



# ANÁLISE DAS ESTRUTURAS DE PRIORIDADE APLICADAS AO CONTROLE DE TRÁFEGO ÁEREO

EQUIPE 6: CARLOS ESTELLITA, CRISLANE MARIA, DAVI DE PAULA, DOUGLAS ARAÚJO, WILGNER VIDAL.

DISCIPLINA MINISTRADA PELO PROFESSOR BRUNO SIMÕES



# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Fundamentação Teórica
- 3 Metodologia
- 4 Teste e comparações
- 5 Conclusão

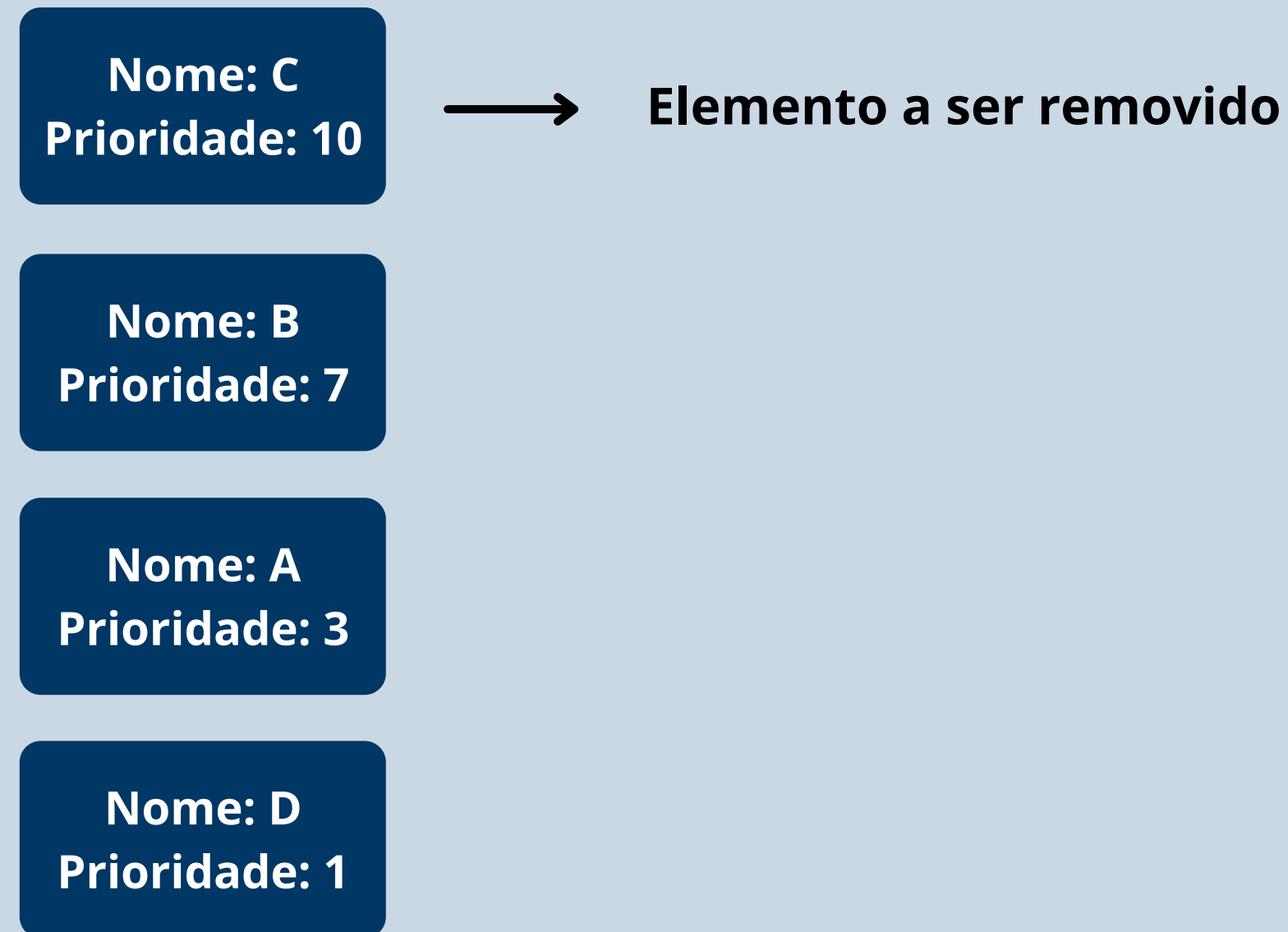
# Introdução

Neste presente estudo, foram aplicados os conceitos das estruturas de prioridade em uma simulação de tráfego aéreo com o intuito de identificar qual algoritmo possui maior eficácia nesta determinada situação.



# Fundamentação Teórica

## 1. Fila de prioridade:



Fila de Prioridade



# Fundamentação Teórica

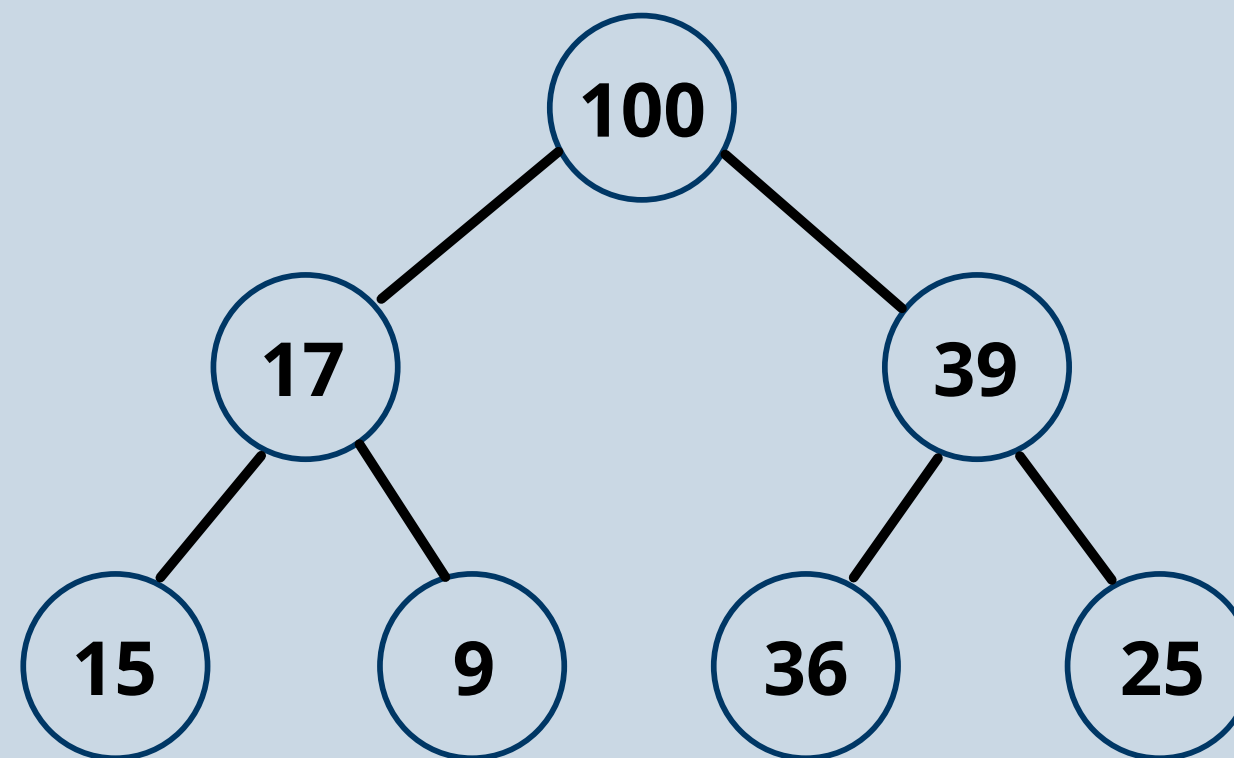
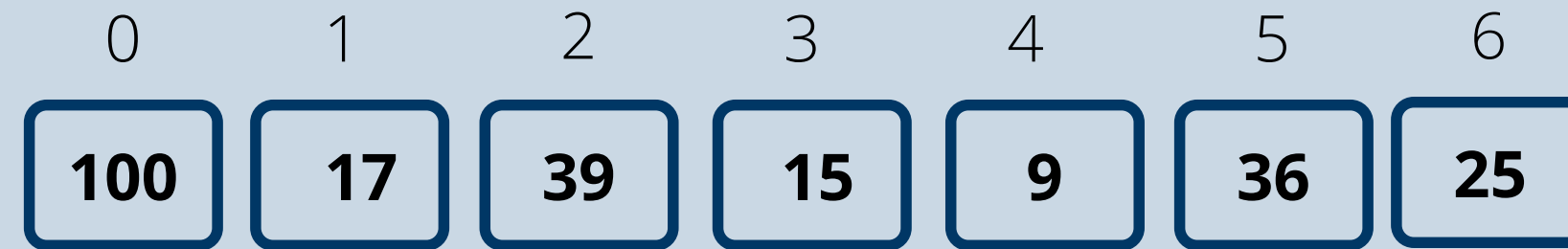
## 2. Heap Binário:

- É um array que representa uma árvore binária completa ou quase completa.
- O filho esquerdo de um nó  $i$  é calculado por  $2*i + 1$ , e o seu filho direito é calculado por  $2*i + 2$ .
- No Heap Máximo os nós pais são sempre maiores que os seus filhos, ao contrário, do Heap Mínimo onde os nós pais são sempre menores que os seus filhos.



# Fundamentação Teórica

## 2. Heap Binário:

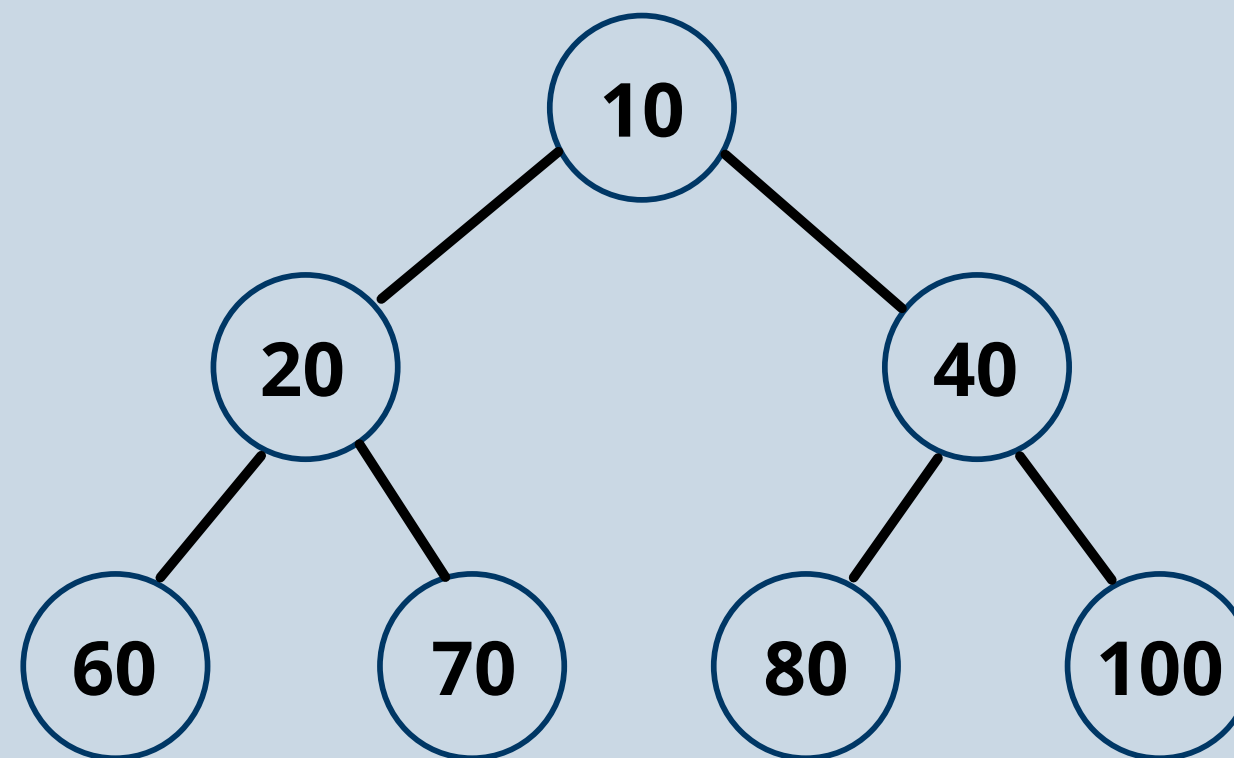
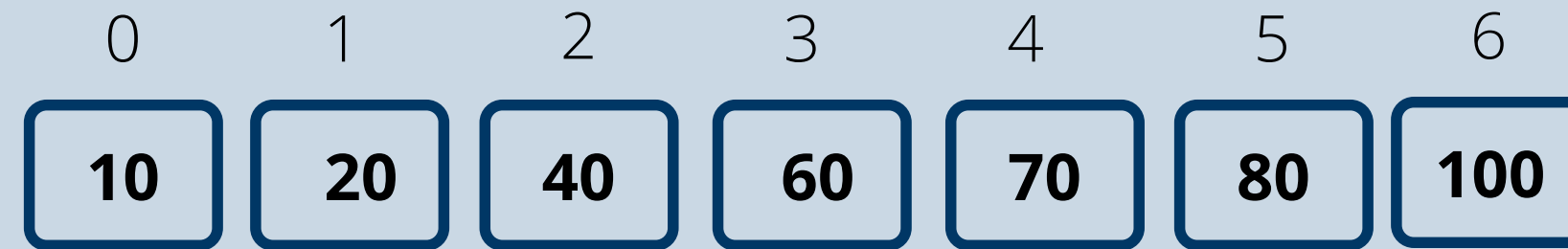


Heap Binário Máximo



# Fundamentação Teórica

## 2. Heap Binário:

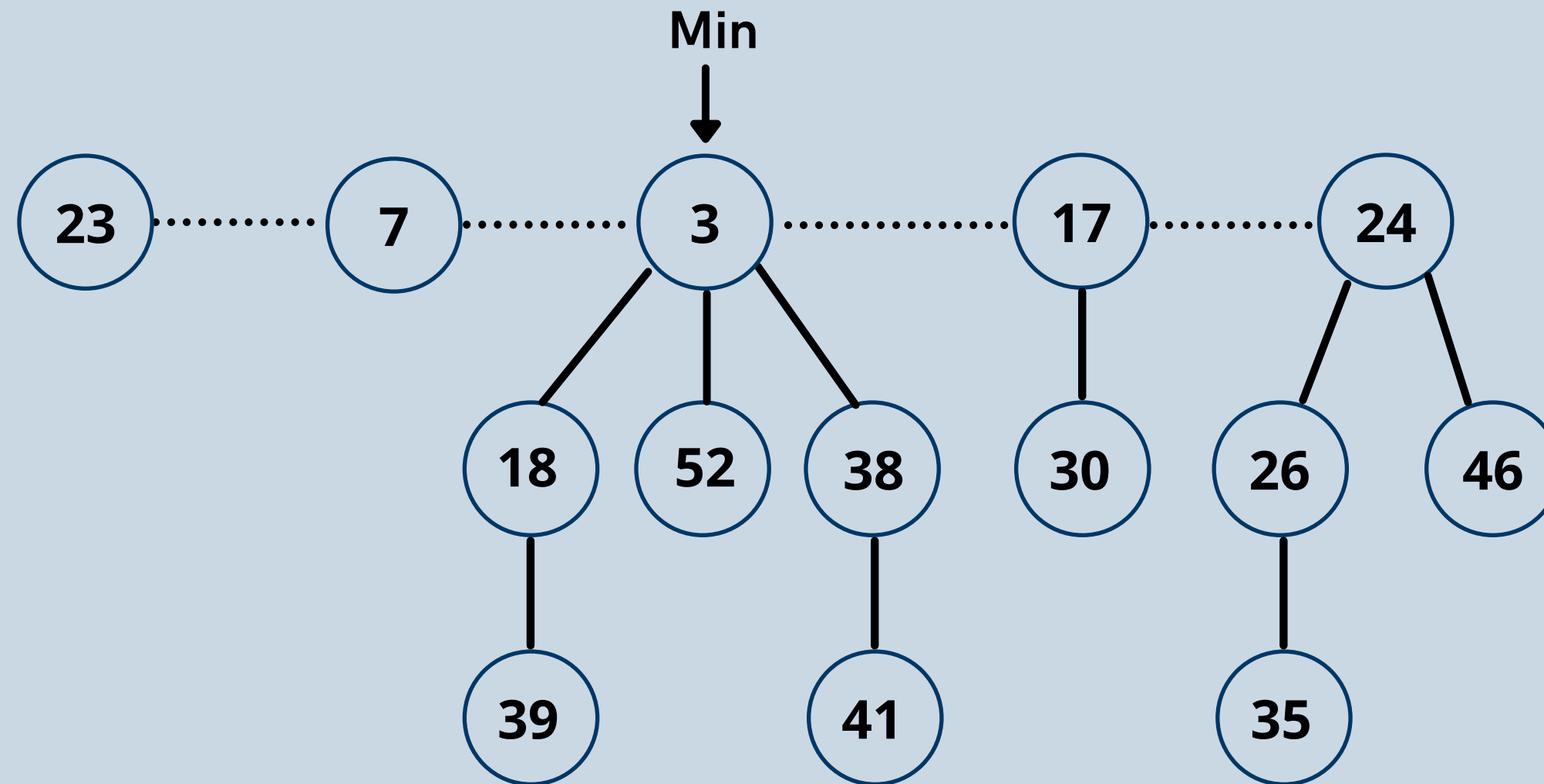


Heap Binário Mínimo



# Fundamentação Teórica

## 3. Heap Fibonacci:





# Metodologia

## 1. Problema e Solução:

- O problema consiste em controlar o tráfego aéreo de aviões a partir dos algoritmos de prioridade com o intuito de verificar qual estrutura é mais pertinente para a situação. Para isso, implementamos a fila de prioridade usando: **array ordenado e desordenado, heap binária, heap de Fibonacci.**
- A solução obtida consiste em utilizar a fila de prioridade para estabelecer a precedência de pousos dos aviões de acordo o nível de combustível de cada um deles, ou seja, os aviões com menor nível de combustível terá a prioridade para pouso, com intuito de evitar acidentes por falta de abastecimento.



