

蚁群算法

研究生姓名：李妍妍	学号：2112006029
所在专业：网络空间安全专业	研究生所在学院：计算机科学与网络工程学院
递交课程老师姓名：高鹰	评分（百分制）：
课程名称：人工智能中的仿生优化算法	评分教师签名：

摘要：蚁群算法是一种模拟昆虫王国中蚂蚁群体觅食行为的仿生优化算法，该算法采用了正反馈并行自催化机制，具有较强的鲁棒性、优良的分布式计算机制、易于与其他方法结合等优点，在解决许多复杂优化问题方面展现出其优异的性能。本文介绍了蚁群算法的原理以及该算法的两种成功的变形，通过阅读本文，可以对蚁群算法及其发展有着清晰的认识。

关键词：Stigmergy；蚁群算法；最大一最小蚂蚁系统；蚁群系统

1 引言

群体智能是一种相对较新的解决问题的方法，它从昆虫和其他动物的社会行为中获得灵感。特别是蚂蚁的出现，激发了许多方法和技术的发展，其中研究得最多、最成功的是通用优化技术——蚁群优化。

蚁群优化算法 (ACO) 的灵感来自于一些蚂蚁的觅食行为。这些蚂蚁在地面上沉积信息素，以便标记出一些有利的路径，以便其他蚁群成员遵循。蚁群优化利用类似的机制来解决优化问题。

自上世纪 90 年代初第一个蚁群优化算法提出以来，蚁群算法就引起了越来越多的研究人员的关注，目前已有许多成功的应用。此外，大量的理论研究结果将为蚁群算法的进一步应用提供有益的指导。

本文的目的是介绍蚁群优化的基本原理和其一些变体。第一部分提供了算法来源的蚁群觅食背景信息。第二节介绍蚁群算法的数学模型。第三节研究算法的主要变体。第四部分是全文的总结。

2 蚁群觅食背景信息

2.1 Stigmergy

Stigmergy 是一个自组织的机制，该机制描述的了这样一种交流方式：无数的个体以一个共同的环境为媒介而发生相互作用，其结果导致了环境的更新，这个新的环境又为这些个体提供了新的相互作用的平台，

它决定了未来环境的演化方向。

Stigmergy 区别于其他 communication 的两个主要特征如下：

- 1) Stigmergy 是一种间接、非象征性、受环境影响的交流形式，例如：昆虫通过改变环境来交换信息。
- 2) Stigmergy 是局部的：它只能被那些访问到它被释放地点的昆虫获得。

2.2 Stigmergy 在蚁群中的体现

Stigmergy 机制可以在蚁群中观察到。在许多蚂蚁物种中，进出食物源的蚂蚁会在地面上沉积一种叫做信息素的物质。其他蚂蚁察觉到信息素的存在，倾向于沿着信息素浓度较高的路径走。通过这种机制，蚂蚁能够以一种非常有效的方式将食物运送到它们的巢穴。如图 1 所示：

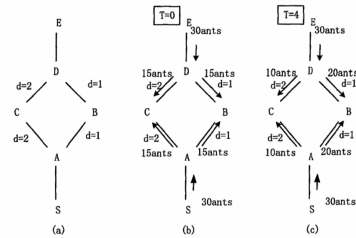


图 1: 蚁群算法选择最短路径

如图 1，S,E 两端各聚集有 30 只蚂蚁，运动速度相同，在 T= 0 时，由于路径上没有信息素的累积，蚂

蚁随机任意选择路径 ABD 或 ACD，假设初始时每条路线分配一只蚂蚁，每个单位时间行走 $d=1$ ，每经过一处留下信息素为 1，则 1 个时间单位后，ABD 上的蚂蚁到达终点时在 ACD 上的蚂蚁恰好完成路程的一半到达 C 点。T = 4 时，ABD 路径的蚂蚁已完成 2 次往返，ACD 路径上的只往返了一次，路径上的信息素值更新一次，两边比值为 2:1。为了保证蚂蚁选择路径的合理性，规定蚂蚁只有完成一次往返后，才允许走选择过的路径。若寻找食物的过程继续进行，随着时间的推移，两条路线上蚂蚁的数量将会有显著的调整，大多数蚂蚁会根据信息素的指导选择 ABD 路径，ACD 的较长路线上的蚂蚁将会越来越少，直至所有的蚂蚁放弃 ACD 路线，S-A-B-D-E 成为选择出的最优路径，蚁群实现了在两点间通过信息素协作机制选择最短路径的目的。

