

# Adaptyviųjų filtrų tyrimas

## 1 Tikslas

Išmokyti įgyvendinti ir tirti adaptyvius filtrus.

## 2 Užduotis

Laboratorinio darbo užduotis – adaptyviųjų filtrų pagalba prislopinti lėktuvo variklio triukšmo dedamąją piloto kalbos signalą.

## 3 Laboratorinio darbo scenarijus

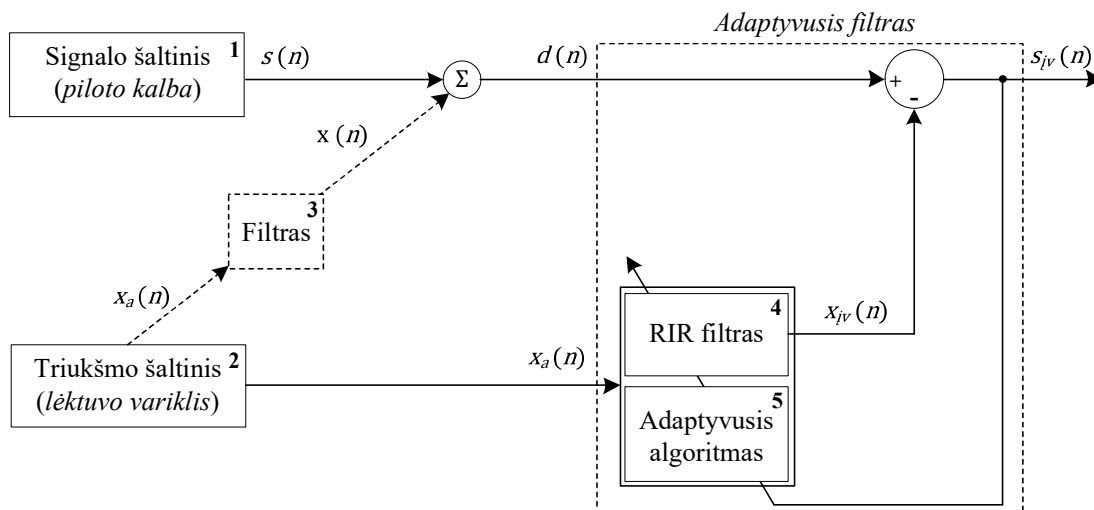
### 3.1 Problema

Ankstesniuose laboratoriniuose darbuose nagrinėti skaitmeniniai filtrai su **pastoviais koeficientais** yra tinkami, kai signalo ir **triukšmo charakteristikos mažai kinta laike**. Tokie filtrai projektuojami atsižvelgiant į iš anksto žinomą signalo ir triukšmo spektrinę sudėtį. Tačiau jei signalo ir triukšmo charakteristikos laike kinta, ir/arba signalo ir triukšmo spektrai yra persidengę, **filtrai su pastoviais koeficientais tampa neefektyvūs ir atskirti du signalus tampa neįmanoma**. Tokiais atvejais naudojami adaptyvieji filtrai, kurie prisitaiko prie kintančių triukšmo charakteristikų adaptuodami filtro koeficientus taip, kad jie duotuoju laiko momentu būtų optimalūs. Kitais žodžiais tariant, filtro perdavimo charakteristika (filtro koeficientai) keičiasi kartu su signalo bei triukšmo charakteristikomis. Šiame darbe įgyvendinsime ir tirsime paprasčiausią **adaptyviojo filtro atvejį panaudodami mažiausių vidutinių kvadratų (MVK) algoritmą ir skaitmeninį ribotos impulsinės reakcijos (RIR) filtrą**, kurio koeficientai ir bus adaptuojami (žr. 1 pav.). Glaustai apie adaptyvius filtrus galite perskaityti knygoje [1, 2], o išsamiai adaptyvieji filtrai nagrinėjami vadovėliuose [3, 4].

Laboratoriniame darbe bus sprendžiama į lėktuvo piloto mikrofoną patenkančio variklio garso slopinimo problema. Piloto kabinoje esantis mikrofonas priima piloto kalbos ir lėktuvo variklio skleidžiamo triukšmo signalus, todėl nesiimant priemonių triukšmui pašalinti, lėktuvo keleiviams būtų sudėtinga suprasti piloto kalbą.

