# Skaitmeninių filtrų tyrimas

#### 1 Tikslas

Išmokti įgyvendinti ir tirti skaitmeninių filtrų sistemą sprendžiant elektrokardiografinių signalų apdorojimo problemą.

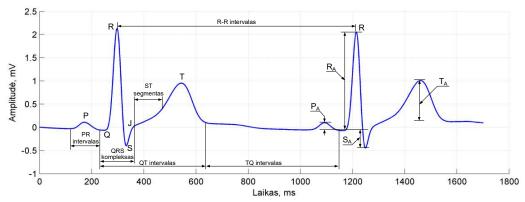
### 2 Užduotis

Laboratorinio darbo užduotis – suprojektuoti skaitmeninius filtrus ir jais apdoroti elektrokardiogramos signalus.

## 3 Laboratorinio darbo scenarijus

#### 3.1 Problema

Elektrokardiograma (EKG) – neinvaziniu būdu užregistruotas širdies ląstelių sukurtas suminis elektrinio lauko potencialo kitimas laike, atspindintis širdies laidžiosios sistemos elektrinį aktyvumą [1, 2]. Kiekvienas širdies susitraukimas elektrokardiogramoje pasireiškia įvairios formos ir trukmės bangelėmis (žr. 1 pav.), nešančiomis diagnostinę informaciją apie širdies veiklą.



1 pav. Pagrindiniai EKG signalo laikiniai ir amplitudiniai parametrai.

Kūno paviršiuje užregistruoto EKG signalo maksimali amplitudė dažniausiai neviršija 2–3 mV, o registravimo įranga dažnių juostą įprastai apriboja intervale 0,05–100 Hz. EKG signalai, ypač registruojami ambulatorinėmis sąlygomis (pvz. namuose), būna užteršti įvairaus pobūdžio triukšmais ir trikdžiais [3]. Triukšmų ir trikdžių šaltiniai gali būti:

- a) pramoninio įtampos tinklo 50 Hz dedamoji (taip pat kartotinės harmonikos);
- b) elektrody kontakty triukšmai ir elektrody kontakto praradimas;
- c) elektromagnetiniai kitų elektroninių prietaisų skleidžiami triukšmai (dažniausiai aukštų dažnių);
- d) fiziologiniai trikdžiai:
  - bazinės linijos dreifas dėl kvėpavimo ir prakaitavimo (0,15–0,3 Hz, dažniausiai < 1 Hz);
  - elektromiografiniai artefaktai dėl raumenų veiklos (2–500 Hz).

Projektuojant elektrokardiografus svarbiausia EKG signale kiek įmanoma prislopinti aukštųjų dažnių, pramoninio įtampos tinklo ir bazinės linijos dreifo dedamąsias. Aukštųjų dažnių trikdžiams šalinti įprastai naudojami nedidelės eilės (keliolika ar keliasdešimt filtro koeficientų) skaitmeniniai ribotos impulsinės reakcijos (RIR) filtrai apribojantys EKG juostą 0-100 Hz dažnių diapazone. Šiame darbe aukštųjų dažnių trikdžiams šalinti naudosime 13 eilės lygiabangį RIR filtrą (4 pav. 1 blokas).

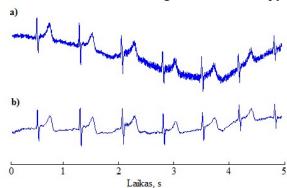
Bazinės linijos dreifas ir kiti žemųjų dažnių trikdžiai iškraipo EKG izoelektrinę liniją, todėl tampa sudėtinga interpretuoti elektrokardiogramą. Bazinės linijos dreifo dažnių juosta persidengia su žemiausiųjų dažnių EKG signalo spektru, kuriame slypi svarbi informacija apie širdies išeminės ligos laipsnį (ST

segmentas). Daugiakanaliams elektrokardiografams skirtas tarptautinis standartas 60601-2-51 [4] aprašo bazinės linijos dreifui pašalinti skirtam filtrui keliamus reikalavimus: pjūvio dažnį, dažnių juostos plotį, tačiau neatsako į klausimą kaip tą filtrą parinkti ar projektuoti. Siekiant, kad EKG registruojantis prietaisas tenkintų tarptautinio standarto 60601-2-51 reikalavimus, bazinės linijos varijavimui pašalinti reikia naudoti siauros pereinamosios juostos filtrus, kurie darytų kuo mažesnę įtaką ST segmento morfologijai (žr. 1 pav.).

