Previsão do preço do milho, através de séries temporais

C. Tibulo¹; V. Carli²

¹ Acadêmico Mestrado em Engenharia de Produção(PPGEP), Universidade Federal de Santa Maria – 97105-900, Santa Maria-RS, Brasil

² Acadêmica do Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde (PPGECQVS), Universidade Federal de Santa Maria – 97105-900, Santa Maria-RS, Brasil

tibulo cleiton@hotmail.com

(Recebido em 14 de abril de 2014; aceito em 10 de setembro de 2014)

O milho é uma das principais culturas do agronegócio brasileiro tanto em produtividade como em lucratividade e vem ganhado espaço entre as demais culturas principalmente no Rio Grande do Sul, aonde vem substituindo a tradicional cultura do trigo. A importância desta cultura se dá pelo fato que ela pode ser usada para diversos fins desde a alimentação humana até a animal. Devido a grande influência econômica da cultura para o cenário nacional e regional este trabalho abordou uma comparação entre os modelos de Séries Temporais ARIMA e de Alisamento Exponencial de Holt-Winters, aplicados a série histórica do preço médio mensal do milho no Rio Grande do Sul. A análise dos resultados demonstrou que o modelo Holt-Winters aditivo mesmo que por muita pouca diferença apresentou melhores resultados para previsões do preço do milho em comparação ao modelo ajustado ARIAMA (2,1,1).

Palavras chave: Milho, preço, séries temporais.

Prediction of the price of corn by means of time series

Corn is a major crop of Brazilian agribusiness in both productivity and profitability and has gained space between the other cultures mainly in Rio Grande do Sul, where comes the traditional culture of wheat replacing. The importance of this crop is given by the fact that it can be used for various purposes from the food to the animal. Due to great economic influence of culture to the national and regional scenario this work addressed a comparison between the models of ARIMA time series and Holt-Winters exponential smoothing applied to historical series of monthly average price of maize in Rio Grande do Sul. The analysis of the results showed that the model Holt-Winters additive even for very little difference showed best results for corn price forecasts in comparison to the fitted model ARIAMA (1.1, 2).

Keywords: Corn, price, time series.

1 INTRODUÇÃO

O milho nas últimas décadas vem ganhado espaço entre as principais culturas do agronegócio. A importância econômica do milho está na sua diversidade de utilização. Ele é usado desde a alimentação animal e humana, até a indústria de alta tecnologia [9]. Podemos considerá-lo como base para produção de vários produtos. E tem influência direta no preço das carnes (aves, suínas, bovinas, etc...,), leite e seus derivados. Por ser um produto essencial na composição da ração e silagens.

A produção do milho no Rio Grande do Sul está entre as três culturas mais importantes (soja, milho e trigo) [4]. Ao longo do tempo o milho revessava-se com o plantio da soja. Nos últimos anos vem fazendo uma dobradinha com a soja, sendo o milho a principal cultura e soja a safrinha. Esta prática vem trazendo bons retornos financeiros e em algumas regiões do Rio Grande do Sul como na região noroeste e norte onde o milho está substituindo o plantio do trigo. Os principais fatores deste fenômeno são a sua alta produtividade e lucratividade superior a cultura do trigo, sendo também útil para a rotação de cultura e manejo do solo, elementos de fundamental importância para o plantio direto.

Pela sua versatilidade de uso, pelos desdobramentos de produção animal e pelo aspecto social, o milho é um dos mais importantes produtos do setor agrícola no Brasil [9]. Na realidade, o uso do milho em grão como alimentação animal representa a maior parte do consumo desse cereal, isto é, cerca de 70% no mundo. Enquanto que no Brasil varia de 60 a 80%, o crescimento na produção desse cereal tem acompanhado o crescimento de produção das aves e dos suínos [8].