# Metodologia

## 1. Problema e Solução:

Prioridade	Nome	Nível de Combustível
1	Airbus A380	11%
2	Boeing 737 MAX 7	27%
3	Embraer E-195	48%
4	Airbus A330	67%
5	Boeing 767	68%

Tabela 1. Quadro de prioridades de pousos



# Metodologia

## 2. Classe Avião

```
class Aviao():  
    def __init__(self, nome = None, prioridade = None) ->  
None:  
    self.nome = nome  
    self.prioridade = prioridade  
  
    def __repr__(self):  
        rep = "Nome: " + str(self.nome) + " | " + "Nivel de  
Combustivel: " + str(self.prioridade) + "%"  
        return rep  
  
    def __str__(self) -> str:  
        return self.__repr__()
```



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Inserir:

Inserindo o elemento de prioridade 36:

0	1	2	3	4	5	6
100	17	39	15	9		

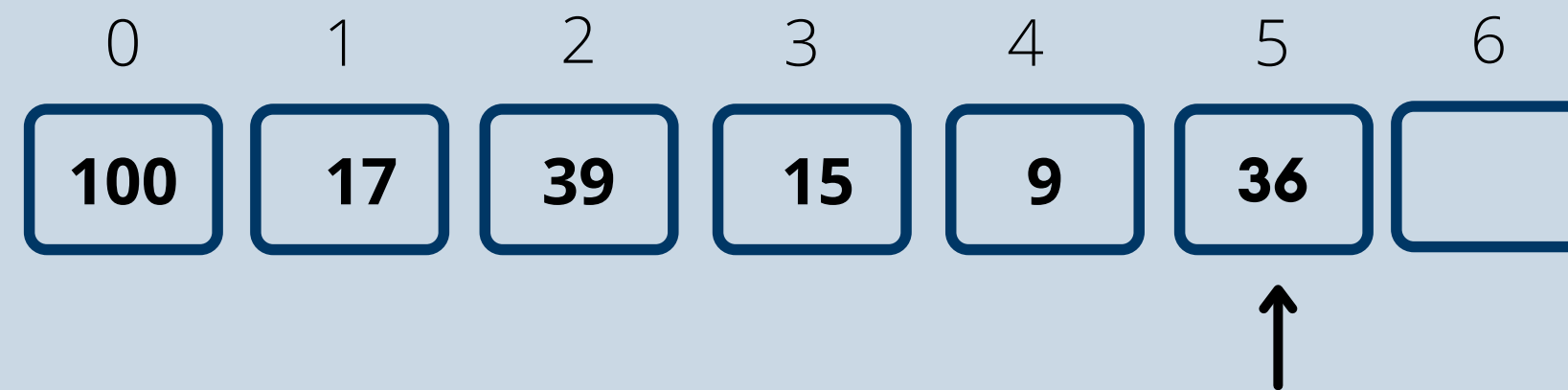




# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Inserir:

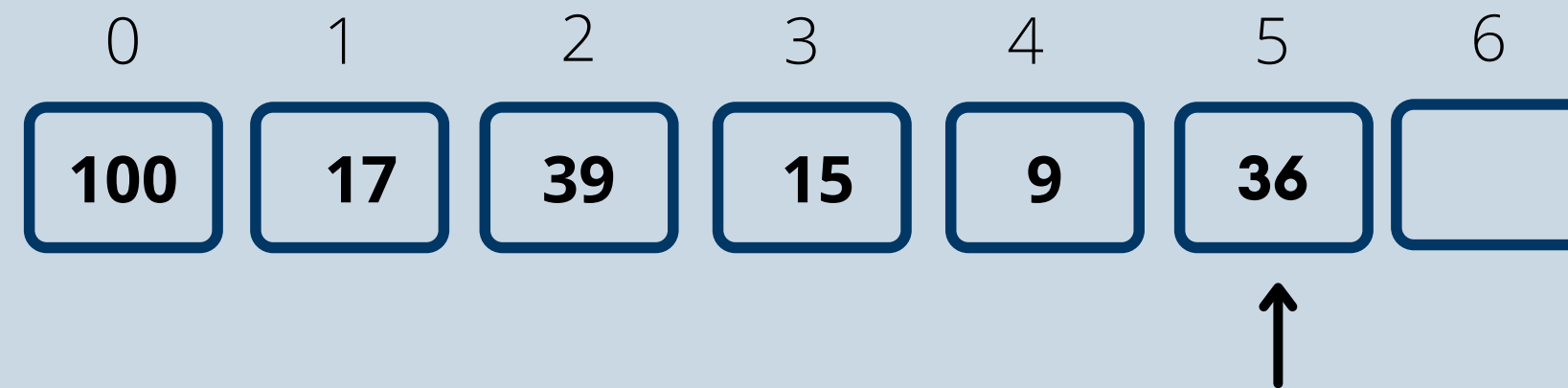
Inserindo o elemento de prioridade 36:



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Inserir:

Inserindo o elemento de prioridade 36:



Complexidade:  $O(1)$



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Inserir:

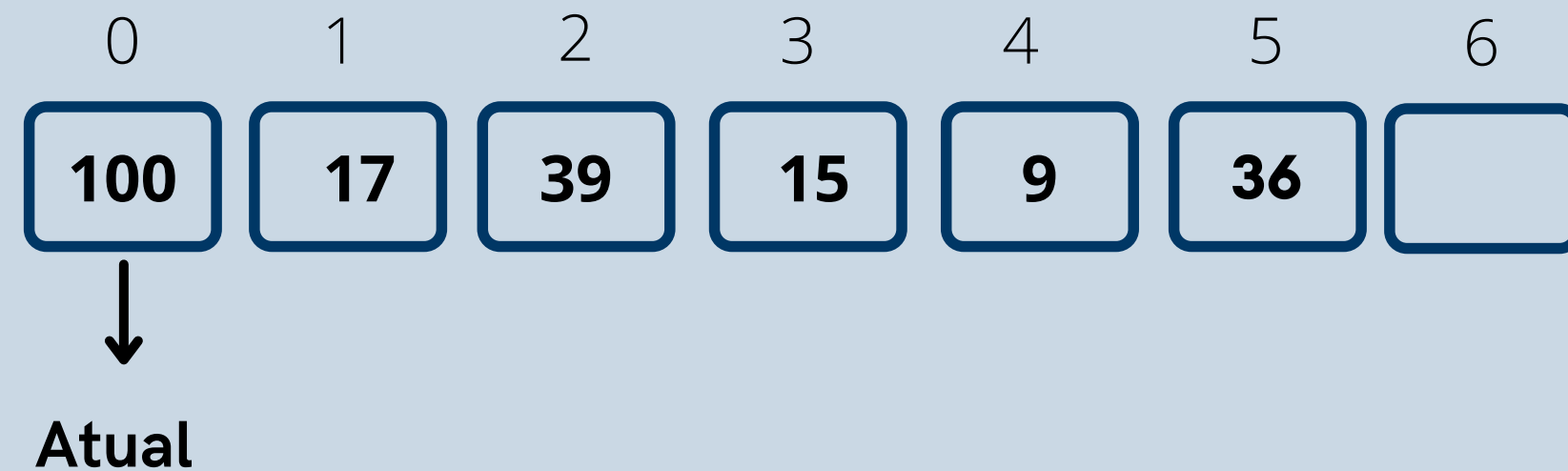
```
def inserir(self, nome, prioridade):  
    # Verificando se a fila está cheia.  
    if self.cheia():  
        print("Fila Cheia.")  
        return False  
  
    # Criando o elemento (Aviao) a ser inserido.  
    novo_dado = Aviao(nome, prioridade)  
  
    # Inserindo o novo elemento na última posição.  
    self.dados[self.quantidade] = novo_dado  
  
    # Incrementando em uma unidade o valor quantidade.  
    self.quantidade += 1  
  
    return True
```



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):

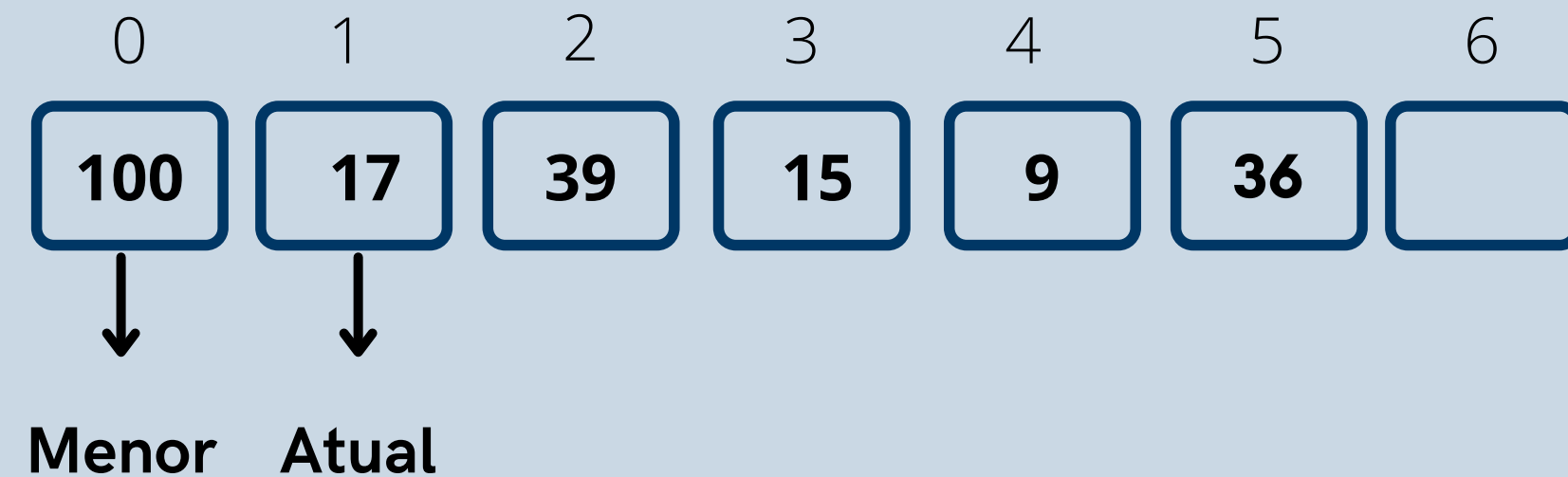




# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

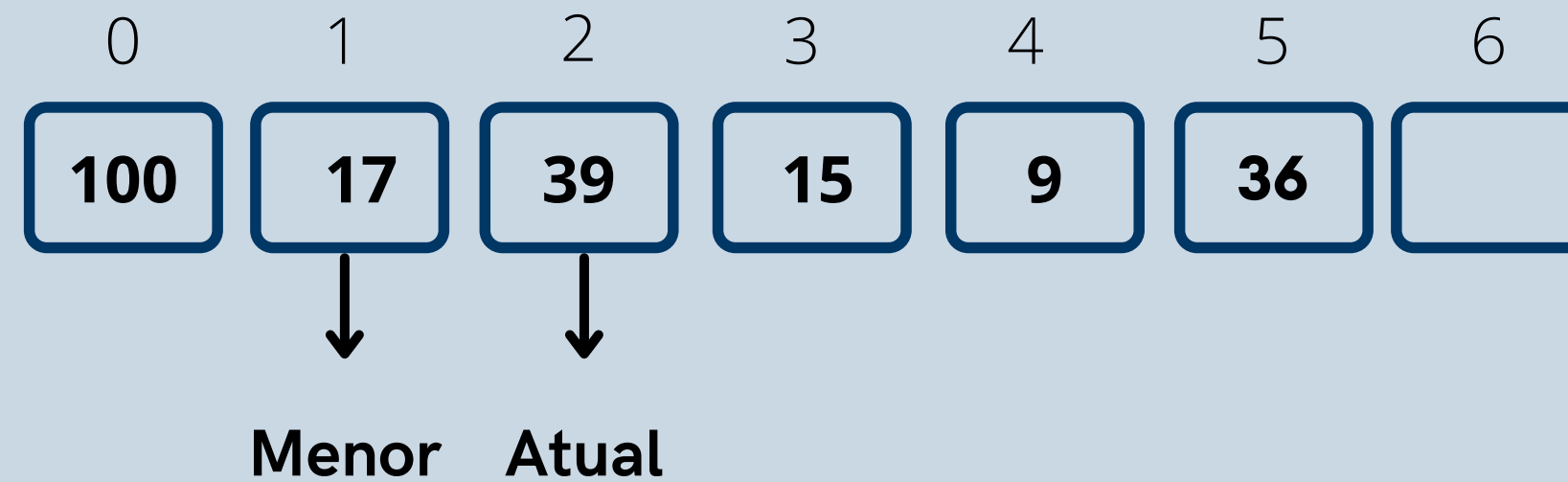
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

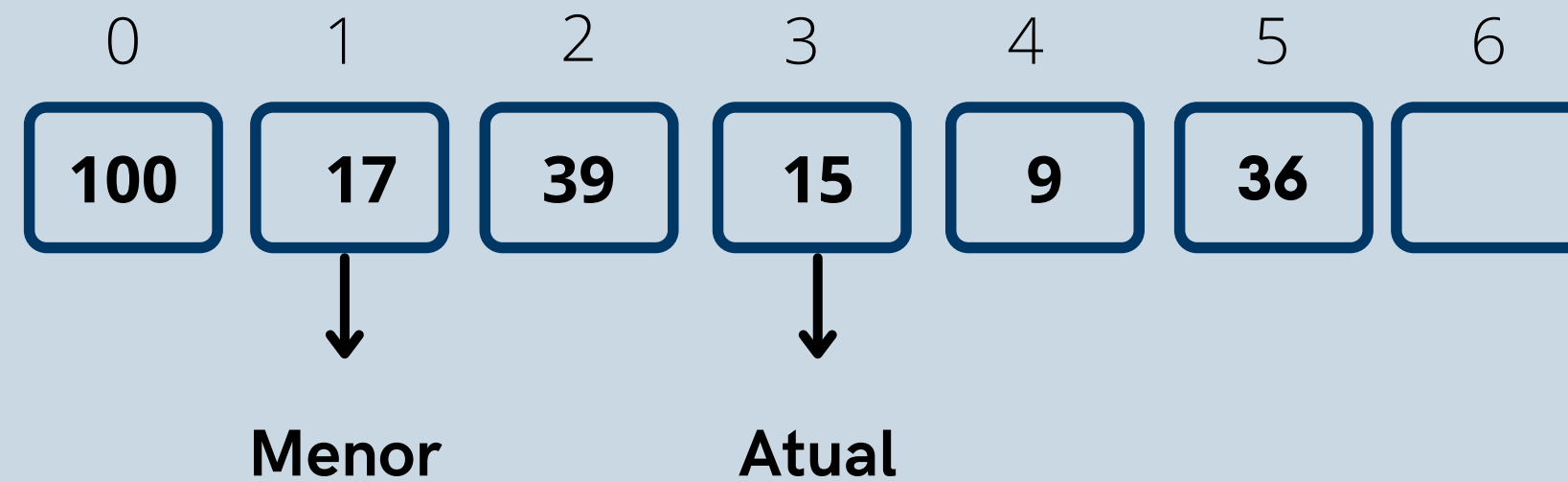
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