3 蚁群算法的数学模型

通过数学模型对蚁群算法进行详细阐述。

3.1 状态转移概率

蚂蚁 $k(k=1,2,3,...m)$ 在运动过程中，会留下一定浓度的信息素，并通过判断各条路径上的信息素浓度 γ 确定其下一步的转移方向。用数学公式 (1) 表述在 t 时刻，处于位置点 i 的蚂蚁 k 选择下一步到达位置点 j 的概率 $P_{ij}^k(t)$ 为：

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{j \in allowed_k} [\tau_{is}^\alpha(t)\eta_{is}^\beta(t)]} & j \in allowed_k \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (1)$$

其中， $allowed_k = S - tabu_k (k = 1, 2, 3...m)$ 表示蚂蚁 k 下一步可以选择的路径，列表 $tabu_k$ 是为保证蚂蚁路线合理选择的设置的禁忌表，记录当前蚂蚁 k 未完成一次路径循环时途中所经过的所有路径，而当所有路径都被添加到 $tabu_k$ 中时，说明结束了一次循环，而这条路径即成为所求问题解集中的一个解。A 是代表残留信息素对蚂蚁的作用的信息素启发式因子：P 代表蚂蚁 k 在运动过程中对信息素信息的重视程度，称为期望启发式因子， $\eta_{ij}(t)$ 被称为启发函数，定义见公式 (2)

$$\eta_{ij}(t) = \frac{1}{d_{ij}} \quad (2)$$

d_{ij} 表示相邻路径 i,j 间的距离。蚁群算法中，对蚂蚁 k 来说， d_{ij} 的值越小， $\eta_{ij}(t)$ 和 $p_{ij}(t)$ 会相对多，因此 (2) 式代表蚂蚁 k 从 i 向 j 转移的期望值。

3.2 信息素更新策略

当蚂蚁每次经过一个路径或完成了一次循环之后，会根据所走长度有适量地释放相应信息素，为了避免路径上之前残留的信息素会对启发信息产生干扰，而影响其他蚂蚁的判断，需要在每次的寻优过程中对信息素及时更新，各路径上的信息量使用公式 (3) 进行更新：

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t)\rho \in (0,1) \quad (3)$$

式中， ρ 为信息素的挥发系数， $1-\rho$ 则为信息素的保存系数； $\Delta\tau_{ij}(t)$ 表示此次循环路径上信息素的增量，可以表示公式 (4)

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (4)$$

式中，为蚂蚁 k 在此次循环中在路径 (i,j) 上释放的信息素量，若 $\tau_{ij} = 0$ ，则代表该蚂蚁没有经过，初始时刻 $\tau_{ij}(0)$ 均为 0

3.3 使用轮盘赌决定下一步路径

通过各个个体的选择概率，计算其累计概率。第 k 个个体的累计概率为 $p_x(a_k) = \sum_{j=1}^k p_s(a_j)$ 。然后产生 0 到 1 之间的随机数 e 与 $p_x(a_k)$ 进行比较来决定选择的个体。若 a_{k-1} 则选择第 k 个个体。通过重复 n 轮来产生 n 个子代个体。

根据之前的状态转移概率公式计算出下一跳每一种可能的概率如表 1 所示：

表 1: 各个类别的概率

下一条选择路径	A	B	C
概率	0.76	0.19	0.05

然后计算其累计概率，计算方法和结果如表 2:

表 2: 计算概率和

A	B	C
0.76+0.19+0.05=1	0.19+0.05=0.24	0.05

接着生成一个 0-1 之间的随机数 r ，根据下面的公式来进行选择下一步的路径。

$$f(next) = \begin{cases} A & 0.24 \leq r < 1 \\ B & 0.05 \leq r < 0.24 \\ C & 0 \leq r < 0.05 \end{cases} \quad (5)$$

4 蚁群算法的两个优秀的变体

蚁群算法其本身当然也面临着一些不足，比如说搜索时间长，收敛速度慢，容易陷入局部最优解等问题。基于这些问题，Sttttze 和 Hoss 提出了最大-最小蚂蚁系统 (MAX-MIN Ant System)，该算法的主要特点就是为信息素设置上下限来避免算法过早出现停滞现象；还有基于对信息素矩阵进行局部和全局更新的蚁群系统 (Ant Colony System)。接下来就这两种优秀的变体进行详细的描述。为了好叙述问题，这里使用著名的旅行商问题。

4.1 MAX - MIN Ant System (MMAS)

该算法是对原有蚁群算法的改进。它的特点是只有最好的蚂蚁更新信息素的浓度，信息素更新的实现如下：

$$\tau_{ij} \leftarrow \left[(1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}^{best} \right]_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \quad (6)$$