O milho e a soja são produzidos em todo o Brasil e consumidos mundialmente. Por serem culturas de alta produtividade, estão sujeitas a variações em seu preço. Esta grande variabilidade fez surgir uma nova modalidade de comercialização ("contratos ou venda antecipada"), onde o produtor firma um preço de venda para receber o valor do produto em data futura sem mesmo ter plantado ou colhido a sua produção. Costumeiramente os agricultores estão fechando este tipo de negócio para assegurar preços que garantam pelo menos a cobertura de seus financiamentos ("custos de produção") e despesas extras. Desta forma, o mercado está se tornando viciado e os contratos nem sempre vem sendo um bom negócio para a parte "fraca" o agricultor.

Uma das alternativas para reduzir a incerteza no processo de tomada de decisões econômicas é a utilização de modelos de previsão de séries temporais [5].

Tendo em vista a importância econômica que o milho exerce para a o Rio Grande do Sul e principalmente para a agricultura familiar, este trabalho tem por objetivo utilizar modelos estatísticos de séries temporais, para a modelagem e previsão do preço do milho no Rio Grande do Sul. A fim de provar a eficácia e buscar o seu melhor ajuste para modelos estatísticos. Este tipo de ferramenta pode ser utilizada em qualquer região somente substituído a série histórica.

O estudo se justifica pelo fato de haver poucas pesquisas com modelos de séries temporais, para prever preços de commodities. Tais pesquisas podem fornecer ferramentas que auxiliem os agricultores em suas tomadas de decisões.

Os modelos a serem testados na série histórica do preço do milho no Rio Grande do Sul, são o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters (AEHW) e o modelo ARIMA, modelos que conseguem prever tendência e sazonalidade, características tradicionais em produtos cultivados e comercializados mundialmente.

2. MATÉRIAS E MÉTODOS

O estudo dos dados analisados referem-se à série histórica do preco médio mensal do milho no estado do Rio Grande do Sul no período de março de 2004 a fevereiro de 2014, no total de 120 observações, dados disponíveis no site da AGROLINCK - Cotações de commodities agrícolas [1]. Buscou-se embasamento teórico em pesquisas bibliográficas de livros e artigos atuais publicados referentes à cultura do milho e de Séries Temporais.

Para desenvolvimento dos modelos ARIMA e de Alisamento Exponencial de Holt-Winters, utilizou-se o software livre R.

Para a escolha do melhor modelo reservou-se as cinco últimas observações da série histórica para comparação com os valores previstos.

Utilizaremos também dois critérios de avaliação: MAD (mean absolute deviation) e SSE (sum of square for forecast error).

•
$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^{n} |X_{t} - \hat{X}_{t}|}{n}$$
•
$$SSE = \sum_{t=1}^{n} (X_{t} - \hat{X}_{t})^{2}$$

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} (X_t - \hat{X}_t)^2$$

 X_t é o valor da série no instante t; onde:

> $\hat{\mathbf{X}}_{t}$ é o valor previsto para o instante t; n é o número período de tempos.

O MAD é a diferença absoluta média entre o valor atual e o valor previsto e o SSE é a soma dos quadrados destas diferenças.

A escolha destes modelos para previsão do preço do milho deu-se pela necessidade da escolha de modelos que trabalhassem com a componente tendência e (ou) sazonalidade corriqueiramente presentes nas séries que envolvem produtos produzidos e consumidos mundialmente. O ajuste e a escolha do melhor modelo visa possibilitar previsão de preços do produto milho, que possa auxiliar produtores na comercialização da *commodities* e demonstrar a necessidade de mais estudos na área.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1 Estudo Do Modelo Arima

Dentre os modelos estatísticos desenvolvidos para se prever valores futuros com base em um banco de dados histórico, destaca-se o modelo Autorregressivo Integrado e de Médias Móveis (ARIMA). Proposto por Box-Jenkins (1976) [6], o modelo é apropriado para descrever séries estacionárias e não estacionárias. A metodologia consiste em ajustar modelos ARIMA (p,d,q) a um conjunto de dados. Onde p é o número de termos da parte autorregressiva (AR), d é o número de diferenças sucessivas e q é o número de termos da parte de médias móveis (MA).