## 3.2 Laboratorinio darbo vykdymo esminiai principai

Šiame darbe, EKG bazinės linijos varijavimui ir tinklo dažnio trukdžiui bei jo kartotinėms harmonikoms pašalinti naudosime neribotos impulsinės reakcijos (NIR) šukų tipo filtrą (4 pav. 2 blokas). NIR filtras, lyginant su RIR filtru, leidžia sumažinti filtro eilę, o tuo pačiu ir matematinių operacijų skaičių, tačiau pasižymi netiesine fazės charakteristika, todėl neteisingai suprojektuotas NIR filtras gali įnešti žymių EKG morfologijos iškraipymų. Tai ypač aktualu eliminuojant žemiausiųjų dažnių signalo dedamąsias, kadangi taip gali būti prarandama svarbi klinikinė informacija – iškraipoma ST segmento forma, o tai apsunkintų išeminės ligos interpretavimo galimybes.

Svarbu įsidėmėti, kad nors skaitmeninių filtrų galimybės leidžia visiškai eliminuoti minėtų dedamųjų įtaką EKG signale, visgi, projektuojant skaitmeninį filtrą būtina lygiagrečiai stebėti, ar suprojektuotas filtras neiškraipo EKG signalo formos. Pavyzdžiui, 2 paveiksle matome, kad nors po apdorojimo EKG signale lieka bazinės linijos dreifo dedamosios dalis, tačiau EKG signalas nėra iškraipytas.



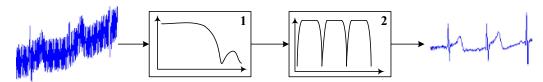
2 pav. EKG signalas a) prieš ir b) po apdorojimo skaitmeniniais filtrais.

Priešinga situacija stebima 3 b paveiksle, kur dėl pernelyg aukšto filtro pjūvio dažnio EKG signale atsirado žemųjų ir aukštųjų dažnių dedamųjų, kurių nebuvo prieš apdorojimą (3 a pav.). Šios dedamosios gali lemti klaidingą diagnozę, pavyzdžiui, 3 b paveiksle po QRS komplekso matomi aukšto dažnio virpuliukai ST segmente gali būti klaidingai interpretuoti kaip skilvelių vėlyvieji potencialai ir palaikyti gyvybei pavojingos ligos ženklais.



**3 pav.** EKG signalas po apdorojimo skaitmeniniu aukštųjų dažnių filtru: a) tinkamai parinktos filtro charakteristikos, b) dėl netinkamai parinktų filtro charakteristikų atsiradę signalo iškraipymai.

Apibendrinta laboratorinio darbo schema pateikta 4 paveiksle. Filtrų sistemą sudaro du nuosekliai sujungti skaitmeniniai filtrai: žemųjų dažnių RIR filtras (1 blokas) ir šukų tipo NIR filtras (2 blokas). Į sistemos įėjimą paduodamas triukšmais ir trikdžiais užterštas EKG signalas, o sistemos išėjime gaunamas signalas su prislopintomis nepageidaujamomis dedamosiomis.

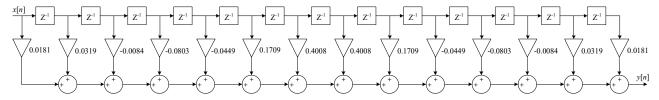


4 pav. EKG signalo apdorojimo schema.