### 3.2 Laboratorinio darbo vykdymo esminiai principai

Laboratorinio darbo schemoje (1 pav.) matyti, kad adaptyvusis filtras turi du įėjimus ir vieną išėjimą. Į vieną įėjimą patenka piloto kalbos  $s(n)$  ir variklio triukšmo  $x(n)$  sudėtinis signalas  $d(n)$ . Signalą  $d(n)$  vadinsime lėktuvo kabinos garsų signalu. Į kitą, atraminį įėjimą, patenka variklio triukšmo signalas  $x_a(n)$ . Variklio triukšmo signalas turi būti registruojamas toje vietoje, kurioje nebūtų pašalinių garsų, o ypačingai – piloto kalbos. Reikia atkreipti dėmesį, kad signalai  $x(n)$  ir  $x_a(n)$  yra tarpusavyje koreliuoti, tačiau nevienodi, t.y. į piloto mikrofoną patenkantis variklio garso signalas būna pakitęs dėl perėjimo per kabinos sienas, kurias galima įsivaizduoti kaip tam tikrą filtrą (blokas 3). Adaptyvusis algoritmas (blokas 5) kas kartą turi taip parinkti skaitmeninio filtro koeficientus (blokas 4), kad triukšmo įvertio signalas  $x_{iv}(n)$  taptų kuo panašesnis į triukšmo dedamąją, registruojamą kartu su piloto kalbos signalu. Tuomet iš kabinos mikrofono užregistruoto signalo  $d(n)$  atėmus triukšmo įvertio signalą  $x_{iv}(n)$ , gaunamas piloto kalbos signalo įvertis  $s_{iv}(n)$ . Idealiu atveju, adaptyviuoju filtru išskirto piloto kalbos signalo įvertis turėtų būti identiškas triukšmų nepaveiktam piloto kalbos signalui  $s(n)$ .



**1 pav.** Mažiausių vidutinių kvadratų adaptinio filtro schema piloto kalbos signalui išskirti

Adaptivusis filtras adaptuoja koeficientus tokiu būdu, kad klaida tarp tikrojo piloto kalbos signalo  $s(n)$  ir jo įvertio  $s_{iv}(n)$  būtų minimali. Adaptinio algoritmo konvergavimo sparta ir stabilumas apsprendžiamas adaptacijos žingsniu  $\mu$ . Adaptacijos žingsnis įprastai parenkamas iš intervalo  $0 < \mu \ll 1$ . Reikia pažymėti, kad didesnė adaptacijos žingsnio  $\mu$  vertė leidžia greičiau adaptuoti skaitmeninio filtro koeficientus prie pasikeitusių signalo charakteristikų, tačiau parinktus per didelę  $\mu$  vertę, algoritmas gali tapti nestabilus. Optimalaus adaptacijos žingsnio parinkimas yra pagrindinė MVK adaptyviųjų filtrų problema, nes net parinkus sąlyginai mažą adaptacijos žingsnio vertę ( $\mu \ll 1$ ), išlieka grėsmė, kad filtras taps nestabilus išaugus signalo amplitudei. Problemai spręsti buvo pasiūlytas kintamo adaptacijos žingsnio MVK algoritmas, žinomas normalizuoto MVK algoritmo vardu (NMVK). NMVK algoritmas adaptacijos žingsnį normalizuoja pagal kintančią atraminio signalo energiją. Be to, kintamas adaptacijos žingsnis leidžia padidinti koeficientų konvergavimo greitį.

Laboratoriniam darbui atlikti reikalingus signalus gausite parsisiuntę failą **lab3\_signalai.mat**, kuriame yra trys 22 sek. trukmės signalai, diskretizuoti 8000 Hz diskretizavimo dažniu. Signalas `pilotoSig` 1 pav. pavaizduotoje schemeje atitinka signalą  $s(n)$ , `kabinosSig` –  $d(n)$ , `variklioSig` –  $x_a(n)$ . **Atkreipkite dėmesį**, kad jūsų pirminis uždavinys yra iš piloto kabinoje užregistruoto signalo `kabinosSig` pašalinti nežinomą variklio triukšmo dedamąją pasitelkiant atraminį variklio triukšmo signalą `variklioSig`. Signalas `pilotoSig` bus reikalingas įvertinant adaptinio filtro gebėjimą prislopinti nepageidaujamą variklio triukšmo dedamąją piloto kalbos signalą. **Realiu atveju, signalo `pilotoSig` neturėtumėte**, kadangi kabinoje užregistruotas signalas jau būtų užterštas variklio triukšmu.