Os modelos ARIMA se subdividem em quatro categorias: (i) modelos autorregressivos, identificados como modelos AR(p), que modelam as estruturas de autocorrelação da variável em relação a valores passados; (ii) modelos de médias móveis, chamados de modelos MA(q), que englobam a estrutura de autocorrelação relacionada aos erros de previsão anteriores; (iii) modelos autorregressivos e de médias móveis, simbolizados por ARMA(p,q) e (iv) modelos autorregressivos integrados e de média móvel, chamados de modelos ARIMA(p,q), que usam diferenciações para tornar a série estacionaria [7].

A forma de trabalho indica para a busca de um modelo estocástico que represente uma série temporal é um processo iterativo que consiste de três fases: identificação, estimação e diagnóstico, resumidas a seguir [7]:

- Na fase de identificação é pesquisada qual a classe de modelos é adequada ao estudo por meio de um exame detalhado da série, onde é verificada a condição de estacionariedade, reconhecidas as estruturas comportamentais como tendência, sazonalidade, periodicidades, e ainda observadas as questões da correlação dos dados (autocorrelação);
- Na fase da estimação é verificada a adequabilidade do modelo considerado, a partir de parâmetros estimados, após a identificação das características da série, optando-se pelo processo apropriado aqueles dados (processo univariado, múltiplo, outros);
- Na fase de diagnóstico é feita a conferência do ajuste do modelo por meio da análise de resíduos, testes estatísticos e critérios de seleção/adequação de modelos.
- O objetivo é encontrar modelos que descrevam adequadamente os dados com o menor número de parâmetros e que as previsões obtidas sejam precisas, obedecendo assim ao princípio da parcimônia.

Quando uma série temporal apresenta média e variância dependentes do tempo, é porque ela não é estacionária. Como a maioria dos procedimentos de análise estatística de séries temporais supõe que estas sejam estacionárias, será necessário transformá-las. A transformação mais comum consiste em tomar diferenças sucessivas da série original até obter uma série estacionária [11].

A primeira diferença de *Zt* é definida por:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

A segunda é dada por :

$$\Delta^2 Z_t = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2}$$

Em situações normais, ainda segundo os autores, será suficiente tomar uma ou duas diferenças para que a série se torne estacionária. O número d de diferenças necessárias para tornar a série estacionária é denominado ordem de integração. A inclusão do termo de ordem de integração permite que sejam utilizados os modelos ARIMA (p,d,q) dados pela equação:

$$\Delta^{d} z_{t} = \underbrace{\phi_{1} z_{t-1} + \phi_{2} z_{t-2} +, \dots, + \phi_{p} z_{t-p}}_{autorregresivo(p)} + \varepsilon_{t} - \underbrace{\theta_{1} \varepsilon_{t-1} - \theta_{2} \varepsilon_{t-2} -, \dots, - \theta_{q} \varepsilon_{t-q}}_{m\acute{e}dias\,m\acute{o}veis\,(q)},$$

em que os parâmetros ϕ_1, \ldots, ϕ_p , são os parâmetros referentes à parte autorregressiva e $\theta_1, \ldots, \theta_Q$, são os parâmetros de médias móveis, ε_t é erro que não pode ser estimado do modelo, d representa o número de diferenças aplicadas na série.

Como o principal objetivo do modelo ARIMA é gerar previsões de valores futuros, o trabalho aborda dois critérios de eficiência do modelo que considerem o grau de precisão de suas previsões futuras.

Os critérios de AIC proposto por Akaike (1974) [2], e o BIC desenvolvido por Akaike (1978) [3]:

$$AIC = \ell n(\hat{\sigma}_e^2) + \frac{2(p+q)}{n}$$

$$BIC = \ell \, n(\hat{\sigma}_e^2) + \frac{(p+q)\ell n(n)}{n}$$

onde $\hat{\sigma}_e^2$ é variância estimada de erros; n é o tamanho da amostra e p, q são os valores dos parâmetros.