式中， τ_{max} 和 τ_{min} 分别为信息素的上界和下界；算子 $[x]_b^a$ 定义为：

$$[x]_b^a = \begin{cases} a & \text{if } x > a, \\ b & \text{if } x < b, \\ x & \text{otherwise;} \end{cases} \quad (7)$$

并且 $\Delta\tau_{ij}^{best}$ 的定义如下：

$$\Delta\tau_{ij}^{best} = \begin{cases} \frac{1}{L_{best}} & \text{if } (i,j) \text{ belongs to the best tour} \\ 0 & \text{otherwise;} \end{cases} \quad (8)$$

L_{best} 是最好的蚂蚁旅程的长度。这可能是 (取决于算法设计者的决定) 当前迭代中找到的最佳路径或自算法开始以来找到的最佳解决方案或者是这两者的组合。关于信息素值的下界和上界，即 τ_{max} 和 τ_{min} ，它们通常是通过经验获得的

4.2 Ant Colony System (ACS)

ACS 最有趣的贡献是除了在构建过程结束时进行的信息素更新 (称为离线信息素更新) 之外，还引入了局部信息素更新。每一步构建完成后，所有蚂蚁进行局部信息素更新。每只蚂蚁只将它应用于所遍历的最后一条边：

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0 \quad (9)$$

其中 $\varphi \in (0, 1]$ 为信息素衰减系数， τ_0 为信息素的初值。

局部更新的主要目标是使后续蚂蚁在一次迭代中进行的搜索多样化：通过降低横向边上的信息素浓度，蚂蚁鼓励后续蚂蚁选择其他边，从而产生不同的解。这使得几只蚂蚁在一次迭代中产生相同的解的可能性更小。

离线信息素更新，类似于 MMAS，在每次迭代结束时只由一只蚂蚁应用，这只蚂蚁可以是迭代最好的，也可以是迄今为止最好的。然而，更新公式略有不同：

$$\tau_{ij} \leftarrow \begin{cases} (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \rho \cdot \Delta\tau_{ij} & \text{if } (i,j) \text{ belongs to best tour;} \\ \tau_{ij} & \text{otherwise;} \end{cases} \quad (10)$$

对于 MMAS, $\tau_{ij} = 1/L_{best}$, L_{best} 的取值也是要么是 L_{ib} 要么是 L_{bs}

ACS 和 AS 的另一个重要区别是蚂蚁在建造过程中使用的决策规则。在 ACS 中使用了伪随机比例规则：一只蚂蚁从城市 i 到城市 j 的转移概率取决于一个均匀分布在 $[0, 1]$ 上的随机变量 q ，和参数 q_0 ；如果 $q \leq q_0$ ，然后 $j = \text{argmax}_{c_{il} \in N(s^p)} \{\tau_{il} \eta_{il}^\beta\}$ 。

5 结束语

本文介绍了仿生优化算法中的一个重要的概念：Stigmergy 以及其在蚁群算法中的体现。对于蚁群算法，通过旅行商问题，详细的介绍了其经典的算法，以及两个非常成功的改进算法。对于蚁群算法的数学模型和整个流程也给了详细的阐述，从而对蚁群算法有了更清晰的认识。

参考文献

- [1] Dorigo M, Birattari M, Stutzle T. Ant colony optimization[J]. IEEE computational intelligence magazine, 2006, 1(4): 28-39.
- [2] 段海滨. 蚁群算法原理及其应用 [M]. 科学出版社, 2005.
- [3] 李擎, 张超, 陈鹏, 等. 一种基于粒子群参数优化的改进蚁群算法 [D]. 东北大学, 2013.
- [4] Dorigo M, Blum C. Ant colony optimization theory: A survey[J]. Theoretical computer science, 2005, 344(2-3): 243-278.
- [5] Blum C. Ant colony optimization: Introduction and recent trends[J]. Physics of Life reviews, 2005, 2(4): 353-373.
- [6] Wang J, Cao J, Sherratt R S, et al. An improved ant colony optimization-based approach with mobile sink for wireless sensor networks[J]. The Journal of Supercomputing, 2018, 74(12): 6633-6645.
- [7] Xu X, Zhao Z, Li R, et al. Brain-inspired stigmergy learning[J]. IEEE Access, 2019, 7: 54410-54424.
- [8] Mavrovouniotis M, Müller F M, Yang S. Ant colony optimization with local search for dynamic traveling salesman problems[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2016, 47(7): 1743-1756.