### 3.3 Signalų vaizdinė ir garsinė analizė

Norėdami geriau susipažinti su sprendžiama problema atlikite tokius veiksmus:

1. Pavaizduokite signalus laiko ir dažnių srityse. Ar atskirų signalų spektrai yra persidengę?
2. Naudodami funkciją `sound()` išveskite signalus į garsiakalbį.

### 3.4 Mažiausių vidutinių kvadratų adaptinio algoritmo įgyvendinimas

3. Algoritmo inicializacija.

- a) Parinkite pradines adaptinio filtro parametrų vertes – skaitmeninio filtro eilę  $M$  ir adaptacijos žingsnį  $\mu$ . Pradinę filtro eilę rekomenduojama rinktis iš intervalo  $10 < M < 25$ . Optimalias parametrų vertes rasite kitame etape (3.5 punktas).

- b) Inicializuokite pradinius filtro koeficientus. Filtro koeficientų vektoriaus narių skaičius atitinka filtro eilę. Pradinius filtro koeficientus patogiau prilyginti 0:

$$\mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T. \quad (1)$$

- c) Inicializuokite atraminio įėjimo signalo vektorių. Atraminio įėjimo signalo vektoriaus narių skaičius atitinka filtro eilę. Pradinį atraminio įėjimo signalo vektorių taip pat gali sudaryti nuliai:

$$\mathbf{x}_a(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T. \quad (2)$$

Atkreipkite dėmesį, kad adaptyvusis filtras veikia apdorojamas informaciją vektoriuose (vektorius žymimas pajuodintu šriftu). Ženklas  $^T$  nurodo, kad vektorius yra transponuotas (paverstas vertikaliai).

4. Algoritmo įgyvendinimas. Algoritmas turi būti cikliškai kartojamas kiekvienai  $n$ -ajai atskaitai nuo  $n = 1$  iki  $N$ , kur  $N$  – apdorojamo signalo ilgis. Ciklui įgyvendinti naudokite Matlab komandą `for...end`. Sekančiuose punktuose aprašyti veiksmai turi būti atliekami `for...end` ciklo viduje.

- a) Sudarykite atraminio įėjimo signalo vektorių  $\mathbf{x}_a(n)$ . Vektorius turi būti sudarytas iš dabartinės signalo atskaitos  $n$  ir prieš tai buvusių signalo verčių. Atraminio įėjimo signalo vektoriaus narių skaičius atitinka filtro eilę  $M$ :

$$\mathbf{x}_a(n) = [x_a(n), x_a(n-1), x_a(n-2), \dots, x_a(n-M+1)]^T. \quad (3)$$

Išraiškoje (3) aprašytas atraminio įėjimo signalo vektorius kiekvienai naujai atskaitai yra atnaujinamas perstumiant vektoriaus narius per vieną vietą į dešinę, kad naujausia atskaita būtų įrašoma į vektoriaus pirmojo nario vietą  $x_a(1)$ , o vėliausioji būtų pašalinta. Atraminio įėjimo signalo vektoriaus ciklinį atnaujinimą galima įgyvendinti ciklinio buferio pagalba, naudojant Matlab komandą `circshift(A, k)`, kur  $A$  – vektorius,  $k$  – perstūmimo dydis. Cikliniam buferiui įgyvendinti galite naudoti žemiau pateiktą programos fragmentą:

```
xa = circshift(xa,1);
xa(1) = variklioSig(n);
```

- b) Variklio triukšmo signalo įvertis  $n$ -ajai atskaitai randamas atraminio įėjimo signalo vektorių nufiltravus koeficientais  $\mathbf{w}(n)$ :

$$x_{iv}(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}_a(n). \quad (4)$$