Levam em conta a variância do erro, o tamanho da amostra T e os valores de p, q, P e Q. Estimam-se vários modelos concorrentes e a partir dos valores dos critérios acima é possível escolher o modelo mais adequado para realizar previsões h passos à frente. Quanto menores forem os valores dos critérios, mais adequado o modelo para realizar previsões. Além dos critérios de seleção será analisada a condição de ruído branco dos resíduos. Para um bom ajuste do modelo de Box e Jenkins, é necessário utilizar técnicas em que a estrutura residual seja um ruído branco, isto é, que o resíduo seja uma variável aleatória independente e identicamente distribuída [10].

3.3 Modelo De Alisamento Exponencial Holt-Winters

O modelo de alisamento exponencial de Holt-Winters pode ser divido em modelo multiplicativo e modelo aditivo. A diferenciação do uso de um ou outro dependera da componente sazonal da série.

Cada um dos procedimentos (aditivo ou multiplicativo) possui três constantes de alisamento diferenciadas $(A, C \in D)$, associadas a cada uma das componentes para sazonalidade, nível e tendência.

Os valores das constantes (A, C e D) são obtidos de modo que se obtenha a mínima soma dos quadrados dos erros de ajustamento das constantes de suavização.

Uma das vantagens do método é aplicabilidade do processo sendo de fácil manipulação. E é também indicado para séries que apresentam tendências e sazonalidade.

3.3.1 Modelo Aditivo

A equação do modelo aditivo é dada pela seguinte equação:

$$Z_{t} = \mu_{t} + T_{t} + F_{t} + \varepsilon_{t}$$

para t=1,...,N onde N é tamanho da série.

As três equações de suavização são apresentadas abaixo:

$$\overset{\hat{}}{Z}_{t}(h) = D(Z_{t} - \overline{Z_{t}}) + (1 - D)\overset{\hat{}}{Z}_{t-s} \quad 0 < D < 1;$$

$$\overline{Z}_{t} = A(Z_{t} - F_{t-s}) + (1 - A)(\overline{Z}_{t-1} + T_{t-1}), \quad 0 < A < 1;$$

$$\overset{\hat{}}{T} = C(\overline{Z}_{t} - \overline{Z}_{t-1}) + (1 + C)\overset{\hat{}}{T}_{t-1}, \quad 0 < C < 1,$$

onde A, C e D são as constantes de alisamento.

A equação de previsão(h) para o modelo aditivo é dada por:

$$\hat{Z}_t(h) = \hat{Z}_t + \hat{T}_t h + \hat{F}_{t+h-s}$$

com h = 1, 2, ..., s.

$$\hat{Z}_{t}(h) = \hat{Z}_{t} + \hat{T}_{t}h + \hat{F}_{t+h-2s},$$

com h = s+1,,s.

3.3.2 Modelo Multiplicativo

A equação do modelo multiplicativo é dada pela seguinte equação:

$$Z_{t} = \mu_{t}T_{t} + F_{t} + \varepsilon_{t}$$

para t=1,...,N onde N é tamanho da série.

As três equações de suavização são apresentadas abaixo:

$$\hat{Z}_{t}(h) = D \frac{Z_{t}}{\overline{Z_{t}}} + (1 - D) \hat{F}_{t-s}, \ 0 < D < 1, t = s + 1, ..., N;$$

$$\overline{Z}_{t} = A(\frac{Zt}{\hat{A}}) + (1 - A)(\hat{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}), \ 0 < A < 1, t = s + 1, ..., N;$$

$$\hat{T} = C(\overline{Z}_{t} - \overline{Z}_{t-1}) + (1 - C)\hat{T}_{t-1}, \ 0 < C < 1;$$

onde A, C e D são as constantes de suavização, que são determinados pelos vetores (A, D, C), que minimiza os erros quadráticos de previsão, s corresponde ao valor de sazonal e N o número de observações.