Neapdorotus EKG signalus gausite parsisiuntę failą *signalai.rar*, kuriame yra 80 EKG signalų, diskretizuotų 500 Hz diskretizavimo dažniu, kurių trukmė 11 s (filtrai pasižymi pereinamaisiais procesais, todėl vaizduodami signalus pirmosios sekundės nerodykite). Pasirinktam EKG signalui nuskaityti naudokite Matlab funkciją load ('EKG\_nr'), kur nr – jūsų pasirinkto EKG signalo numeris. Ataskaitoje iliustracijas pateikite su tokiu EKG signalu, kuris geriausiai atspindėtų jūsų suprojektuotų filtrų savybę pašalinti nepageidaujamas dedamąsias.

### 3.3 Skaitmeninio RIR filtro įgyvendinimas ir tyrimas

Kaip jau minėta, šiame darbe EKG signalo dažnių juostai apriboti bus naudojamas skaitmeninis RIR filtras, kurio paskirtis prislopinti aukštųjų dažnių trikdžius (žemųjų dažnių filtras).



**5 pav.** Žemųjų dažnių RIR filtro struktūrinė schema. Čia x[n] – jūsų pasirinktas skaitmeniniais filtrais neapdorotas EKG signalas, y[n] – EKG signalas žemųjų dažnių filtro išėjime.

- 1. Remdamiesi žemųjų dažnių filtro struktūrine schema (5 pav.) raskite filtro koeficientus ir apdorokite jūsų pasirinktą EKG signalą naudodami Matlab funkciją filter (b, a, x).
  - 2. Naudodami funkciją impz (b, a) raskite filtro impulsinę charakteristiką.
- 3. Naudodami funkciją freqz (b, a, n, fd) raskite filtro amplitudės ir fazės dažnines charakteristikas. Čia n vaizduojamų taškų skaičius (rekomenduojama >10000). Analizuodami gautą amplitudės dažninę charakteristiką:
  - a) raskite filtro pjūvio dažnį;
  - b) raskite maksimalų filtro pralaidumo juostos bangavimą ir minimalų slopinimą filtro slopinimų dažnių juostoje;
    - c) aptarkite, kokia itaka EKG signalui turės suprojektuoto filtro pralaidumo juostos bangavimas.
  - 4. Naudodami funkciją zplane (b, a) pavaizduokite filtro polių ir nulių diagramą.
- **5.** Pavaizduokite EKG signalą laiko ir dažnių srityse prieš ir po apdorojimo. Įvertinkite, kaip pasikeitė EKG signalas laiko ir dažnių srityse po apdorojimo.

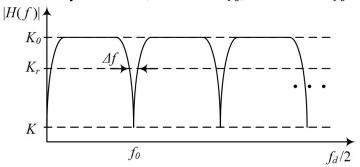
#### Ataskaitoje pateikite:

- a) Filtro skirtuminę lygtį.
- b) Filtro impulsinę charakteristiką.
- c) Filtro amplitudės ir fazės dažnines charakteristikas.

- d) Filtro polių ir nulių diagramą.
- e) Filtro pjūvio dažnį.
- f) Maksimalų filtro pralaidumo juostos bangavimą (dB).
- g) Minimalų slopinimą filtro slopinimų dažnių juostoje (dB).
- h) EKG signalo vaizdą laiko ir dažnių srityse prieš ir po apdorojimo.

## 3.4 Skaitmeninio NIR filtro įgyvendimas ir tyrimas

Šiame darbe skaitmeninis šukų tipo NIR filtras [5] bus taikomas atlikti dvejoms užduotims – pašalinti bazinės linijos dreifą bei pramoninio įtampos tinklo dedamąją, įskaitant ir jos kartotinės harmonikas. Šukų tipo filtrą galima įsivaizduoti kaip užtvarinį filtrą, tačiau su dažniui  $f_0$  kartotinėmis amplitudės dažninės charakteristikos išpjovomis (žr. 6 pav.). Šukų tipo filtras slopina dažnius  $k\frac{f_d}{N}$ , kur k yra sveikas skaičius nuo 0 iki N-1, o N – išpjovų skaičius dažninėje charakteristikoje. Dažninėje charakteristikoje matome (6 pav.), kad pirmasis slopinimo maksimumas yra ties 0 Hz, antrasis ties  $f_0$ , trečiasis ties  $2f_0$  ir t.t.