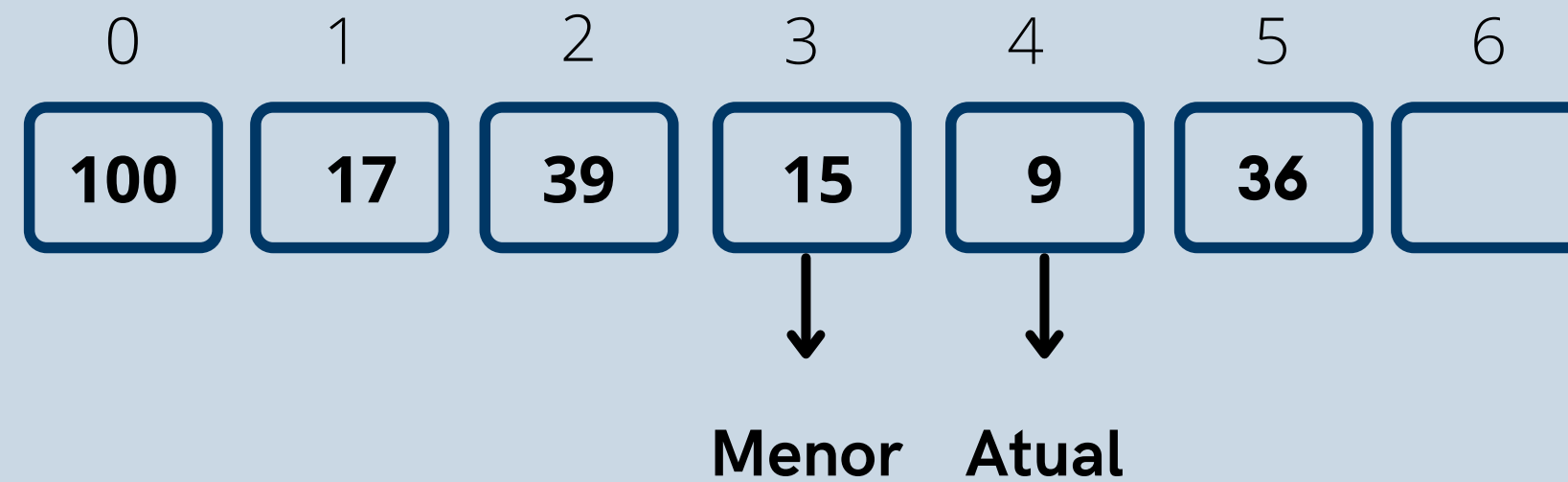
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):

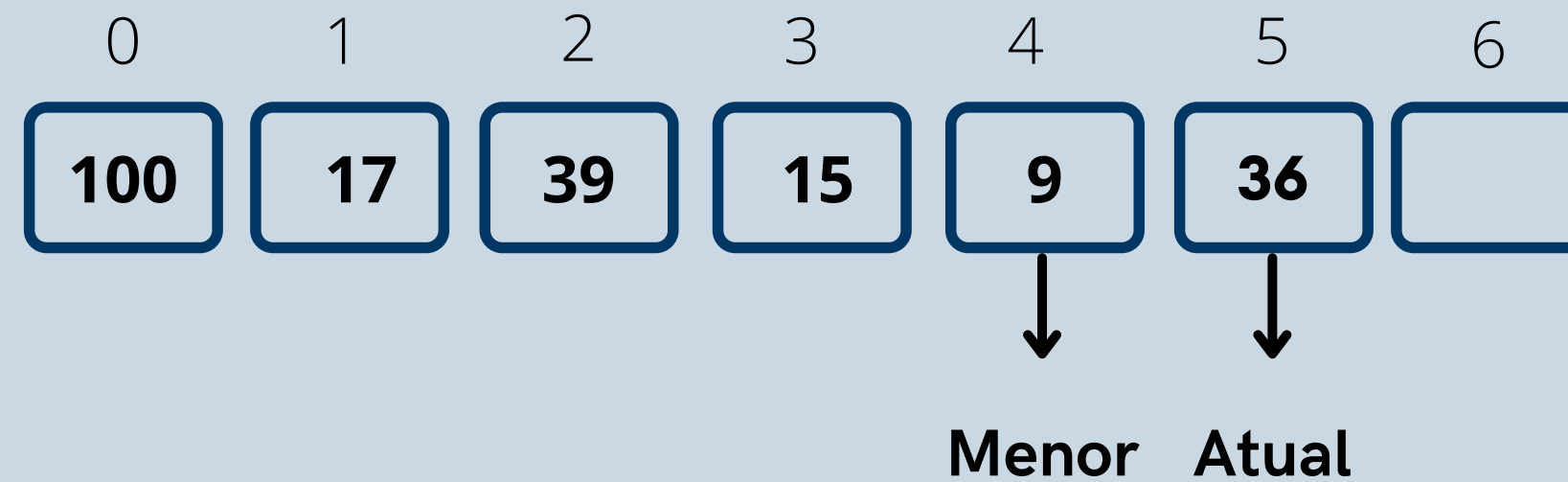




# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

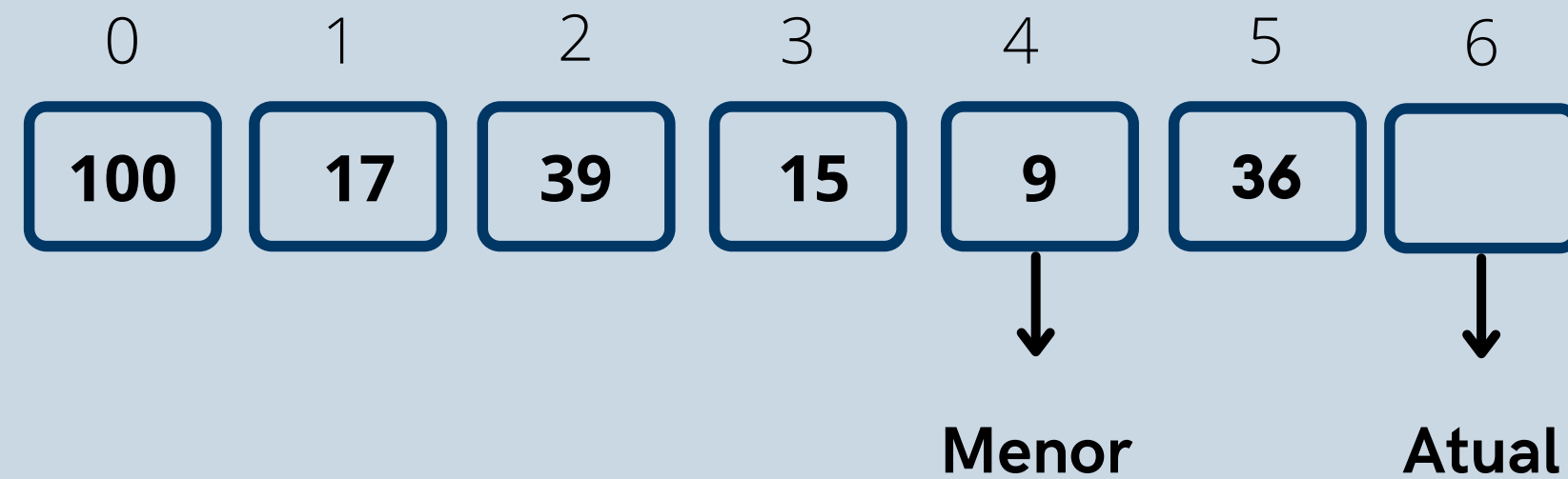
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

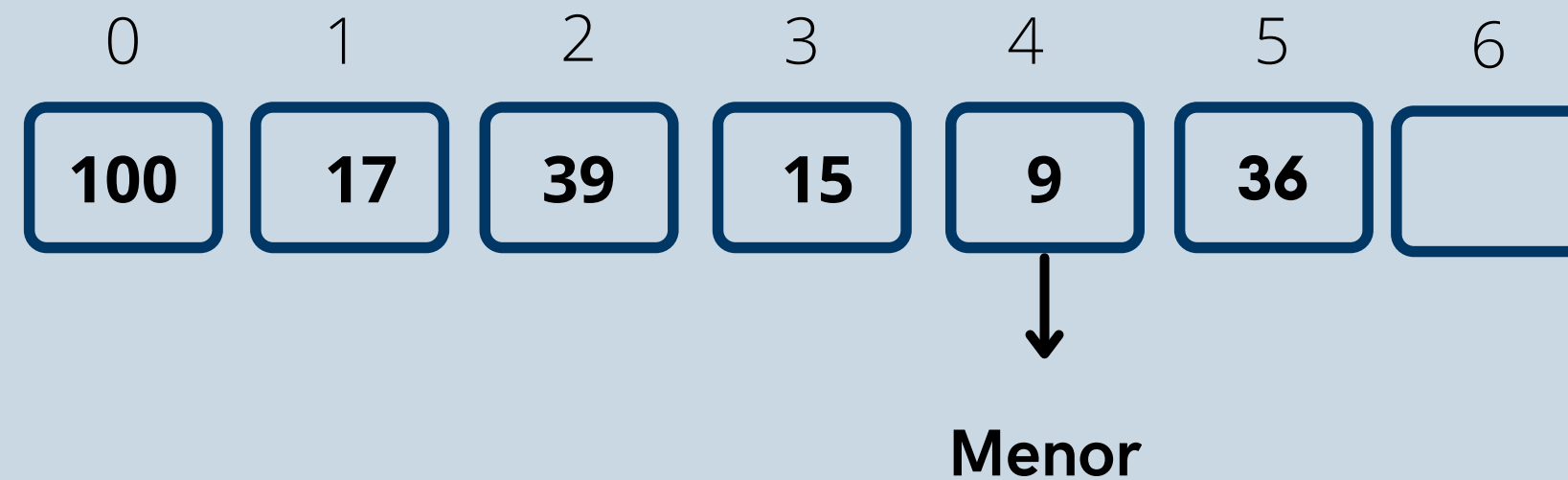
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):

0	1	2	3	4	5	6
100	17	39	15		36	





# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):

0	1	2	3	4	5	6
100	17	39	15	36		



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove:

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):

0	1	2	3	4	5	6
100	17	39	15	36		

Complexidade:  $O(n)$



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Remove

```
def remover(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    # Procurando o elemento de menor prioridade.  
    menor = self.dados[0]  
    indice = 0  
  
    for i in range(1, self.quantidade):  
        if menor.prioridade > self.dados[i].prioridade:  
            menor = self.dados[i]  
            indice = i
```

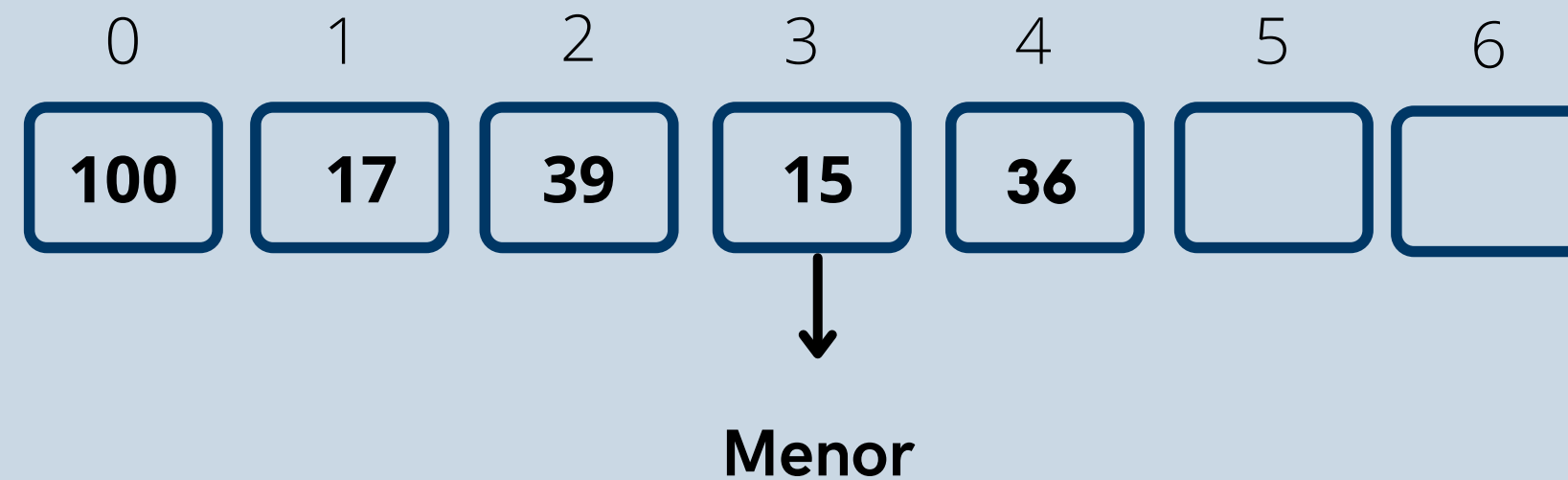
```
# Preenchendo o elemento removido com seus sucessores.  
for i in range(indice, self.quantidade - 1):  
    self.dados[i] = self.dados[i + 1]  
  
# Decrementando em uma unidade o valor quantidade.  
self.quantidade -= 1  
  
return True
```



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Consultar

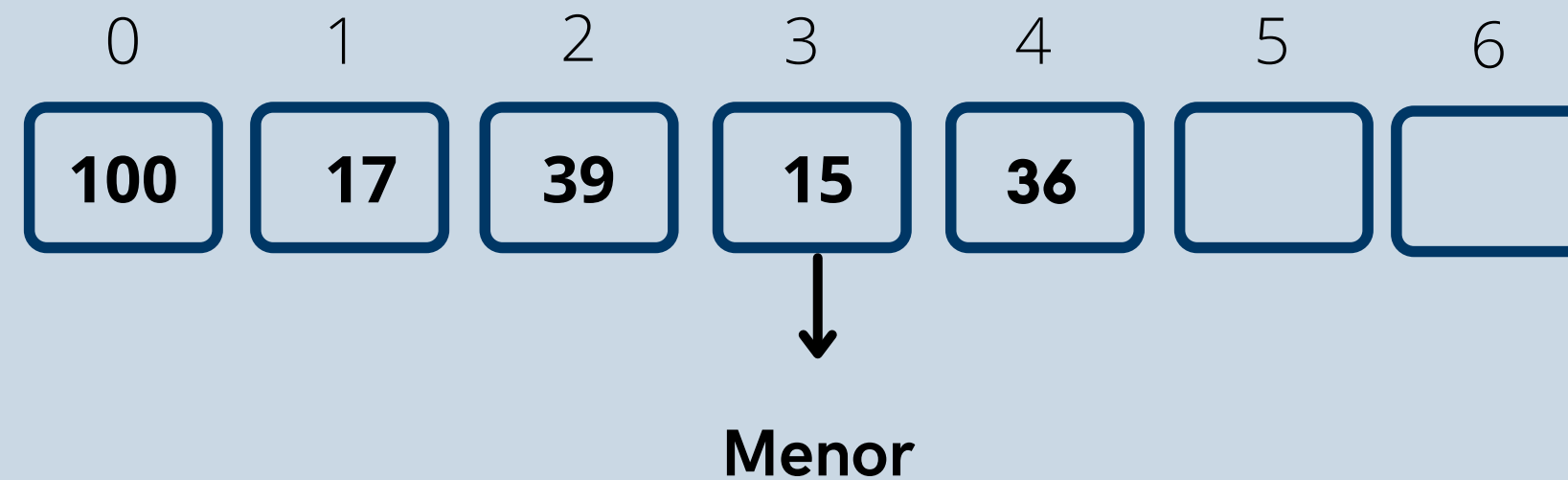
Consultando o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Consultar

Consultando o elemento de menor valor (maior prioridade):