A equação de previsão do modelo multiplicativo é dada por:

$$\hat{Z}_{t}(h) = \hat{Z}_{t} + \hat{T}_{t}h + \hat{F}_{t+h-s},$$

com h = 1, 2,s.

$$\hat{Z}_t(h) = \hat{Z}_t + \hat{T}_t h + \hat{F}_{t+h-2s}$$

com h = s+1,s.

4. ANÁLISE DOS DADOS

Para um melhor entendimento da variável preço do milho são apresentadas, na Tabela 1, algumas medidas descritivas.

O preço do milho ao longo do tempo apresenta uma variação de 21,17%. Esta variação pode significar a lucratividade de uma colheita, podemos perceber isso também na grande diferença entre o valor máximo e mínimo. A média de preços de 19,99 não é um bom preço de comercialização, o agricultor necessita receber mais pela saca de milho.

Tabela 1: Medidas descritivas do preço do mill	ıо.
--	-----

Medida Descritiva	Resultado
Média	19,99833
Mediana	18,79
Desvio Padrão	4,2355407
Coeficiente de variação	21,1788%
Valor máximo	11,42
Valor mínimo	28,79

5. MODELAGEM

5.1 Identificação E Estimação Do Modelo Arima

O gráfico da série original (Figura 1) nos remete a executar diferenciações na série a fins de torná-la estacionária.



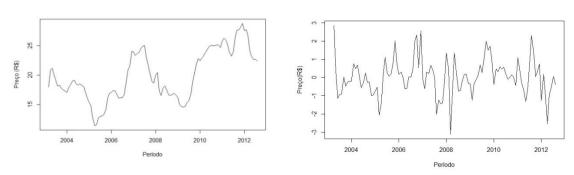


Figura 1: (1.A)Gráfico da série original, (1.B) Gráfico da série com 1 diferença.

Os gráficos de autorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (ACFP), (Figura 2), fornecem um indicativo de qual modelo deve ser utilizado. O gráfico de ACF diferenciado nos dá um indicativo de dois parâmetros significativos na parte autorregressiva (p) e o gráfico de ACFP demonstra um parâmetro significativo para médias móveis (q).

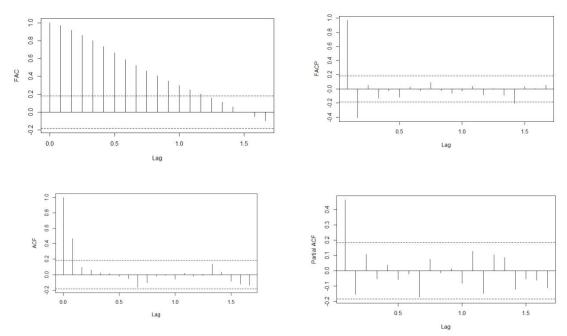


Figura 2: Gráficos de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (ACFP)

Vários modelos concorrentes forma testados. Na Tabela 2 estão os melhores modelos significativos para a série histórica em estudo.

Tabela 2: Modelos concorrentes ARIMA:

ARIMA	AIC	BIC
$(2,1,1)_{12}$	287,99	298,86
$(1,1,0)_{12}$	292,48	298,94
$(2,1,2)_{12}$	291,10	304,73
$(2,2,1)_{12}$	294,68	305,56
$(2,2,2)_{12}$	291,84	305,4
$(3,2,2)_{12}$	293,6	308,91
$(3,2,1)_{12}$	295,17	308,97

De acordo com os critérios de seleção AIC e BIC, o melhor modelo é o ARIMA (2,1,1) 12. Para confirmamos o ajusto do modelo é necessário verificar se o mesmo atende aos pressupostos de ruído branco. Na Figura 3A temos o gráfico dos resíduos, podemos verificar que os erros se encontram concentrados no intervalo de (-2,2) indicando que não a presença de variância. Na Figura 3B o gráfico de QQ Plot indica que os erros encontram-se em torno da média.