- c) Piloto kalbos signalo įvertis randamas iš kabinoje užregistruoto signalo atėmus variklio garso įverčio signalą:

$$s_{iv}(n) = d(n) - x_{iv}(n). \quad (5)$$

- d) Skaitmeninio filtro koeficientai  $\mathbf{w}(n+1)$ , kurie bus naudojami diskretinio laiko momentu  $n+1$  yra atnaujinami pagal išraišką:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu \cdot s_{iv}(n) \mathbf{x}_a(n) \quad (6)$$

- e) Sukurkite MVK adaptatyviojo algoritmo Matlab funkciją. Galimi funkcijos įėjimai – skaitmeninio filtro eilė  $M$ , adaptacijos žingsnis  $\mu$ , atraminis įėjimo signalas  $x_a(n)$  ir piloto kabinoje užregistruotas signalas  $d(n)$ . Galimas funkcijos išėjimas – piloto kalbos signalo įvertis  $s_{iv}(n)$ .
5. Įgyvendintu adaptatyviuoju filtru nufiltruokite kabinos signalą  $d(n)$  ir gautą piloto kalbos įverčio signalą  $s_{iv}(n)$  išveskite į garsiakalbį. Ar sumažėjo triukšmo lygis lyginant su signalu  $d(n)$ ?

### 3.5 Mažiausių vidutinių kvadratų adaptatyviojo algoritmo parametrų parinkimas

6. Raskite maksimalų adaptacijos žingsnį  $\mu$ . Maksimalų adaptacijos žingsnį parinkite eksperimentiškai, t.y. vis mažindami  $\mu$  vertę raskite tokią, prie kurios filtras taps stabilus. Apie filtro stabilumą spręskite stebėdami, ar signale  $s_{iv}(n)$  neatsiranda staigių signalo amplitudės padidėjimo momentų. Pradine maksimalia  $\mu$  verte galite laikyti 1. **Eksperimentuodami su adaptacijos žingsnio parametro verte filtro eilės nekeiskite!** Radę maksimalią adaptacijos žingsnio vertę  $\mu$ , ją užfiksuokite ir įvertinkite, ar filtro stabilumui įtaką daro filtro koeficientų skaičius  $M$ . Pavaizduokite signalą  $s_{iv}(n)$ , kai filtro eilė  $M$ ,  $M/2$  ir  $2M$ .
7. Raskite optimalų adaptacijos žingsnį  $\mu$  ir filtro koeficientų skaičių  $M$ . Optimalaus filtro koeficientų skaičiaus ir adaptacijos žingsnio parinkimas – labai svarbus adaptatyviojo filtro įgyvendinimo etapas, kurio metu parenkami tokie filtro parametrai, kad mažiausiomis energijos sąnaudomis (mažiausiu filtro koeficientų skaičiumi) norimas signalas būtų išskiriamas su mažiausia paklaida. Klaidos kriterijumi dažnai naudojamas vidutinės kvadratinės klaidos  $MSE$  (*angl. mean squared error*) įvertis, kuriuo įvertinama klaida tarp norimo signalo  $s(n)$  ir adaptatyviuoju filtru išskirto signalo įverčio  $s_{iv}(n)$ :

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left( s(n) - s_{iv}(n) \right)^2. \quad (7)$$