6 pav. Šukų tipo NIR filtro amplitudės dažninė charakteristika.

Šukų tipo filtras yra apibūdinamas parametrais  $f_0$ ,  $\Delta f$ ,  $K_0$ ,  $K_r$ , K (žr. 6 pav.). Parametru  $\Delta f$  parenkamas slopinamų dažnių juostos (išpjovos) plotis hercais -3 dB lygyje. Svarbu atkreipti dėmesį, kad nuo  $\Delta f$  parinkimo taip pat priklausys pirmosios išpjovos, kuri slopina žemiausius EKG signalo dažnius, plotis. Parametru  $f_0$  užduodamas dažnis, kurį pageidaujama prislopinti. Parametru  $K_0$  nustatomas signalo stiprinimas filtro praleidžiamų dažnių juostoje. Įprastai pageidautina, kad signalas praleidžiamų dažnių juostoje būtų nei stiprinimas nei slopinamas, todėl  $K_0=1$ . Parametru K užduodamas slopinimas ties dažniu  $kf_0$ , kur k yra sveikas skaičius nuo 0 iki N-1. K gali būti randamas remiantis išraiška:

$$K = K_0 \cdot 10^{-\frac{S}{20}},\tag{1}$$

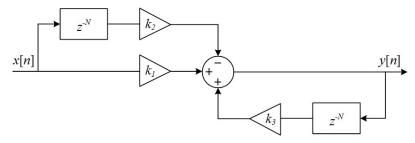
čia *S* – pageidaujamas slopinimas (dB) išpjovos centre.

Parametru  $K_r$  nustatomas amplitudės dažninės charakteristikos lygis, ties kuriuo vertinamas dažnių juostos plotis  $\Delta f$ .  $K_r$  gali būti randamas remiantis išraiška:

$$K_r = K_0 \cdot 10^{-\frac{L}{20}}. (2)$$

Filtro pjūvio dažniu laikysime amplitudės dažninės charakteristikos dažnį, ties kuriuo signalo amplitudė sumažėja iki  $1/\sqrt{2}$  pradinės amplitudės, o tai atitinka L=3 dB.

Darbe naudojamo šukų tipo NIR filtro struktūrinė schema pavaizduota 7 paveiksle. Matome, kad filtras naudoja N atskaitų suvėlintas įėjimo ir išėjimo atskaitas, o filtrui įgyvendinti pakanka tik trijų daugybos ir sudėties operacijų.



7 pav. Šukų tipo NIR filtro struktūrinė schema.

Projektuodami šukų tipo filtrą atlikite šiuos veiksmus:

- 1. Parinkite parametrus  $f_0$  ir  $\Delta f$ . Dažnis  $f_0$  turi atitikti pramoninio įtampos tinklo dažnį. Slopinamų dažnių juostos plotį  $\Delta f$  parinksite iteraciniu būdu stebėdami, ar jūsų filtras gerai pašalina pramoninio įtampos tinklo dažnio dedamąją ir jo kartotines harmonikas. Tuo pačiu, naudodamiesi 3 paveiksle pateiktu pavyzdžiu, įvertinkite, ar filtras neįneša EKG formos iškraipymų. Pradine parametro  $\Delta f$  reikšme galite laikyti 1 Hz.
- 2. Raskite dažninę charakteristiką apibūdinančius parametrus K ir  $K_r$ . Išpjovos centre signalas turėtų būti slopinamas ne mažiau nei 100 kartų. Atkreipkite dėmesį, kad išraiškoje (1) S turi būti išreikštas decibelais.
- **3.** Raskite dažninės charakteristikos išpjovų skaičių N. Išpjovų skaičius randamas diskretizavimo dažnį  $(f_d)$  padalinus iš pageidaujamo slopinti dažnio  $(f_0)$ :