Complexidade:  $O(n)$



# Metodologia

## 3. Vetor Desordenado - Consultar

```
def consultar(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    # Procurando o elemento de maior prioridade.  
    menor = self.dados[0]  
    indice = 0  
  
    for i in range(1, self.quantidade):  
        if menor.prioridade > self.dados[i].prioridade:  
            menor = self.dados[i]  
            indice = i
```

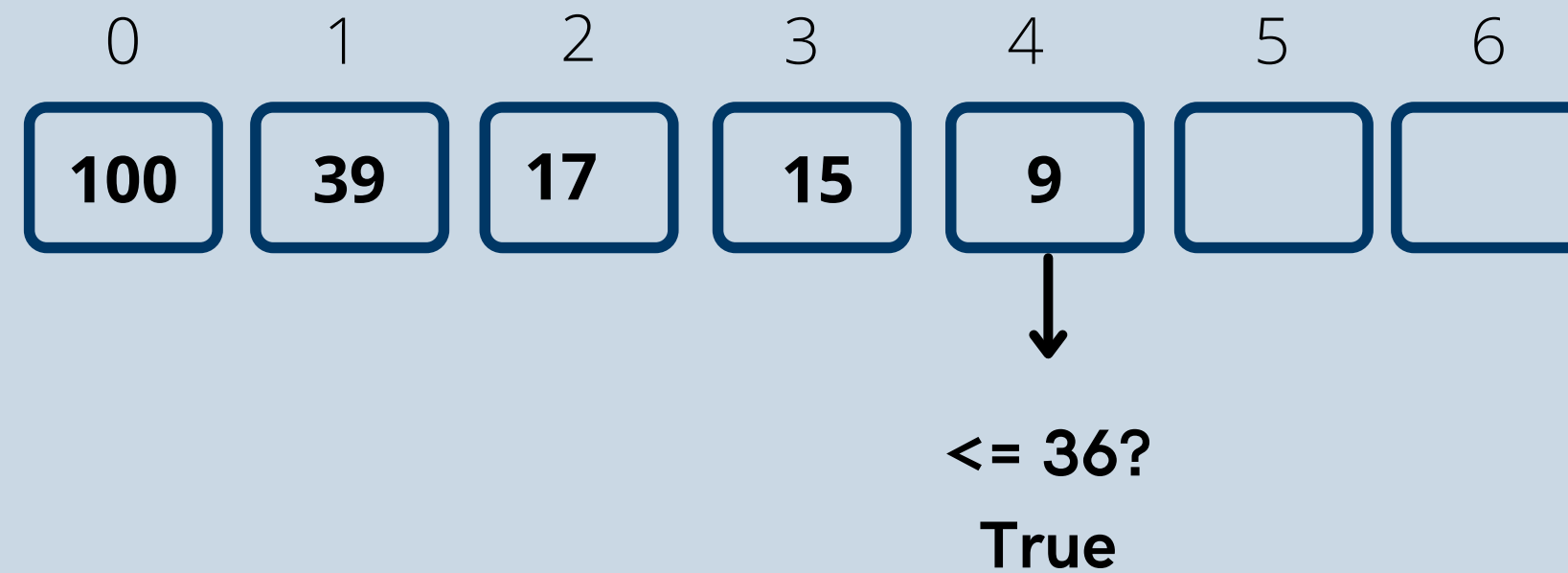
```
# Mostrando o elemento de maior prioridade  
print(self.dados[indice])  
  
return True
```



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 36:

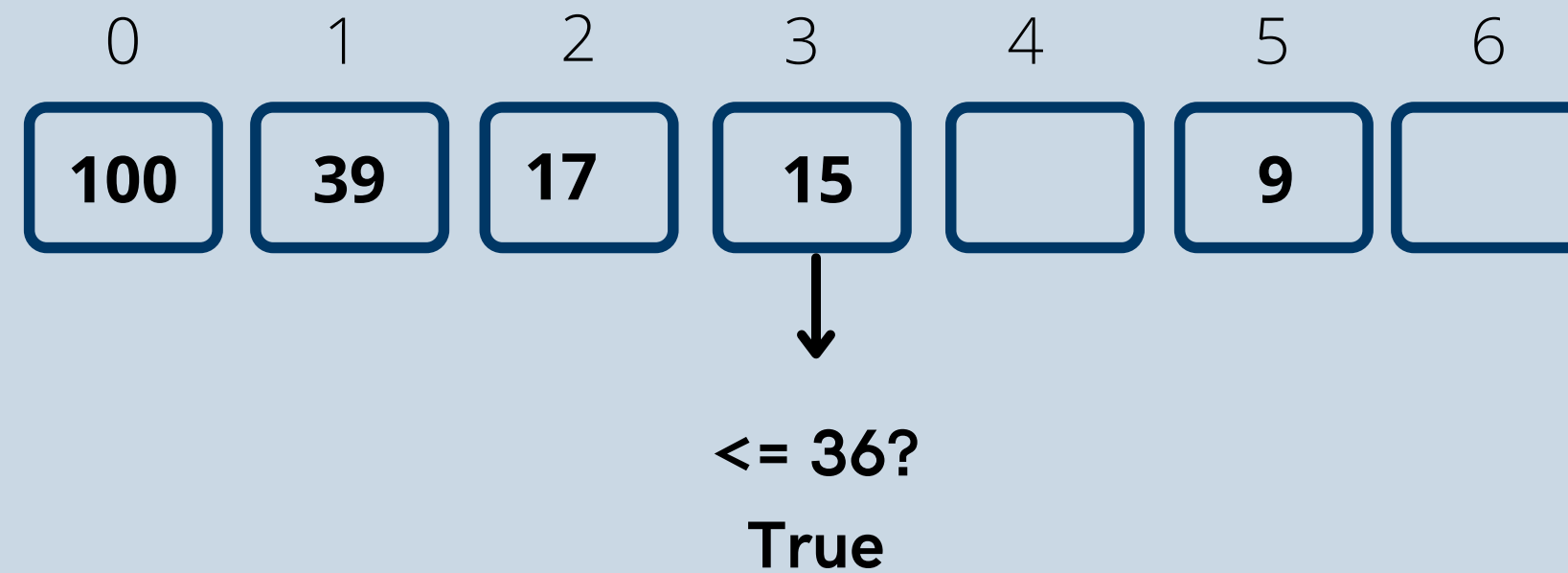




# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

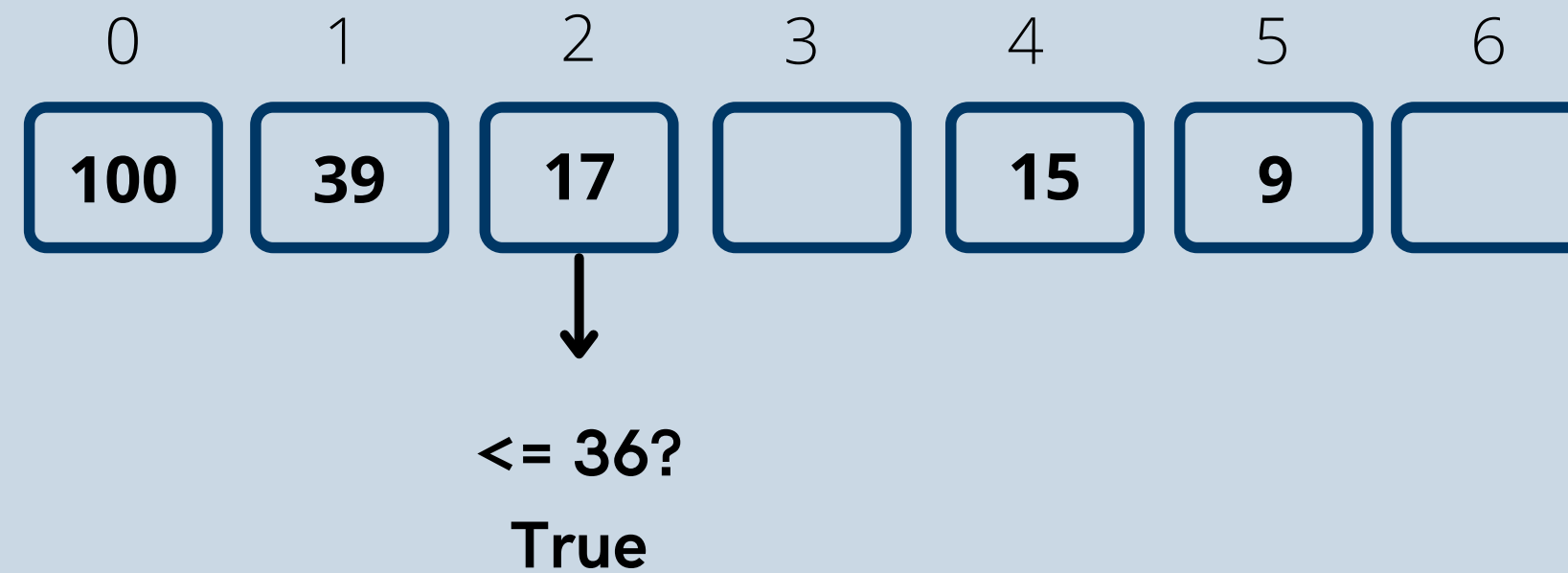
Inserindo o elemento de prioridade 36:



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

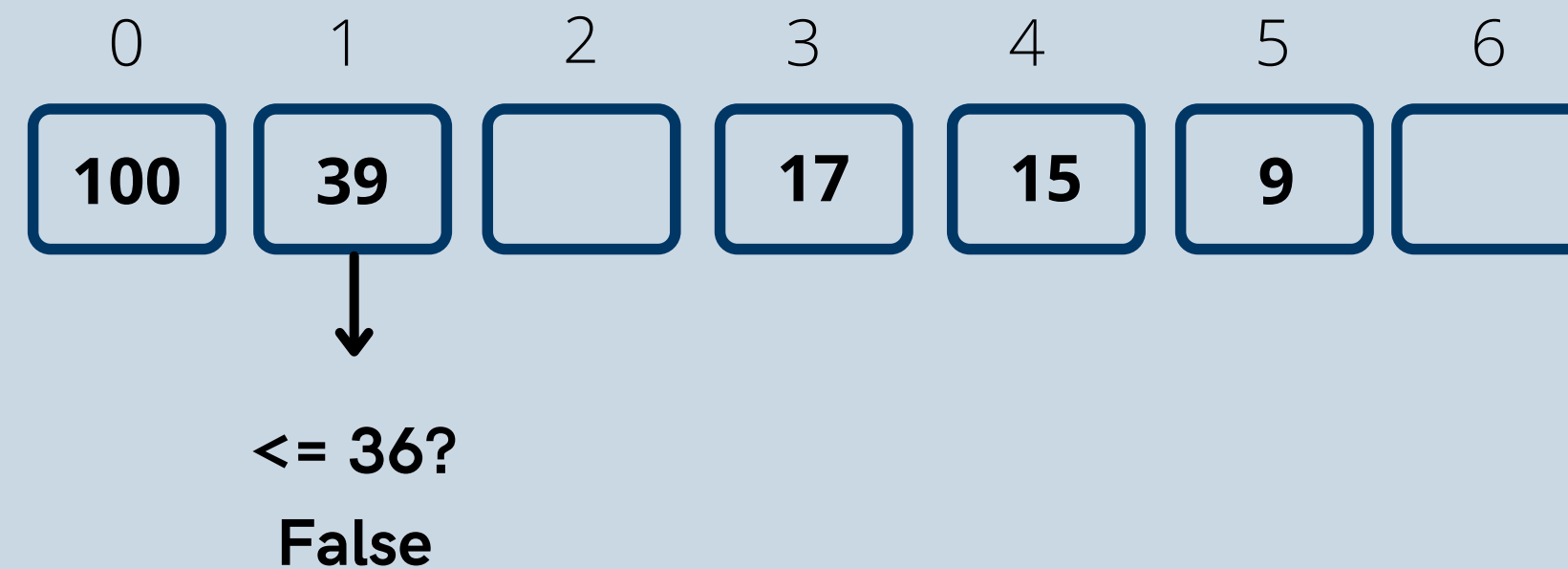
Inserindo o elemento de prioridade 36:



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

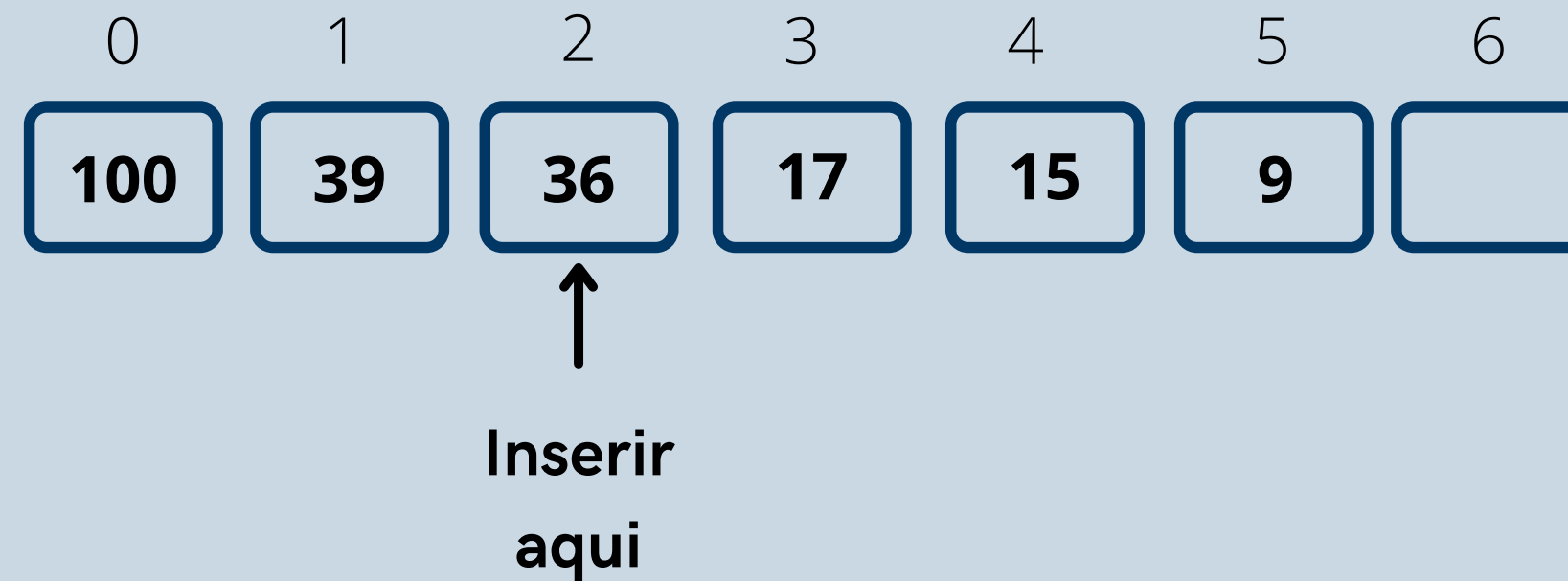
Inserindo o elemento de prioridade 36:



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

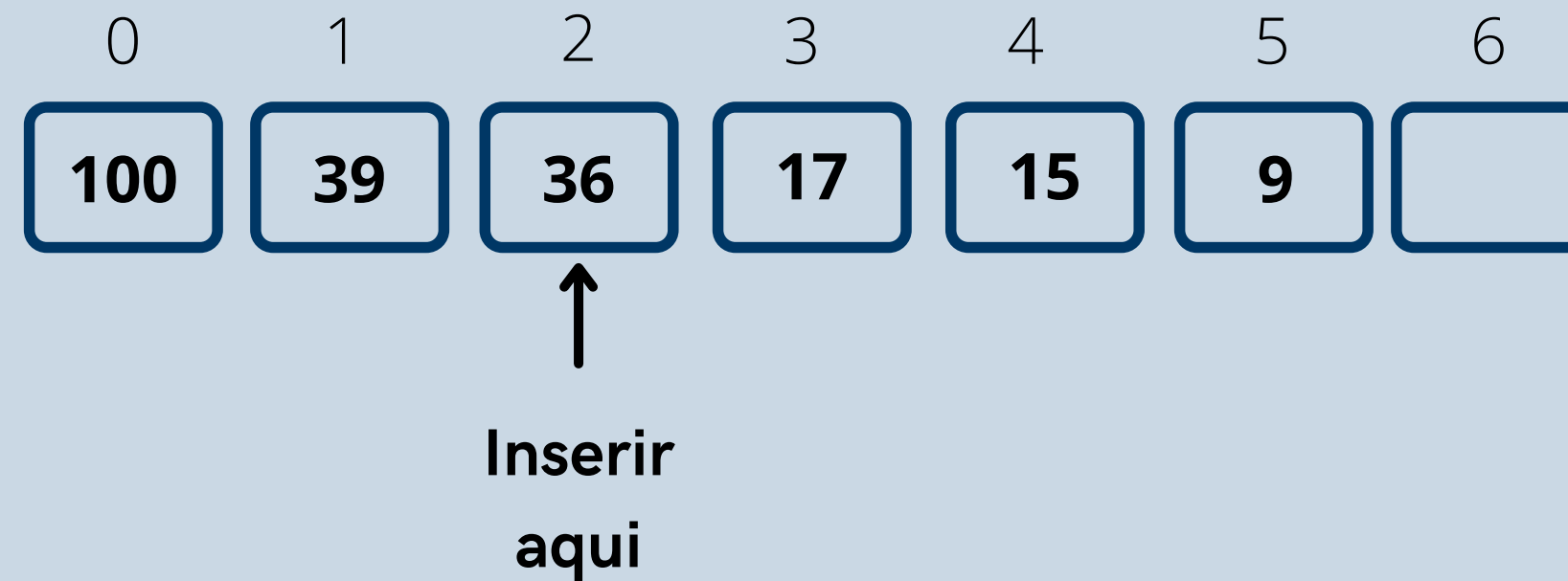
Inserindo o elemento de prioridade 36:



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 36:



Complexidade:  $O(n)$



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Inserir

```
def inserir(self, nome, prioridade):  
    # Verificando se a fila está cheia.  
    if self.cheia():  
        print("Fila Cheia.")  
        return False  
  
    # Criando variável para iterar no loop.  
    i = self.quantidade - 1  
  
    # Liberando a posição correta para inserir o novo  
    elemento.  
    while i >= 0 and self.dados[i].prioridade <= prioridade:  
        self.dados[i + 1] = self.dados[i]  
        i -= 1
```

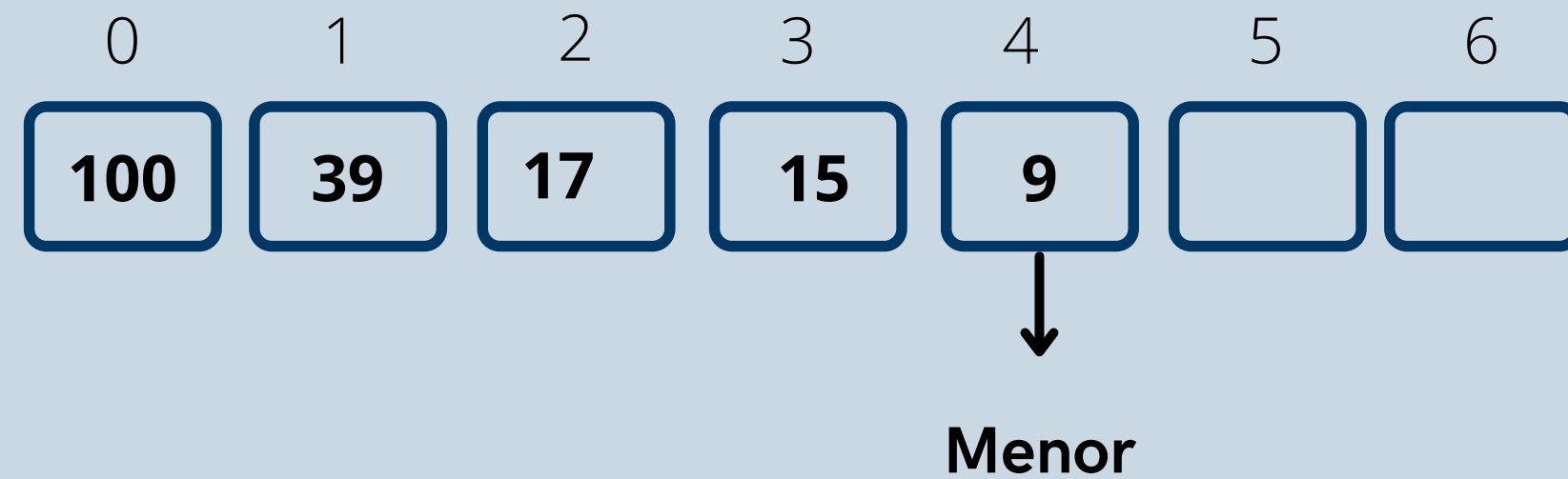
```
# Criando o elemento (Aviao) a ser inserido.  
novo_dado = Aviao(nome, prioridade)  
  
# Inserindo o novo elemento na posição correta.  
self.dados[i + 1] = novo_dado  
  
# Incrementando em uma unidade o valor quantidade.  
self.quantidade += 1  
  
return True
```



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Remove

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):





# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Remover

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):

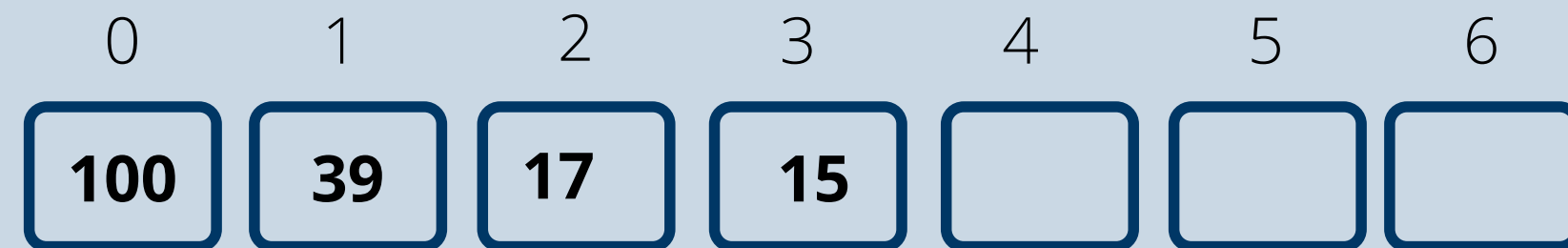
0	1	2	3	4	5	6
100	39	17	15			



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Remove

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



Complexidade:  $O(1)$



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Remove

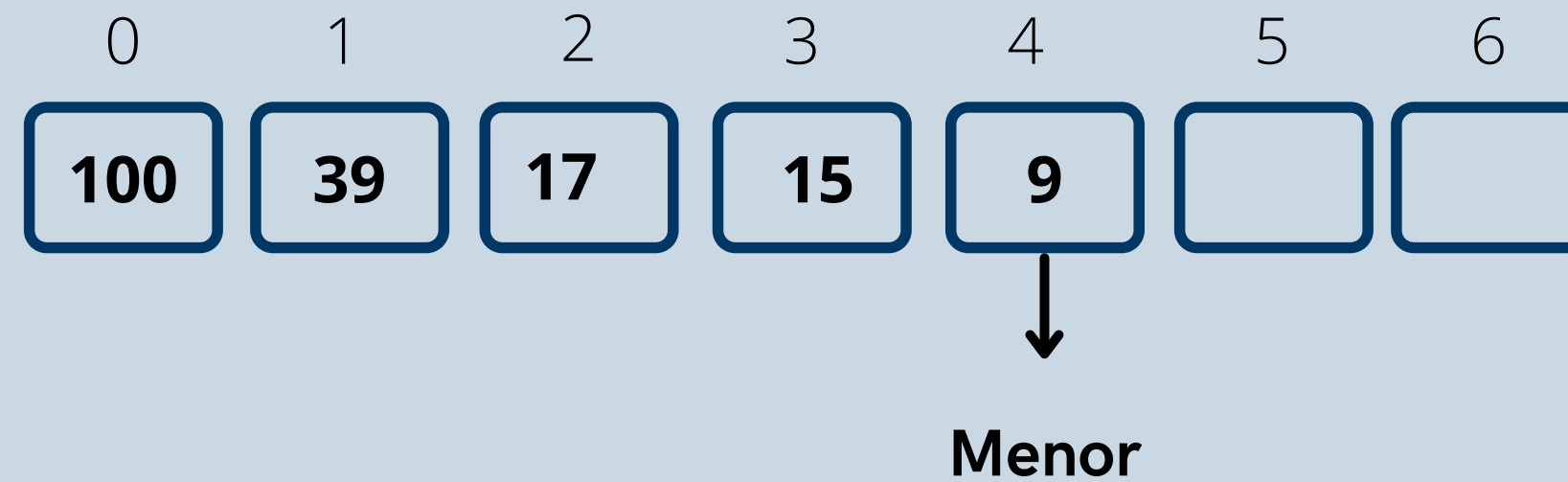
```
def remover(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    # Decrementando em uma unidade o valor  
    quantidade.  
    self.quantidade -= 1  
  
    return True
```



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Consultar

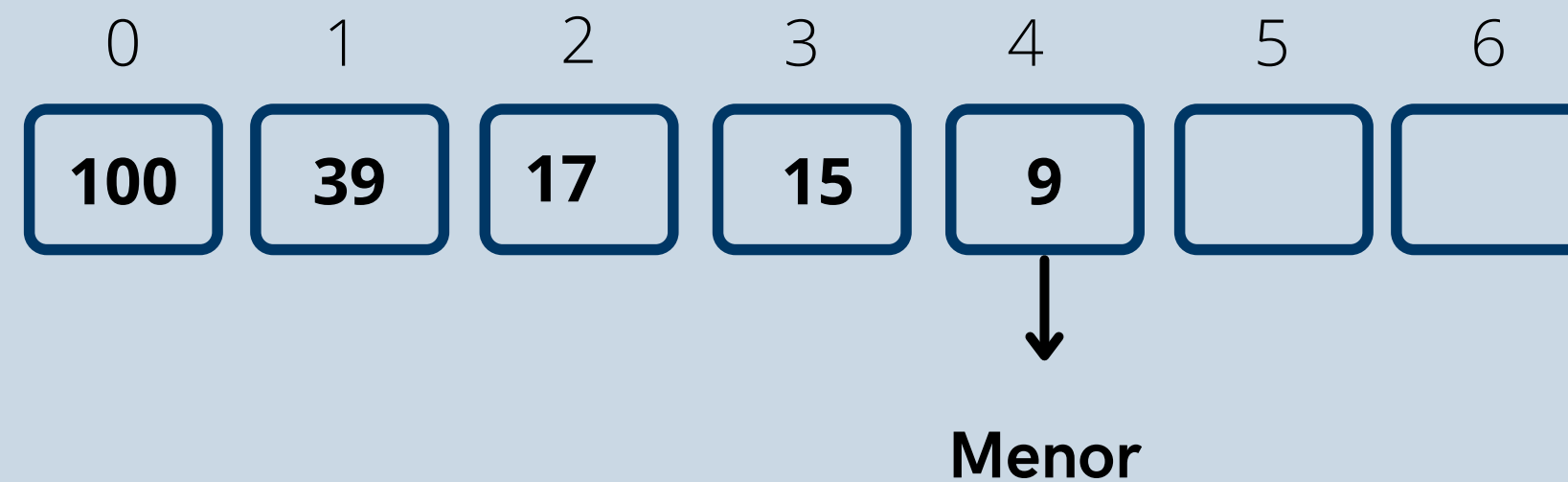
Consultando o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Consultar

Consultando o elemento de menor valor (maior prioridade):



Complexidade:  $O(1)$



# Metodologia

## 4. Vetor Ordenado - Consultar

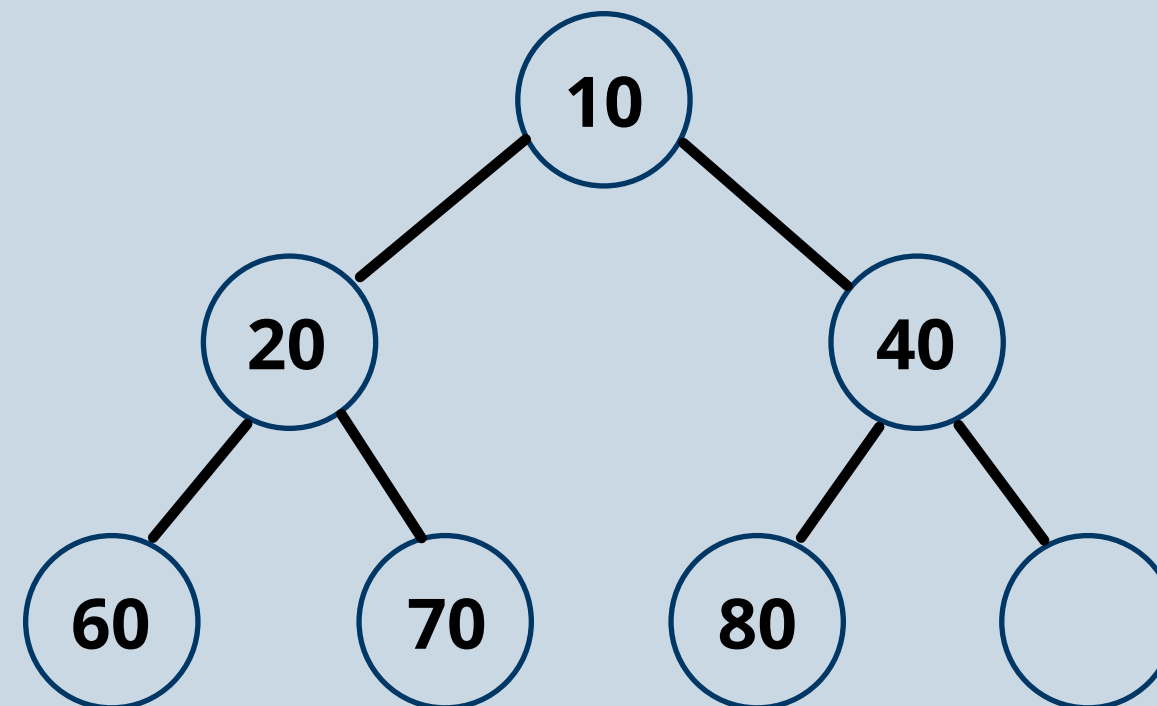
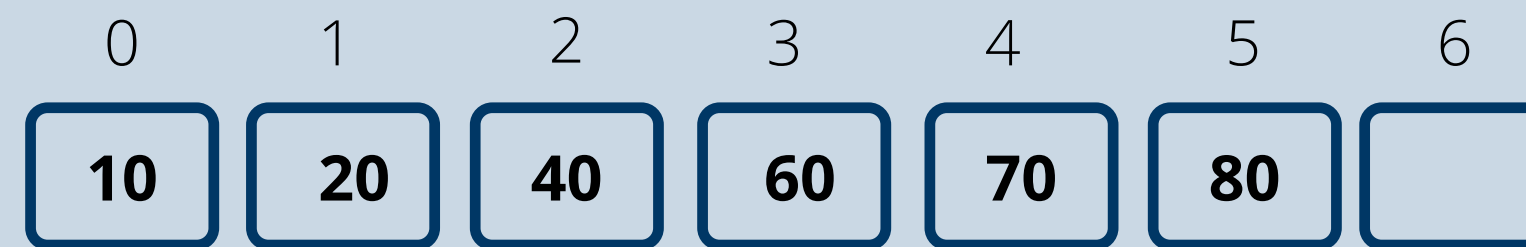
```
def consultar(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    #Mostrando ultimo elemento do array (maior  
    #prioridade)  
    print(self.dados[self.quantidade - 1])  
  
    return True
```



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 9:

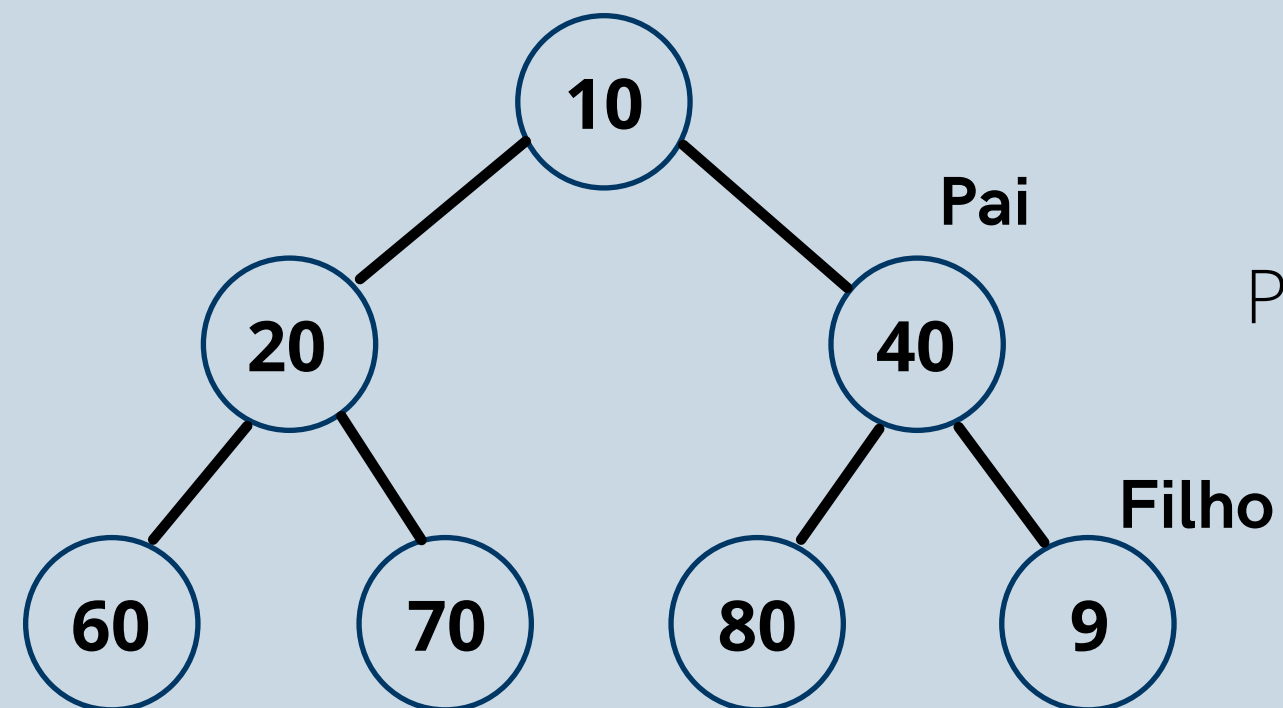
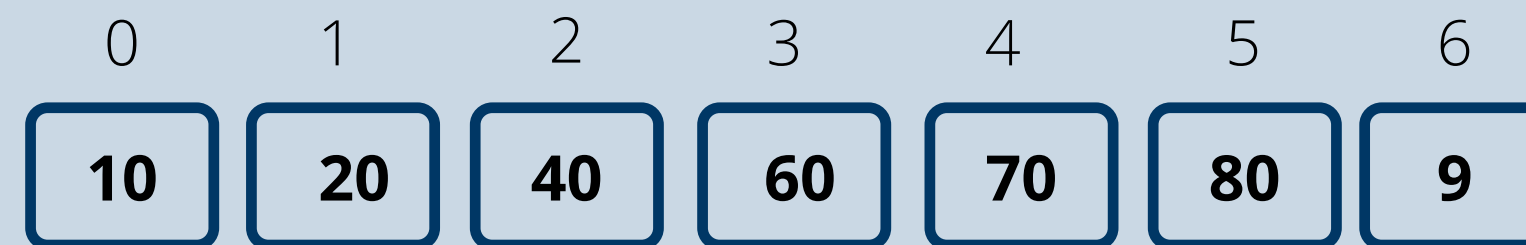




# Metodologia

## 5. Heap Binária - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 9:



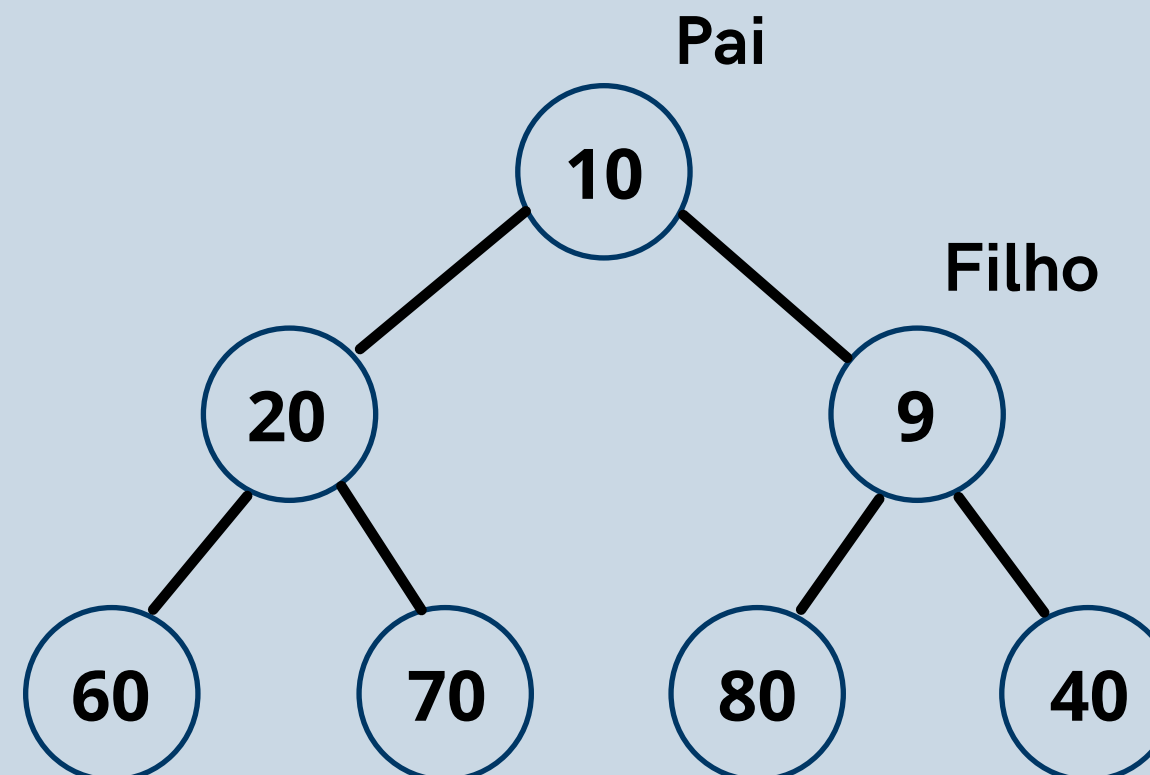
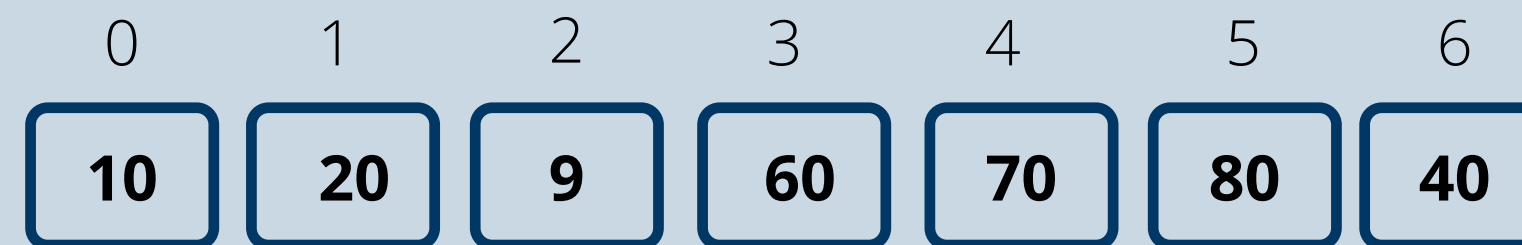
Pai > Filho → Trocar



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 9:



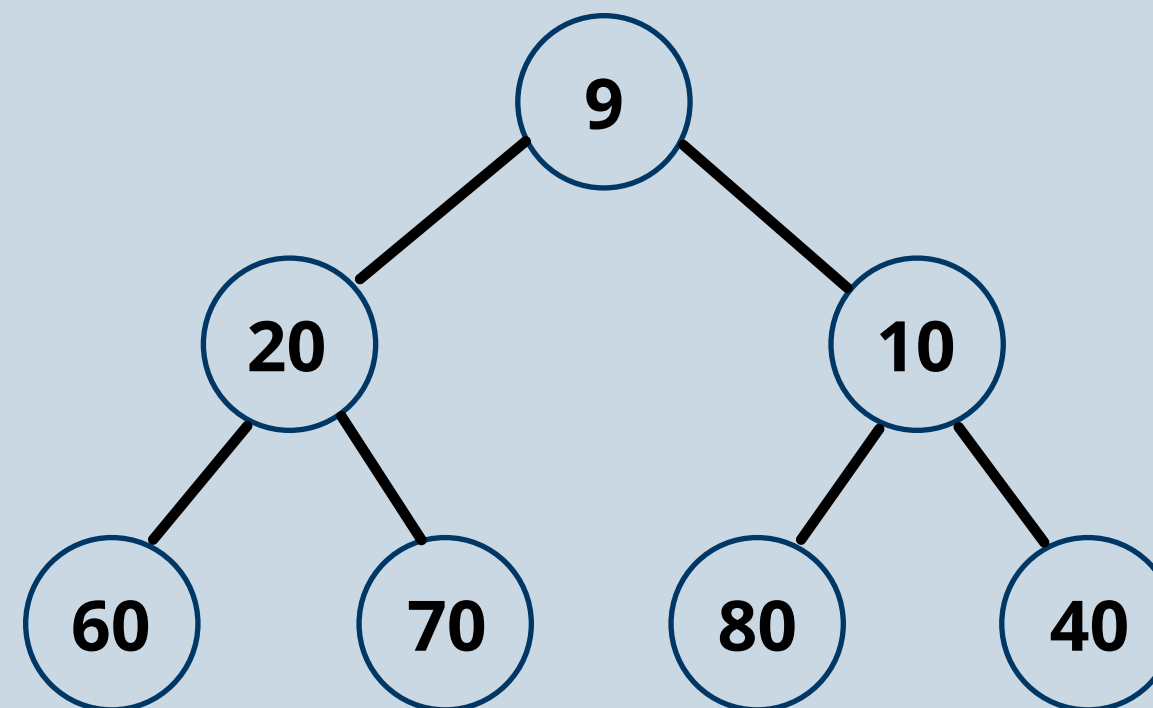
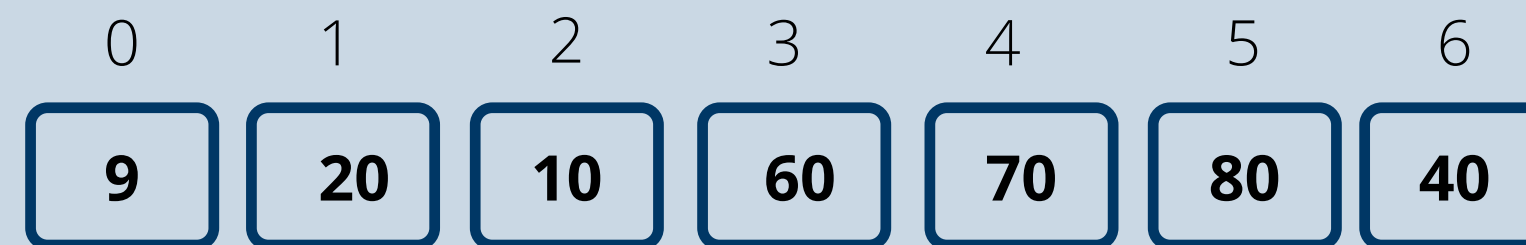
Pai > Filho → Trocar



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Inserir

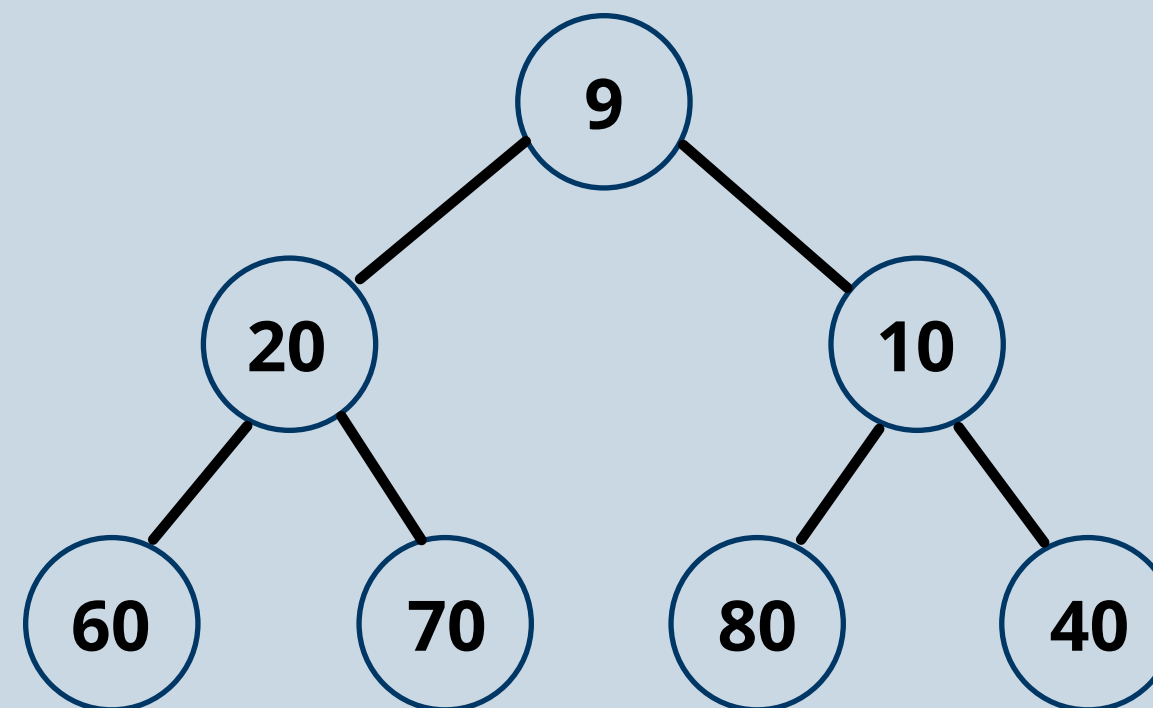
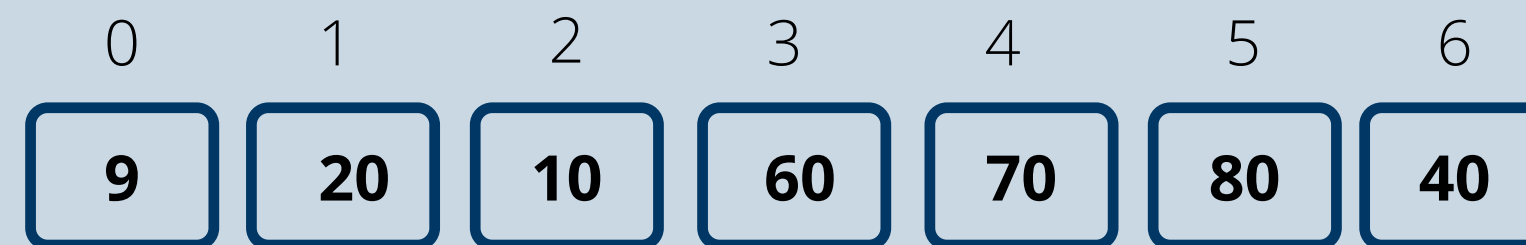
Inserindo o elemento de prioridade 9:



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 9:



Complexidade:  $O(\log n)$



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Inserir

```
def inserir(self, nome, prioridade):  
    # Verificar se a Heap está cheia.  
    if self.cheia():  
        print("Fila Cheia.")  
        return False  
  
    # Criando o elemento (Aviao) a ser inserido.  
    novo_dado = Aviao(nome, prioridade)  
  
    # Inserindo o elemento na ultima posição da Heap.  
    self.dados[self.quantidade] = novo_dado
```