- a) Sukurkite Matlab funkciją vidutinei kvadratinei klaidai skaičiuoti. Funkcijos įėjimai – norimas signalas  $s(n)$  (šiuo atveju variklio triukšmu nepaveiktas piloto kalbos signalas `pilotoSig`) ir piloto kalbos signalo įvertis  $s_{iv}(n)$ , o išėjimas –  $MSE$  klaidos vertė.
- b) Pavaizduokite vidutinės kvadratinės klaidos  $MSE$  priklausomybes nuo adaptacijos žingsnio  $\mu$  ir filtro koeficientų skaičiaus  $M$ . Filtro koeficientų skaičių  $M$  galite keisti logaritminiu masteliu: 10, 20, 50, 100. Adaptacijos žingsnio  $\mu$  vertę galite keisti dėsniu 0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1. Kiekvienai įmanomai parametrų porai raskite klaidą  $MSE$ . Rezultatus glaustai pateikite vienoje iliustracijoje. X ašyje nurodykite filtro koeficientų skaičių  $M$ , Y ašyje – vidutinę kvadratinę klaidą  $MSE$ .
- c) Remiantis b) dalyje gautomis priklausomybėmis, raskite optimalią adaptacijos žingsnio ir filtro koeficientų skaičiaus porą, su kuria  $MSE$  gaunama mažiausia.
- d) Pavaizduokite adaptacijos greičio kreives ( $MSE$  priklausomybes nuo laiko) esant adaptacijos žingsnio vertėms  $\mu = 0.001$ ,  $\mu = 0.01$ ,  $\mu = 0.1$ .  $MSE$  galite skaičiuoti 10 ms ar ilgesniuose intervaluose.

### 3.6 Normalizuoto mažiausių vidutinių kvadratų adaptinio algoritmo įgyvendinimas

8. Įgyvendinkite normalizuotą mažiausių vidutinių kvadratų algoritmą. NMVK algoritmas yra įgyvendinamas analogiškai MVK algoritmui, tačiau skiriasi koeficientų adaptacijos principas. Adaptacijos koeficientas  $\mu$  yra normuojamas pagal atraminio įėjimo signalo vektoriaus energiją:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{\mu}{\mathbf{x}_a^T(n) \cdot \mathbf{x}_a(n)} \cdot s_{iv}(n) \mathbf{x}_a(n). \quad (8)$$

Filtrą įgyvendinkite naudodami 7c dalyje rastas optimalias adaptacijos žingsnio  $\mu$  ir filtro eilės  $M$  vertes.

9. Palyginkite piloto kalbos įverčio signalus, gautus adaptyviuoju MVK ir NMVK algoritmais. Kuriuo atveju  $MSE$  klaida gauta mažesnė? Paklause signalus įvertinkite, kuriuo algoritmu efektyviau slopinama variklio triukšmo dedamoji?
10. Matlab byloje (.mat) išsaugokite MVK ir NMVK algoritmais gautus piloto kalbos įverčio signalus ir atsiųskite juos kartu su ataskaita.

## 4 Papildoma užduotis

### 4.1 Motyvacija

MVK ir NMVK adaptyvūs algoritmai yra paprasčiau įgyvendinami, naudoja mažesnę matematinių operacijų skaičių, tačiau lėtai adaptuojasi, todėl gerai tinka tik stacionariems arba beveik stacionariems signalams filtruoti. Kur kas spartesniu konvergavimu pasižymi rekursinis mažiausių kvadratų (RMK) adaptyvusis algoritmas. Greitas RMK algoritmo konvergavimas pasiekiamas dėl koeficientų rekursijos, t.y. koeficientai, apskaičiuoti laiko momentu  $n-1$ , naudojami rasti koeficientus laiko momentu  $n$ . Deja, klasikinis adaptyvusis RMK algoritmas yra nestabilus, todėl reikalingi sprendimai, kurie leistų užtikrinti filtro stabilumą ilgajame laikotarpyje. RMK algoritmo stabilumui užtikrinti S. C. Douglas pasiūlė dekoreliuotą (angl. *pre-whitened*) RMK algoritmą [5].

### 4.2 Dekoreliuoto rekursinio mažiausių kvadratų algoritmo įgyvendinimas

Dekoreliuotas RMK algoritmas inicializuojamas sudarius inversinę koreliacijos matricą:

$$\mathbf{P}(0) = \delta^{-1} \cdot \mathbf{I}, \quad (9)$$

čia  $\delta$  – pasirenkama maža teigiama konstanta,  $\mathbf{I}$  – vienetinė  $M \times M$  dydžio matrica, kur  $M$  – filtro koeficientų skaičius. Pradinius filtro koeficientus  $\mathbf{w}(0)$  ir įėjimo signalo vektorių  $\mathbf{x}_a(0)$  inicializuokite remdamiesi (1) ir (2) išraiškomis.

