathbf{0}\rangle + |\mathbf{1}\rangle) = |+\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} |\mathbf{0}\rangle$

Если $f \neq \text{const}$, $(|\mathbf{0}\rangle - |\mathbf{1}\rangle) = |-\rangle \xrightarrow{\mathbf{H}} |\mathbf{1}\rangle$

Задача Дойча

- Алгоритм решает задачу
- За один вызов f

Квантовые алгоритмы

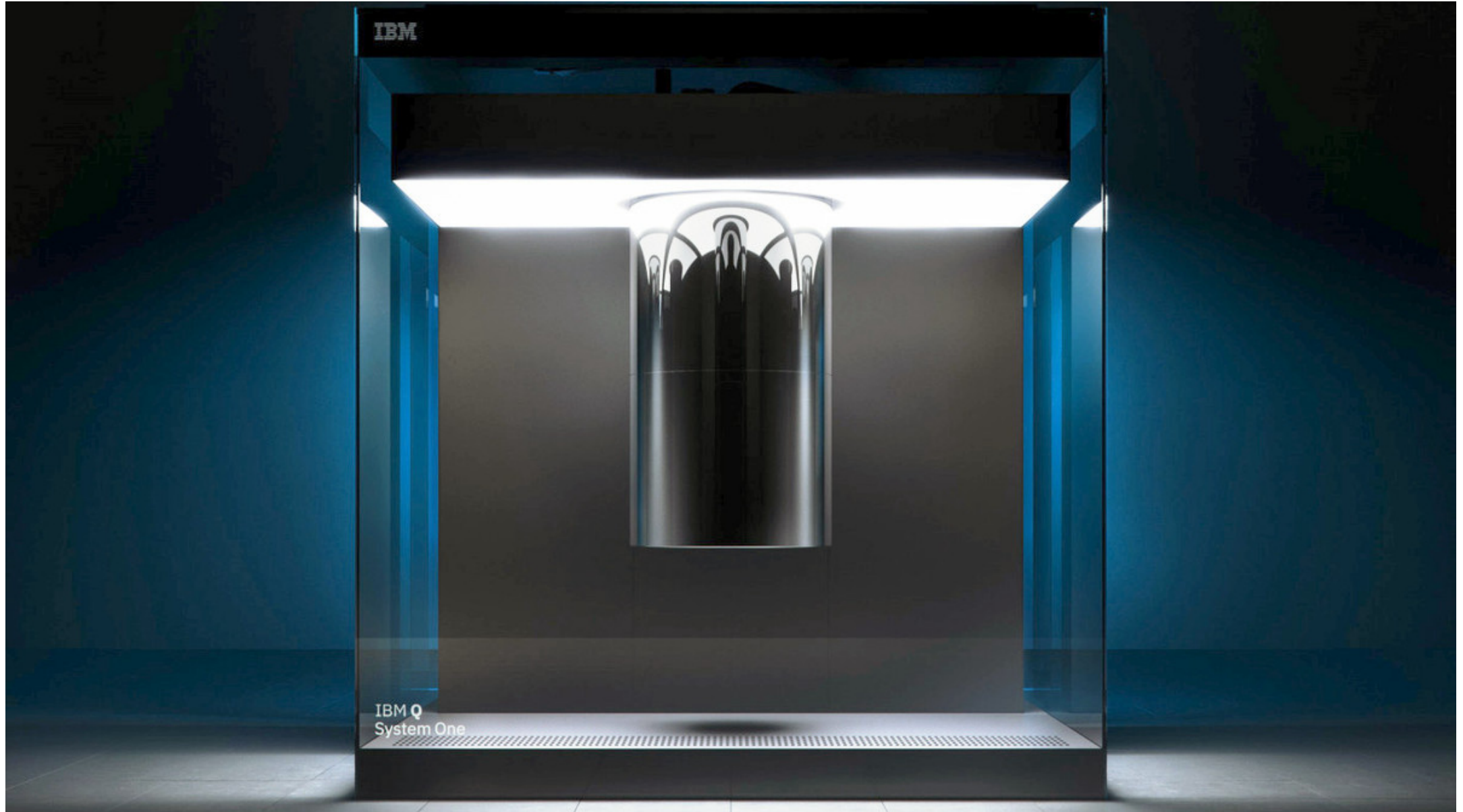
- Квантовая телепортация
- Алгоритм Шора
- Алгоритм Гровера

А это уже работает?

D-Wave 2000Q



IBM Q SYSTEM ONE



Языки программирования для КВАНТОВЫХ КОМПЬЮТЕРОВ

- **IBM Quantum Experience**
(Open Quantum Assembly Language (OpenQASM))
- **Microsoft Q#**
- LIQUi (Language-Integrated Quantum Operations)
- Quantum Computation Language (QCL)
- Quipper
- ...

Языки программирования для КВАНТОВЫХ КОМПЬЮТЕРОВ

Name: 'explorer' Real Quantum Processor

Run Simulate
New Results Save Save as

Gates Properties QASM

GATES ? ☐ Advanced

id X Y Z H
S S† + T T†

BARRIER

OPERATIONS

q[0] |0> q[1] |0> q[2] |0> q[3] |0> q[4] |0>

c 0 5

Полезные ссылки

- <https://www.coursera.org/learn/kvantovyye-vychisleniya>
- <https://habr.com/ru/post/321292/>