$$N = \frac{f_d}{f_0}. (3)$$

**4.** Raskite 7 pav. pateikto filtro koeficientus  $k_1$ ,  $k_2$ , ir  $k_3$ :

$$k_1 = \frac{K_0 + K\beta}{1 + \beta},\tag{4}$$

$$k_2 = \frac{K_0 - K\beta}{1 + \beta},\tag{5}$$

$$k_3 = \frac{1 - \beta}{1 + \beta'} \tag{6}$$

kur  $\beta$  apskaičiuojamas pagal:

$$\beta = \sqrt{\frac{K_r^2 - K_0^2}{K^2 - K_r^2}} \cdot \tan\left(\frac{N\pi \cdot \Delta f}{2f_d}\right). \tag{7}$$

- 5. Remdamiesi 7 paveiksle pateikta filtro struktūrine schema užrašykite filtro perdavimo funkciją H(z).
- 6. Radę filtro koeficientus nufiltruokite 3.3 užduotyje žemųjų dažnių filtru apdorotą EKG signalą.
- 7. Raskite filtro impulsinę charakteristiką.
- 8. Raskite filtro amplitudės ir fazės dažnines charakteristikas.
- 9. Pavaizduokite filtro poliu ir nuliu diagrama.
- **10.** Pavaizduokite EKG signalą laiko ir dažnių srityse prieš ir po apdorojimo. Kokių dažnių signalo dedamąsias pašalino jūsų suprojektuotas filtras?

#### Ataskaitoje pateikite:

- a) Filtro perdavimo funkciją.
- **b)** Filtro skirtuminę lygtį.
- c) Filtro impulsinę charakteristiką.
- d) Filtro amplitudės ir fazės dažninę charakteristiką.
- e) Filtro polių ir nulių diagramą.
- f) Parinktą slopinamų dažnių juostos plotį  $\Delta f$  ir slopinimą išpjovos centre S.
- g) EKG signalo vaizdą laiko ir dažnių srityse prieš ir po apdorojimo.

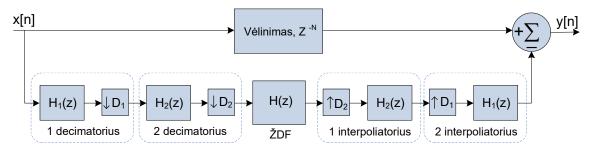
# 4 Papildoma užduotis

# 4.1 Motyvacija

Šukų tipo filtras nėra efektyvus šalinant bazinės linijos dreifą –jo perdavimo funkcijos amplitudžių dažninės charakteristikos pereinamoji juosta palyginti plati, fazės dažninė charakteristika netiesinė. Šią problemą galima spręsti, vietoje šukų tipo NIR filtro panaudojant aukštos eilės skaitmeninį aukštųjų dažnių RIR filtrą. Tradiciniu būdu (pavyzdžiui, langų metodu) suprojektuotas siauros pereinamosios juostos ir pakankamą slopinimą turintis skaitmeninis RIR filtras turės daug koeficientų (~2000), todėl filtravimo operacijai atlikti reikės daug matematinių operacijų. Įgyvendinant tokį filtrą EKG registratoriuje, matematinius skaičiavimus atliekantis mikrovaldiklis bus visą laiką užimtas skaičiavimais, vartos didesnę srovę ir greičiau išeikvos registratoriaus bateriją. Matematinių skaičiavimų kiekį galima sumažinti įgyvendinus daugiaspartį RIR filtrą (angl. multirate FIR filter). Daugiaspartis RIR filtras pasižymi kur kas mažesne filtro eile, todėl jo panaudojimas leidžia sumažinti atliekamų matematinių operacijų skaičių.