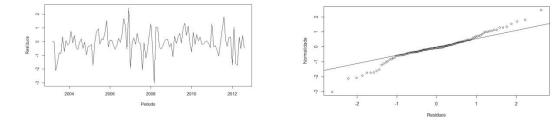
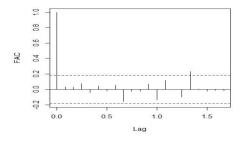


Figura 3: (A) Gráficos dos resíduos, (B) Gráfico QQ-Plot.

Analisando a Figura 4 (gráfico de ACF e ACFP), podemos perceber que não há autocorrelação significativamente diferente de zero em nenhuma defasagem, portanto os dados são independentes e demonstra um bom ajuste do modelo.



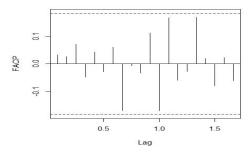


Figura 4: Função de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (ACFP) dos resíduos

A Figura 5 demonstra o bom ajuste do modelo e a previsão cinco passos à frente.

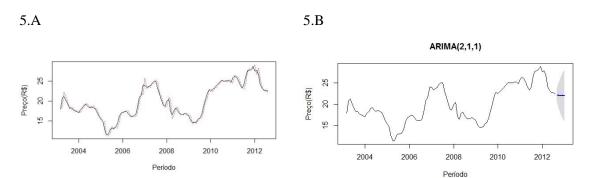


Figura 5: (A) Valores ajustados dentro do período observado, (B) Previsões com 5h períodos à frente.

Após a comprovação do melhor modelo ARIMA e análise da condição de ruído branco, transcrevemos os seus parâmetros na Tabela 3. Com dois parâmetros autorregressivos (p) uma diferenças (d) e um parâmetro de médias móveis (q).

	Tabela3:	Parâmetros	do	modelo	selecionado.
1					- D

Modelo	Parâmetros
	Ø ₁ : -0,2403
(2.1.1) 12	Ø ₂ : 0,2559
(2,1,1) 12	θ_1 : 0,8765

As previsões do modelo ARIMA $(2,1,1)_{12}$, (Tabela 4) com cinco passos a frente, comparados com as observações reservadas da série real correspondentes ao mesmo período.

Tabela 4: Valores Previstos (h=5)

	II 1 D	07.1
Período	Valores Previstos	Série real
Setembro (2013)	22,093	22,31
Outubro (2013)	22,062	22,12
Novembro (2013)	22,004	22,37
Dezembro (2013)	22,010	22,68
Janeiro (2013)	22,994	22,61

5.2 Identificação E Estimação Do Modelo Holt-Winters

Os modelos Holt-Winters se dividem em duas categorias, aditivo e multiplicativo. Na busca do melhor modelo primeiramente encontramos os valores ajustados para os dois modelos. Na segunda etapa os valores ajustados dos modelos serão comparados com a série real. O modelo que mais se aproximar da série em estudo será escolhido para compararmos com o modelo ARIMA. A Tabela 5 apresenta a comparação. O melhor modelo usando os critérios de seleção é o modelo Holt-Winters aditivo.

Tabela 5: Valores Previstos (h=5)

Período	Modelo Aditivo	Modelo multiplicativo	Série real
Setembro	22,458	22,087	22,31
Outubro	22,339	21,773	22,12
Novembro	22,157	21,550	22,37
Dezembro	22,117	21,261	22,68
Janeiro	21,711	20,793	22,61

Os valores das constantes de suavização que melhor se ajustaram para o modelo aditivo: A=0.9999; C=0.134, D=0.0001

Os valores das constantes de suavização que melhor se ajustaram para o modelo multiplicativo:

A= 0,8098 ; *C*=0,1289, *D*=0,1902

5.3 Comparação Dos Modelos

O objetivo de toda a modelagem de séries temporais é fazer previsões de valores futuros. Para tanto a necessidade de comprovarmos eficiência e o bom ajuste do modelo para representar a série histórica em estudo. Conforme proposto na metodologia foram reservados as últimas cinco observações da série original para comparar os modelos propostos que melhor se adeque a representar a variável.

