Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für eine große Straße beim Kniffel

A. Wir versuchen mit einem Würfel in zwei Würfen die Lücke 2, 4, 5, 6 mit einer 3 zu füllen.

1. Ich würfele mit dem 1. Wurf eine 3 $p = \frac{1}{6}$

2. Ich würfele mit dem 1. Wurf keine 3, aber mit dem 2. Wurf

Dies ist eine kombinierte Wahrscheinlichkeit, bei die Wahrscheinlichkeit beider Ereignisse multiplizieren werden muss:

$$p_1 = \frac{5}{6}, p_2 = \frac{1}{6} \Rightarrow p = p_1 \cdot p_2 = \frac{5}{36},$$

Addiert man beide Wahrscheinlichkeiten, so erhält man

$$p_A = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$$

oder ca. 30,5 %.

B. Wesentlich komplexer ist die Situation, wenn ich mit zwei Würfeln aus 2, 4, 5 eine große Straße würfeln will. Dann gibt es mehrere Möglichkeiten:

1. Ich würfele bereits mit dem ersten Wurf eine große Straße, in dem ich entweder 1 und 3 oder 3 und 6 werfe.

Das geht mit den Wurfkombinationen 1 & 3, 3 & 1, 3 & 6 und 6 & 3.

Da es vier Kombinationen und 36 Möglichkeiten gibt, ist hierfür $p = \frac{4}{36}$.

2. Ich würfele mit dem ersten Wurf eine 1, 3 oder 6 und mit dem 2. Wurf die fehlende Zahl. Das ergibt folgende Kombinationen

1. Wurf		2. Wurf	Wahrscheinlichkeit
1. Würfel	2. Würfel		
1	1, 2, 4, 5 oder 6	3	$p = \frac{10}{36} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{108}$
3	2, 3, 4 oder 5	1 oder 6	$p = \frac{8}{36} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{108}$
6	1, 2, 4, 5 oder 6	3	$p = \frac{10}{36} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{108}$

3. Ich würfele im 1. Wurf keine 1, 3 oder 6 und im 2. Wurf die benötigten Zahlen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist $p=\frac{9}{36}\cdot\frac{4}{36}=\frac{1}{36}$

Dies ergibt in Summe

$$p_B = \frac{4}{36} + \frac{5}{108} + \frac{8}{108} + \frac{5}{108} + \frac{1}{36} = \frac{33}{108} = \frac{11}{36}$$

Damit sind beide Varianten gleich wahrscheinlich!