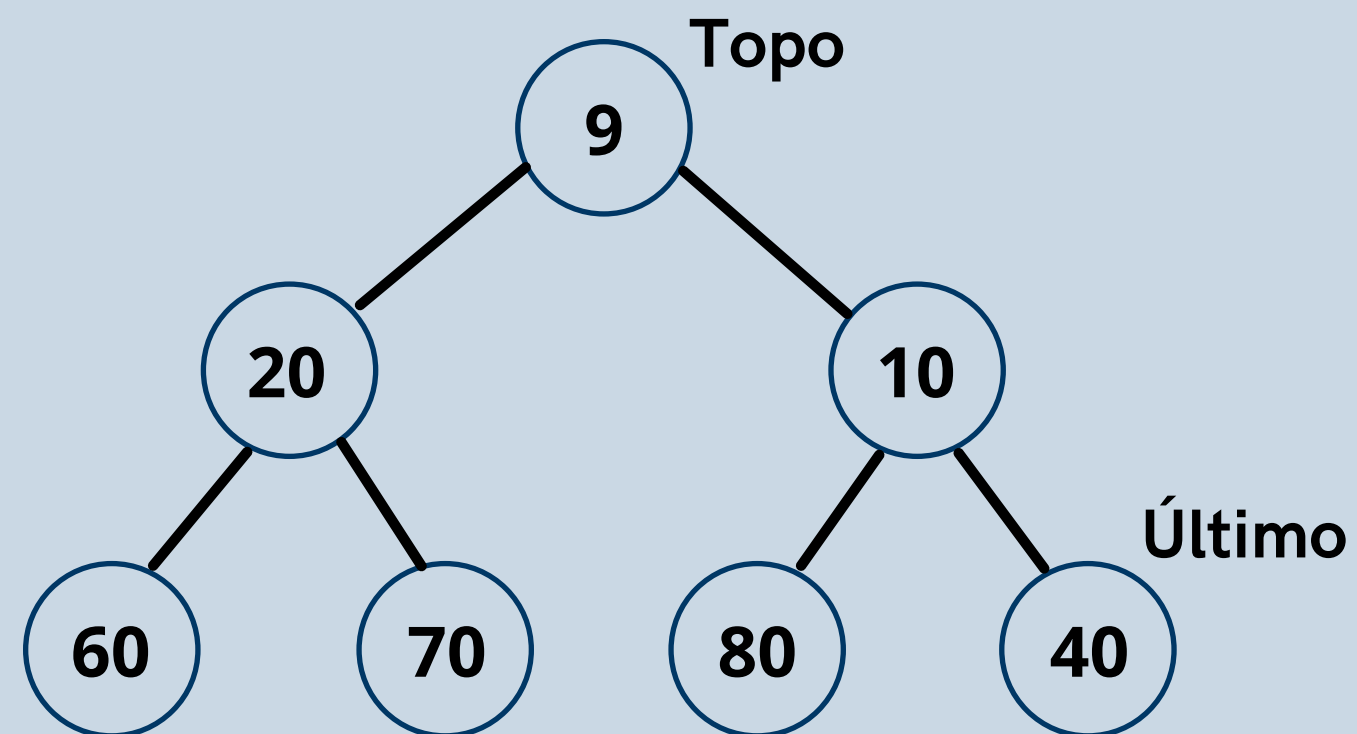
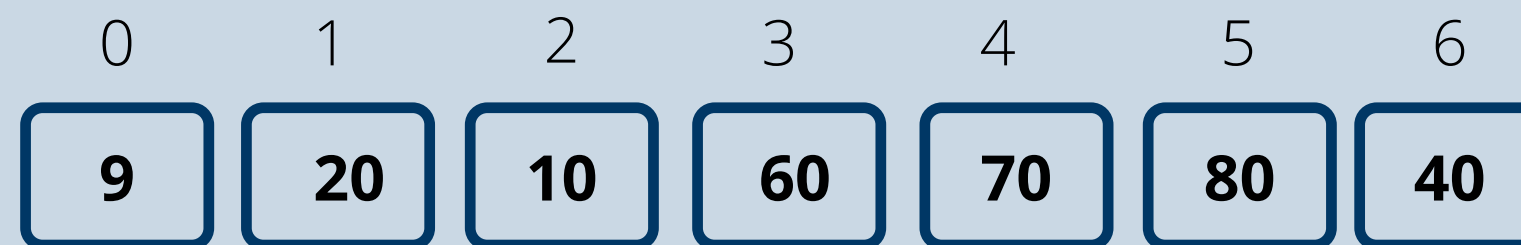
```
# Subindo o elemento para posição correta.  
self.__subir(filho = self.quantidade)  
  
# Incrementando em uma unidade o valor quantidade.  
self.quantidade += 1  
  
return True
```



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Remove

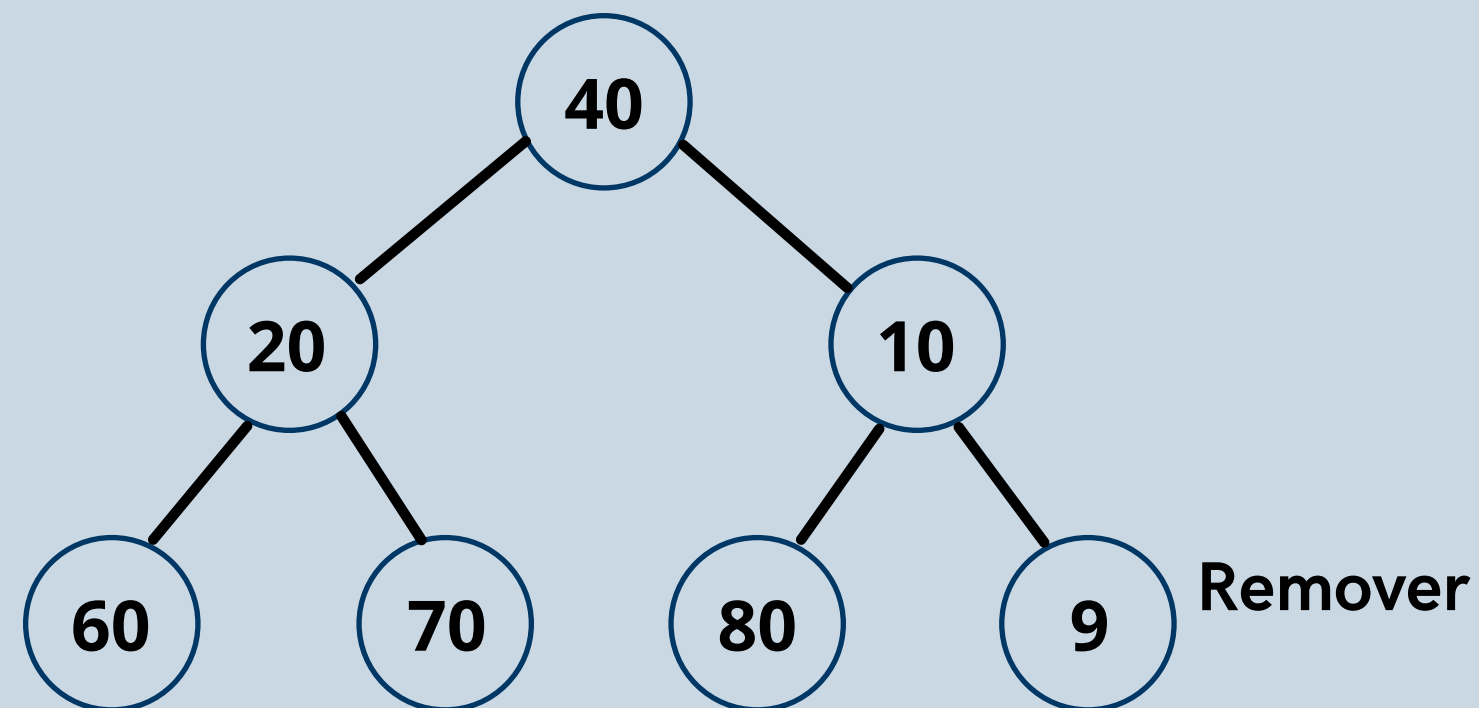
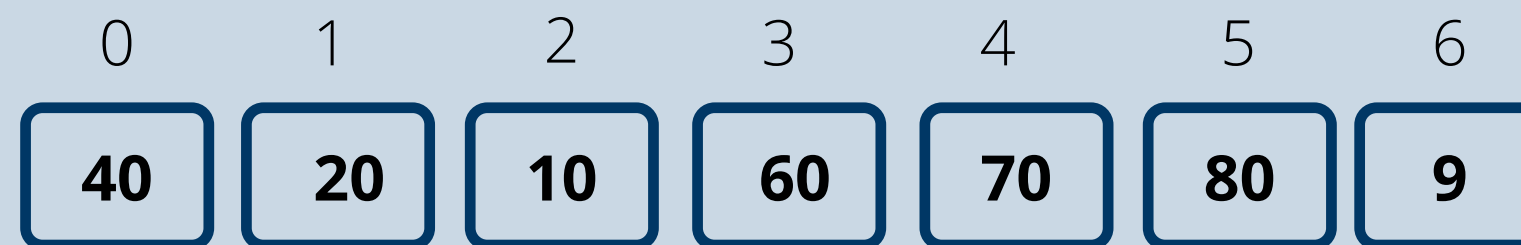
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Remove

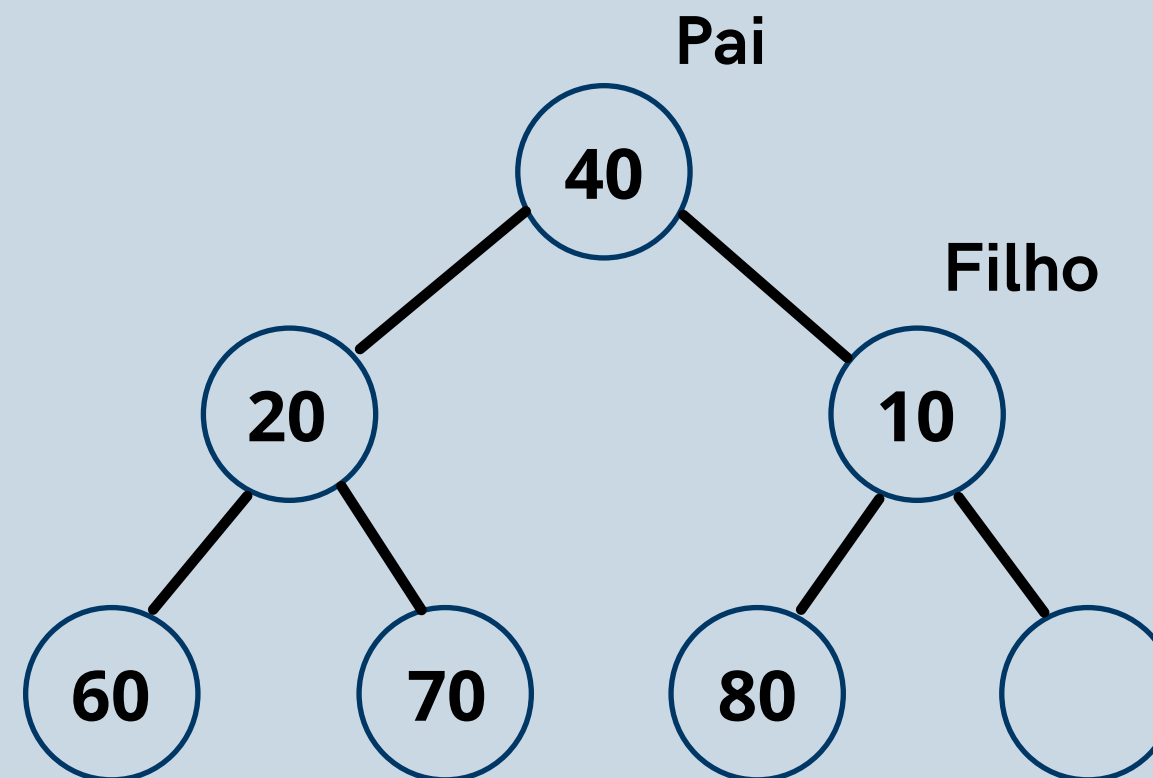
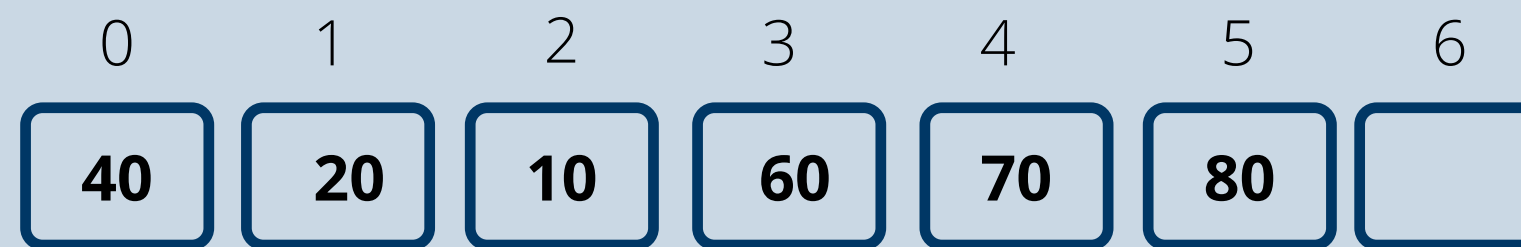
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Remove

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



Pai > Filho → Trocar

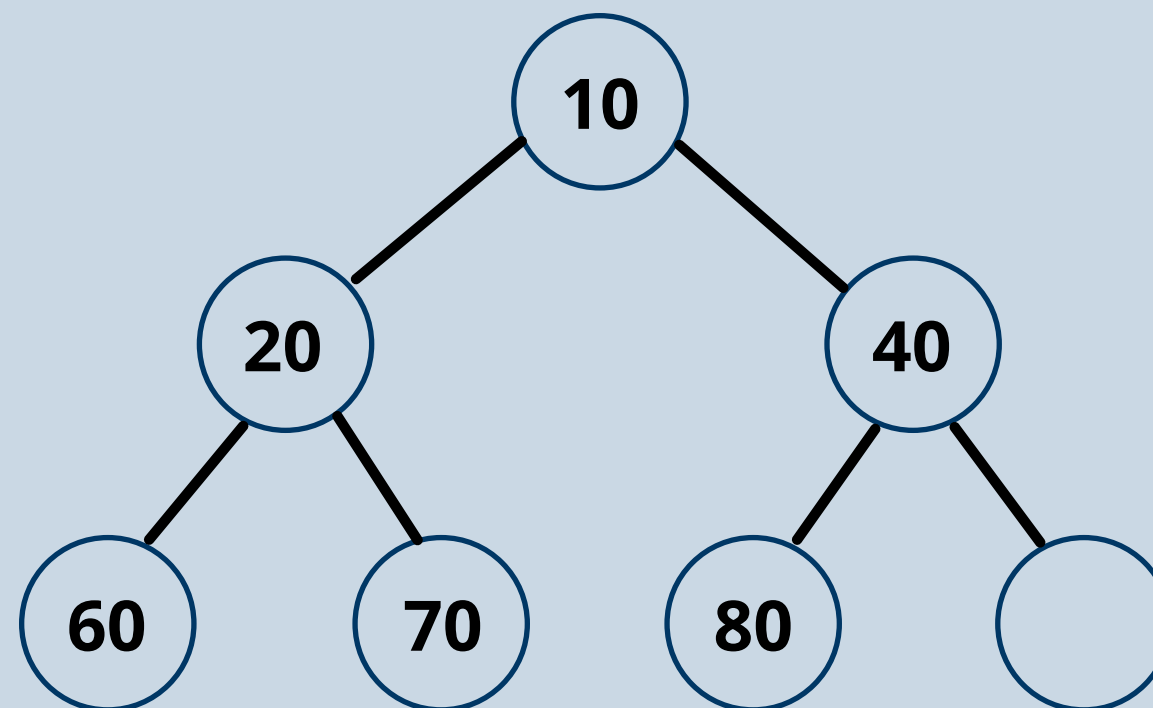
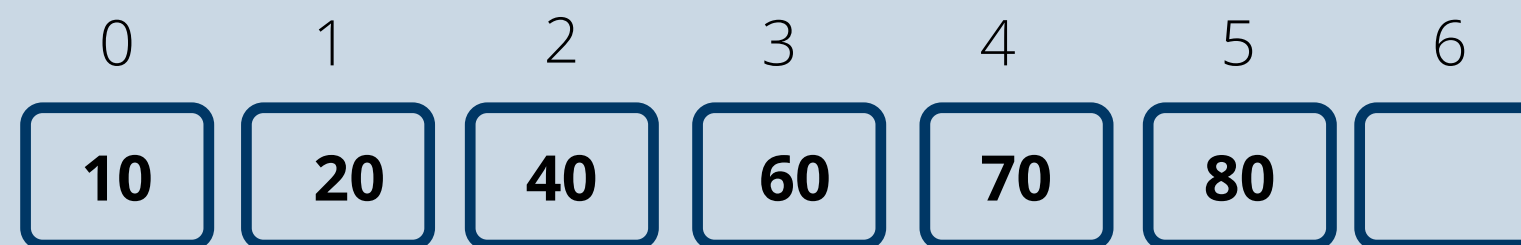