## 4.2 Daugiasparčio RIR filtro igyvendinimas

Paveiksle (8 pav.) pateikta daugiasparčio RIR filtro struktūra, susidedanti iš dviejų nuosekliai sujungtų decimatorių, pagrindinio žemųjų dažnių filtro ir dviejų interpoliatorių. Šis filtras veikia žemųjų dažnių filtro režimu, todėl jį reikia transformuoti į aukštųjų dažnių filtrą iš N atskaitų suvėlinto EKG signalo atimant iš signalo išskirtą žemųjų dažnių dedamąją.



8 pav. Daugiasparčio RIR filtro struktūra. Čia ŽDF – žemuju dažnių filtras

Daugaspartis filtras mažina įėjimo signalo diskretizavimo dažnį, tačiau išėjime signalas gražinamas dažniu, lygiu pradiniam diskretizavimo dažniui. Mažesnis diskretizavimo dažnis leidžia atlikti filtravimo operaciją mažesnėmis skaičiavimų sąnaudomis. Dažnio sumažinimas M kartų vadinamas decimacija, o dažnio padidinimas L kartų – interpoliacija. Siekiant išvengti signal iškraipymų dėl spektro atspindžių, prieš decimacijos operaciją įėjimo signalas praleidžiamas pro žemųjų dažnių filtrą, kurio pjūvio dažnis turi būti:

$$f_p < \frac{f_d}{2M} \,. \tag{8}$$

Daugiasparčio RIR filtro spektro atspindžius šalinantys filtrai  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$  turi būti suprojektuoti atitinkamai pradiniam ir sumažintam signalo diskretizavimo dažniams. Rekomenduojama atitinkamoms pakopoms suprojektuoti vienodų parametrų atspindžius šalinančius filtrus. Filtrų H(z),  $H_1(z)$  ir  $H_2(z)$  slopinimas slopinimo juostoje turi būti bent -50 dB.

Decimacijos koeficientas parenkamas toks, kad diskretizavimo dažnio ir koeficiento M dalybos rezultatas būtų sveikas skaičius. Interpoliacijos operacija vykdoma įterpiant tarp esamų signalo atskaitų L nulių ir nufiltruojant gautą signalą žemųjų dažnių filtru, kurio pjūvio dažnis lygus aprašytame (8) formulėje. Optimalus decimacijos ir interpoliacijos koeficientas M parenkamas pagal:

$$(f_{sl}^2 - f_{pr}^2)M^3 - (f_{sl} + f_{pr})^2 M^2 + 2f_d (f_{sl} + f_{pr})M - f_d^2 = 0,$$
(9)

čia  $f_{sl}$  – projektuojamo žemųjų dažnių filtro slopinimo juostos ribinis dažnis (pvz. 1 Hz),  $f_{pr}$  – pralaidumo juostos ribinis dažnis (pvz. 0,3 Hz),  $f_d$  – diskretizavimo dažnis.

Pagal AHA (American Heart Association) reikalavimus, ambulatoriniu būdu užregistruotos EKG apdorojimo aukštųjų dažnių filtro pjūvio dažnis neturėtų viršyti 0,67 Hz, todėl į tai turi būti atsižvelgta parenkant optimalų dažnio sumažinimo koeficientą M. Reikia atkreipti dėmesį į tai, kad  $f_d/M$  dalmuo turi būti sveikas skaičius.

Pirmojo iš dviejų nuosekliai sujungtų decimatorių optimalus decimacijos koeficientas yra

$$D_{1,opt} \approx \frac{2M(1 - \sqrt{MF/(2 - F)})}{2 - F(M + 1)},\tag{10}$$

čia F – filtro pereinamosios juostos pločio ir slopinimo juostos ribinio dažnio  $f_{sl}$  santykis:

$$F = \frac{f_{sl} - f_{pr}}{f_{sl}}. ag{11}$$

Nuosekliai sujungtų decimatorių  $D_1$  ir  $D_2$  sandaugos rezultatas yra lygus decimacijos koeficientui M

$$M = D_1 \cdot D_2, \tag{12}$$

todėl antrojo decimatoriaus  $D_2$  diskretizavimo dažnio sumažinimo koeficientas bus

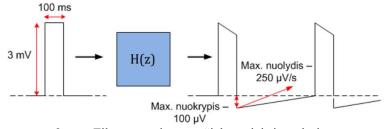
$$D_{2,opt} = \frac{M}{D_{lopt}}. (12)$$

 $D_1$  ir  $D_2$  koeficientų sandauga turi buti lygi sveikam skaičiui M, todėl reikia parinkti artimiausius dauginamuosius, tenkinančius šį reikalavimą.

