

Mediante el Modelo expresado por 6 masas, deben haber 6 ecuaciones diferenciales de las cuales son las siguientes de manera implícita, a priori tomando en cuenta análisis de trabajo donde se toma en cuenta la fuerza del resorte como suma de fuerzas aplicado a la 2 ley de newton según el siguiente razonamiento básico:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$ma_x = -kx - B \frac{dx}{dt}$$

donde tenemos la fuerza elástica, junto con la fuerza de amortiguamiento, luego si consideramos el roce, nos quedaría de la siguiente manera:

$$ma_x = -kx - (B + C) \frac{dx}{dt}$$

Al realizar entonces en analisis con respecto a los 6 cuerpos de los cuales contienen roce, amortiguamiento y fuerza elástica, la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 &= -kx_1 - (c + u_1) \dot{x}_1 + kx_2 + c \dot{x}_2 \\
m_2 \ddot{x}_2 &= kx_1 + u_1 \dot{x}_1 - 2kx_2 - (2c + u_2) \dot{x}_2 + kx_3 + c \dot{x}_3 \\
m_3 \ddot{x}_3 &= kx_2 + c \dot{x}_2 - 2kx_3 - (2c + u_2) \dot{x}_3 + kx_4 + c \dot{x}_4 \\
m_4 \ddot{x}_4 &= kx_3 + c \dot{x}_3 - 2kx_4 - (2c + u_2) \dot{x}_4 + kx_5 + c \dot{x}_5 \\
m_5 \ddot{x}_5 &= kx_4 + c \dot{x}_4 - 2kx_5 - (2c + u_2) \dot{x}_5 + kx_6 + c \dot{x}_6 \\
m_6 \ddot{x}_6 &= kx_5 + c \dot{x}_5 - kx_6 - (c + u_1) \dot{x}_6
\end{aligned}$$

tomando en cuenta los análisis realizados en el libro de ecuaciones diferenciales denis zill, pag. 186 en el análisis del movimiento amortiguado donde la fuerza de amortiguamiento es proporcional de la constante de amortiguamiento multiplicado con la velocidad del desplazamiento Cito texto: “ED DE UN MOVIMIENTO LIBRE AMORTIGUADO En el estudio de la mecánica, las fuerzas de amortiguamiento que actúan sobre un cuerpo se consideran proporcionales a una potencia de la velocidad instantánea. En particular, en el análisis pos-

dt. Cuando ninguna otra fuerza actúa en el sistema, se tiene de la segunda ley de Newton que [Ecuación planteada en libro] donde “Beta” es una constante de amortiguamiento positiva y el signo negativo es una consecuencia del hecho de que la fuerza de amortiguamiento actúa en una dirección opuesta al movimiento”

Donde al revisar en el texto “CONTROL AVANZADO Diseño y Aplicaciones en Tiempo Real del análisis” de carros pag 108, problema 3.5, al realizar los despejes la “constante de amortiguamiento” va sumada con el “roce del carro”, multiplicada con la velocidad del cuerpo, expongo imagen de matriz de valores:

Problema 3.5

La figura 3.20 muestra un monorraíl de dos carros. El modelo de este proceso se encuentra en la referencia [15]. Sean M_1 la masa del carro de máquinas y B_1 sus fricciones debido al aire y al rodamiento. La fuerza lineal equivalente para mover al proceso se designa como $u(t)$. Los dos carros poseen masas M_2 y M_3 respectivamente, y están sujetos a fricciones B_2 y B_3 . Los carros se acoplan uno al otro con dispositivos no rígidos (resortes) que poseen

constantes K_{23} y K_{12} , y dispositivos amortiguadores de constantes B_{23} y B_{12} . Las coordenadas de posición se designan como x_1 , x_2 y x_3 . Se puede demostrar que la ecuación de estado del sistema con $v_i = \dot{x}_i$, $i = 1, 2, 3$ es:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u(t)$$

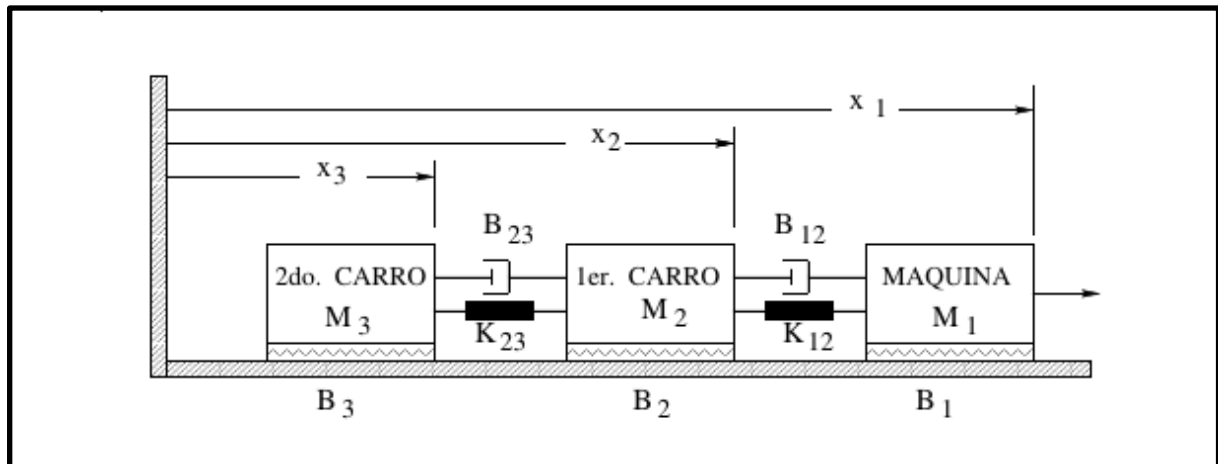
donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{12}}{M_1} & -\frac{B_{12}+B_{12}}{M_1} & \frac{K_{12}}{M_1} & \frac{B_{12}}{M_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_{12}}{M_2} & \frac{B_{12}}{M_2} & -\frac{K_{12}+K_{23}}{M_2} & -\frac{B_{23}+B_{23}+B_{12}}{M_2} & \frac{K_{23}}{M_2} & \frac{B_{23}}{M_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{K_{23}}{M_3} & \frac{B_{23}}{M_3} & -\frac{K_{23}}{M_3} & -\frac{B_{23}+B_{23}}{M_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad v_1 \quad x_2 \quad v_2 \quad x_3 \quad v_3]^T$$

$$\mathbf{B} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

DLC:



donde tomando en cuenta que se tienen 3 ecuaciones diferenciales de las cuales realizando el despeje van quedando 6 para su procesamiento en código posteriormente en matlab en el mismo libro,