Tabela 6: Resultados das previsões dos modelos em análise (h=5)

Período	Holt-Winters	ARIMA (2, 1, 1)	Série real
Agosto (2013)	22,458	22,093	22,31
Setembro (2013)	22,339	22,062	22,12
Outubro (2013)	22,157	22,004	22,37
Novembro (2013)	22,117	22,010	22,68
Dezembro (2013)	21,711	22,994	22,61

A Tabela 6 demonstra os valores previstos (*h*=5) pelos modelos Holt-Winters (aditivo), ARIAMA (2,1,1) e as últimas cinco variáveis da série histórica. Comparando os modelos verificamos o bom ajuste dos dois modelos, demonstrado que podem ser utilizados para a previsão do preço do milho. Entretanto pelos critérios de seleção MAD e SSE os valore previstos pelo modelo Holt-Winters aditivo, estão mais próximos da série real.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho demonstra uma comparação de modelos de séries temporais aplicados à série histórica do preço médio do milho para o estado do Rio Grande do Sul.

No estudo da série histórica verificou-se que os dois modelos (Holt-Winters e ARIMA) apresentaram resultados satisfatórios e podem ser utilizados para previsão de valores futuros para o preço do milho.

Entretanto na comparação dos modelos mesmo que por muita pouca diferença o modelo Holt-Winters aditivo se mostrou mais próximo dos dados reais reservados para comparação.

Fica evidente neste trabalho, que séries temporais podem ser usadas para previsão de preços de produtos agrícolas (*commodities*). Desta forma, não só para o milho, mas também para outras culturas, podem vir a auxiliar na previsão, oferecendo condições ou embasando aos produtores em suas tomadas de decisões quanto ao melhor momento de comercializar os produtos, seja na forma tradicional ou na comercialização por contrato.

- 1. AGROLINCK Cotação de commodity. Acesso em 11 de fevereiro de 2014. Disponível em: http://www.agrolink.com.br/cotacoes/graos/milho.
- 2. Akaike, H.A. A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control, Waschiton, v.19, p.716-723, 1974.
- 3. Akaike, H.A. Bayesian analysis of the minimum AIC procedure". Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Tokyo, v.30, p.9-4, 1978.
- 4. Battisti, R.; Sentelhas, P.C.; Pilau, F.G. Eficiência agrícola da produção de soja, milho e trigo no estado do Rio Grande do Sul entre 1980 e 2008. Revista Ciência Rural, v.45, n.1, p. 24-30, 2012.
- 5. Bressan, A. A.; Lima, J.E.. Modelos de previsão de preços aplicados aos contratos futuros de boi gordo da BM&F. Nova Economia, v.12, n.1, p.117-140, 2002.
- Box, G.P.; Jenkins, G.M. Time series analysis, forecasting and control; San Francisco, Ed. Holden-Day, 1976.
- 7. Box, G.E.P.; Jenkins, G.M.; Reinsel, G.C. Time Séries Analysis: Forecasting and Control. 3ªed. Prentice Hall: New Jersey, p. 548, 1994.
- Duarte, L.S.; Pereira, C.A.; Almeida, L.C.F.; Tavares, M.; Reis, E.A; Análise das variáveis dos custos de produção do milho no período da safra. VII Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, 2010.
- 9. Embrapa Milho e Sorgo. Produção de milho na agricultura familiar (2011). Acesso em 05 de abril de 2014. Disponível em: http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/905143/1/circ159.pdf
- 10. Junior, A. M. Análise de métodos de previsão de demanda baseados em séries temporais em uma empresa do setor de perfumes e cosméticos, 2007, 100 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia de Produção) Pontifícia Universidade do Paraná, Curitiba, 2007.
- 11. Morettin, P.A.; Toloi, C.M.C. Análise de Séries Temporais. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2004, 535 p.