Dekoreliuoti vektoriai  $\mathbf{v}(n)$  ir  $\mathbf{u}(n)$  yra apskaičiuojami taip:

$$\mathbf{v}(n) = \mathbf{P}(n-1) \cdot \mathbf{x}_a(n), \quad (10)$$

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{P}^T(n-1) \cdot \mathbf{v}(n). \quad (11)$$

Inversinei koreliacijos matricai  $\mathbf{P}(n)$  atnaujinti visų pirma apskaičiuojame svorinį koeficientą  $k(n)$ :

$$k(n) = \frac{1}{\lambda + \|\mathbf{v}(n)\|^2 + \sqrt{\lambda} \sqrt{\lambda + \|\mathbf{v}(n)\|^2}}, \quad (12)$$

čia  $\lambda$  – eksponentinė „užmiršimo“ konstanta, kuri įprastai parenkama iš intervalo  $0.95 \leq \lambda \leq 1$ . Kuo  $\lambda$  arčiau 1, tuo didesnę įtaką dabartinei išėjimo atskaitai turi įėjimo signalo praeities atskaitos.

Inversinė koreliacijos matrica  $\mathbf{P}(n)$  yra atnaujinama pagal išraišką:

$$\mathbf{P}(n) = \frac{\mathbf{P}(n-1) - k(n) \cdot \mathbf{v}(n) \cdot \mathbf{u}^T(n)}{\sqrt{\lambda}}. \quad (13)$$

Variklio triukšmo signalo įvertis  $n$ -ajai atskaitai randamas atraminio įėjimo signalo vektorių nufiltravus koeficientais  $\mathbf{w}(n)$ :

$$x_{iv}(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}_a(n). \quad (14)$$

Piloto kalbos signalo įvertis randamas iš kabinoje užregistruoto signalo atėmus variklio garso įverčio signalą:

$$s_{iv}(n) = d(n) - x_{iv}(n). \quad (15)$$

Filtro koeficientų vektorius atnaujinamas pagal išraišką:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \frac{s_{iv}(n) \cdot \mathbf{u}(n)}{\lambda + \|\mathbf{v}(n)\|^2}. \quad (16)$$

Algoritmas kartojamas tiek kartų, kiek atskaitų sudaro įėjimo signalą.

### 4.3 Mažiausių vidutinių kvadratų ir dekoreliuoto RMK adaptyviųjų filtrų palyginimas

Įgyvendintam dekoreliuotam RMK adaptyviajam algoritmui raskite optimalią eksponentinės „užmiršimo“ konstantos  $\lambda$  ir filtro koeficientų skaičiaus  $M$  porą, su kuriais  $MSE$  gaunama mažiausia. Palyginkite MVK ir RMK algoritmus išskiriant piloto kalbos signalą. Pateikite rekomendacijas, kurį iš tirtų algoritmų (MVK, NMVK ar RMK) tikslingiausia naudoti sprendžiant piloto kalbos signalo išskyrimo problemą.

## 5 Ataskaitoje pateikite

Ataskaita turi būti pateikta dviejų stulpelių formatu pagal Moodle sistemoje pridėtą ataskaitos pavyzdį. Ataskaitos apimtis neturi viršyti 4 puslapių be priedų. Pateikiamos iliustracijos turi būti su ašių pavadinimais, sunumeruotos vientisa numeracija bei su iliustracijų paaiškinimais. Visi rezultatai ir iliustracijos turi būti aptarti. Iliustracijų pateikimas be individualaus aptarimo netenka prasmės. Priede pateikite programos tekstą.

## 6 Literatūra

1. Tan L. Digital Signal Processing: Fundamentals and Applications // Academic Press. 2007, p. 463 – 496.
2. Marozas, V.; Jeglevičius, D. Biomedicininį signalų apdorojimas // Nonparėlis. 2008, p. 81 – 90.

3. Poularikas A. D.; Ramadan Z. M. Adaptive Filtering Primer with MATLAB // CRC Press. 2006, p. 240.
4. Diniz. P. S. R. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation // Springer, Third edition. 2008, p. 627.
5. Douglas, S. C. Numerically-robust  $O(N^2)$  RLS algorithms using least-squares prewhitening // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 2000, Vol. 1, p. 412-415.