Daugiau informacijos apie tai, kaip projektuoti daugiasparti filtra galite rasti šaltinyje [6].

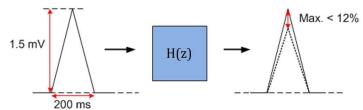
# 4.3 Elektrokardiogramos apdorojimo filtrų testavimas

EN 60601-2-51 standarte [4] pateikiamos elektrokardiografų testavimo metodikos remiasi elektrokardiografų reakcijos į registruojamus stačiakampius ir trikampius impulsus vertinimu. Testuojant pirmuoju atveju, į EKG registratoriaus įėjimą yra paduodami 3 mV amplitudės, 100 ms trukmės stačiakampiai impulsai (žr. 9 pav.). Elektrokardiografo išėjime stebimas nuokrypis nuo izoelektrinės linijos negali viršyti 100 μV, o iškraipymo nuolydis neturėtų būti didesnis nei 250 μV/s.



9 pav. Filtro testavimas stačiakampiais impulsais.

Antrasis testas naudojamas vertinant EKG registratorių kokybę ir tinkamumą diagnostiniams tikslams. Testas remiasi registratoriaus reakcijos į 1,5 mV, 200 ms trukmės trikampius impulsus matavimu (žr. 10 pav.). Trikampių impulsų testas įvertina elektrokardiografo filtrų įtaką QRS komplekso amplitudės sumažėjimui. Standartas nurodo, kad išėjimo impulso amplitudė neturėtų sumažėti daugiau nei 12% lyginant su įėjimo impulso amplitude.



10 pav. Filtro testavimas trikampiais impulsais.

Remiantis šiais testais, palyginkite šukų tipo ir daugiaspartį filtrą.

# 5 Ataskaitoje pateikite

Ataskaita turi būti pateikta dviejų stulpelių formatu pagal Moodle sistemoje pridėtą ataskaitos pavyzdį. Ataskaitos apimtis neturi viršyti 4 puslapių be priedų. Pateikiamos iliustracijos turi būti su ašių pavadinimais, sunumeruotos vientisa numeracija bei su iliustracijų paaiškinimais. Visi rezultatai ir iliustracijos turi būti aptarti. Iliustracijų pateikimas be individualaus aptarimo netenka prasmės. Priede pateikite programos tekstą.

#### 6 Literatūra

- 1. Malmivuo J., Plonsey R. Bioelectromagnestism. [žiurėta 2018 m. spalio 2 d.]. Prieiga internete: http://www.bem.fi/book/
- 2. Kopustinskas, A.; Kopustinskienė, G. Biofizika. Technologija. 2009, p. 79-84.
- 3. Sörnmo L., Laguna P. Bioelectrical Signal Processing in Cardiac and Neurological Applications. Academic Press. 2005, p. 688.
- 4. Tarptautinis standartas EN 60601-2-51. 2003.
- 5. Orfanidis S. J. Introduction to Signal Processing. [žiurėta 2018 m. spalio 2 d.]. Prieiga internete: http://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/intro2sp/
- 6. Milic L. Multirate Filtering for Digital Signal Processing: MATLAB Applications. IGI Global, 2009, p. 414. [žiurėta 2018 m. spalio 2 d.]. Prieiga internete: http://firasaboulatif.free.fr/index\_files/gaidaa%20book/Digital%20Signal%20Processing/Multirate% 20Filtering.pdf