# Metodologia

## 5. Heap Binária - Remove

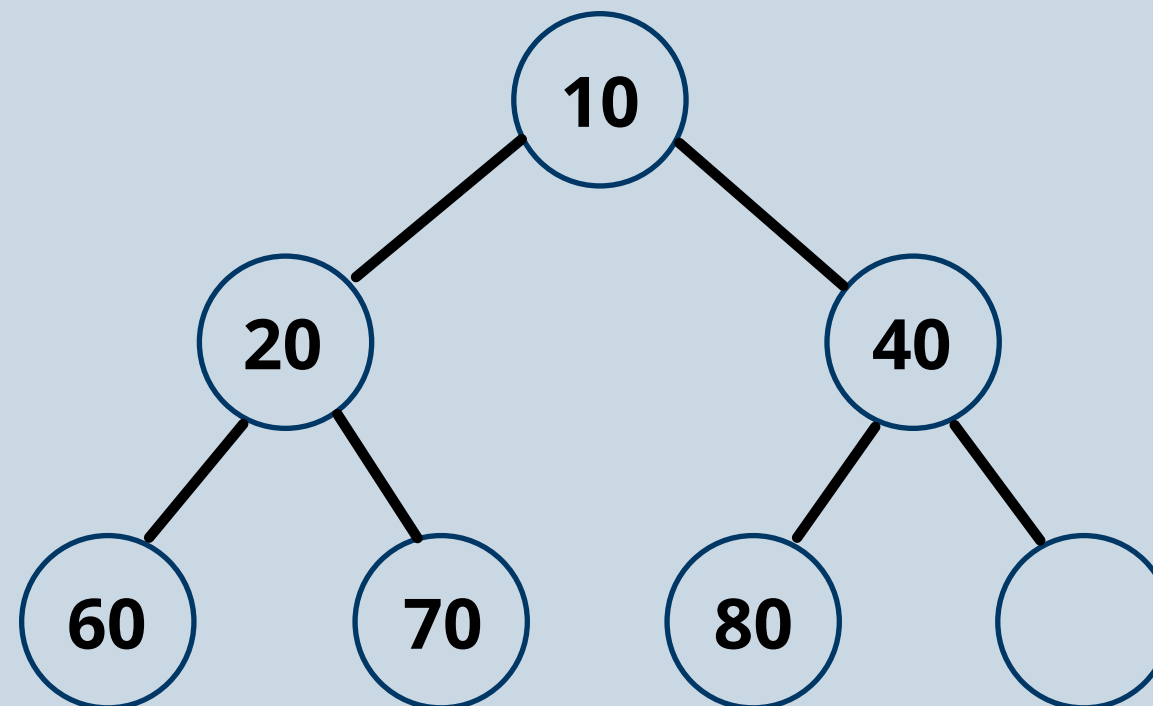
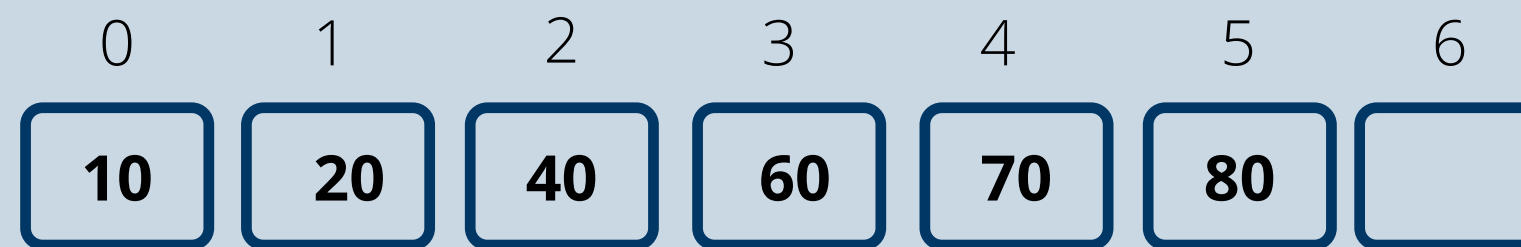
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Remove

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



Complexidade:  $O(\log n)$



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Remove

```
def remover(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    # Decrementando em uma unidade o valor quantidade.  
    self.quantidade -= 1  
  
    # Colocando o ultimo elemento no topo (no lugar do  
    elemento removido).  
    self.dados[0] = self.dados[self.quantidade]
```

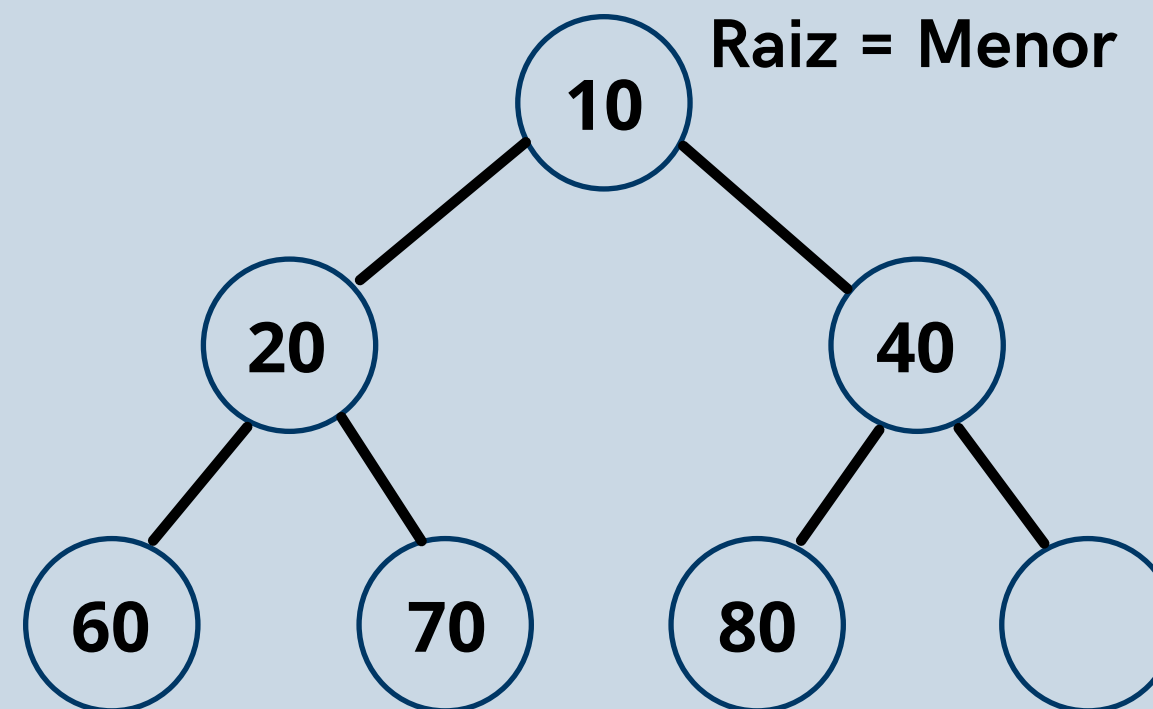
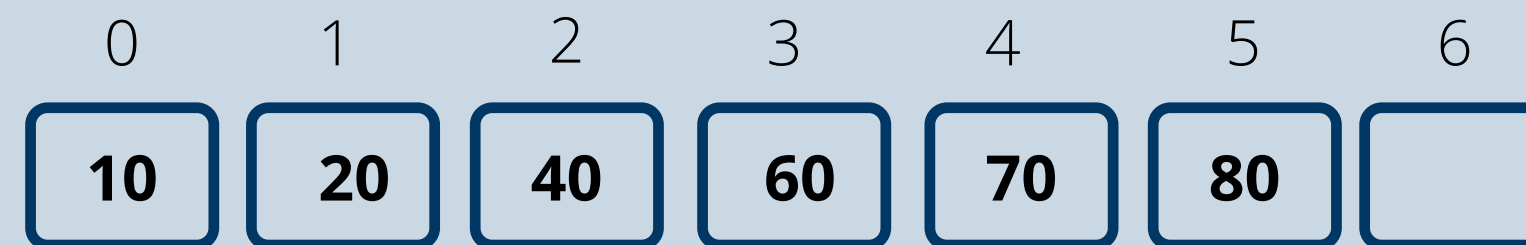
```
# Descendo o elemento que foi inserido no topo para a  
sua posição correta.  
self.__descer(pai = 0)  
  
return True
```



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Consultar

Consultando o elemento de menor valor (maior prioridade):



Complexidade:  $O(1)$



# Metodologia

## 5. Heap Binária - Consultar

```
def consultar(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    # Mostrando o elemento do topo da fila (maior  
    # prioridade).  
    print(self.dados[0])
```



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Aviao Modificada

```
class Aviao:
    def __init__(self) -> None:
        self.nome = None
        self.prioridade = -1
        self.pai = None
        self.filho = None
        self.esquerda = None
        self.direita = None
        self.grau = -1

    def __repr__(self):
        rep = "Nome: " + str(self.nome) + " | " + "Nível de
        Combustível: " + str(self.prioridade)
        return rep

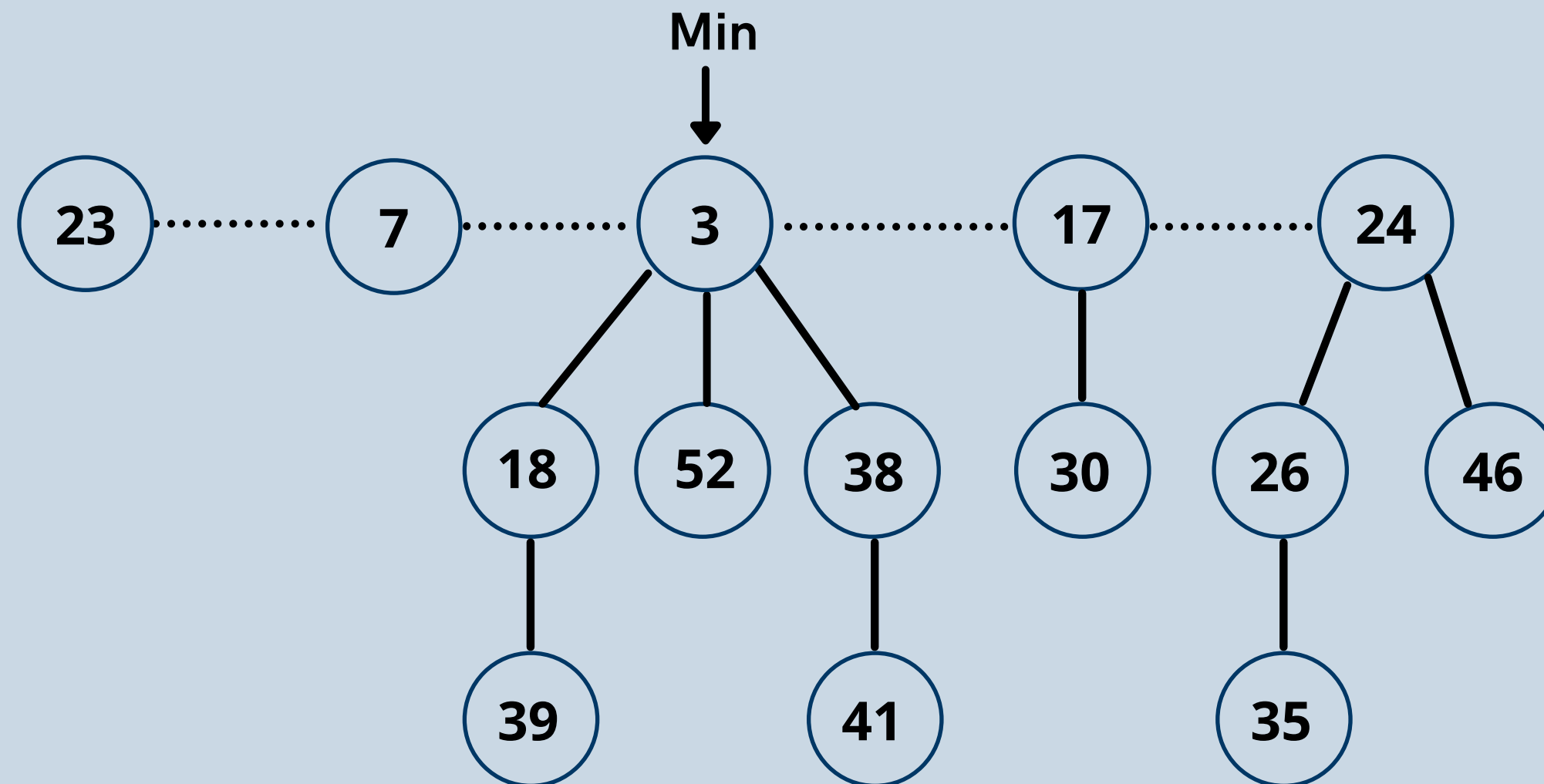
    def __str__(self) -> str:
        return self.__repr__()
```



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Inserir

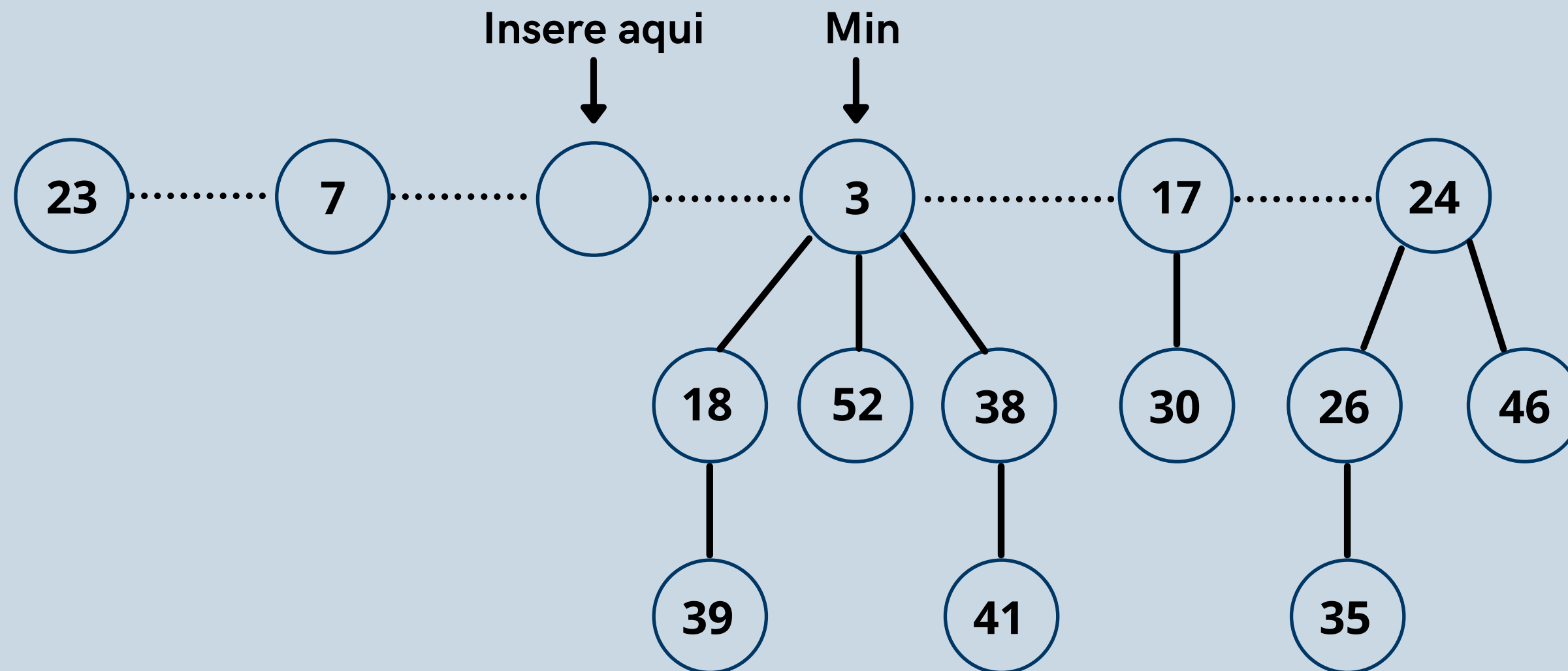
Inserindo o elemento de prioridade 21:



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 21:

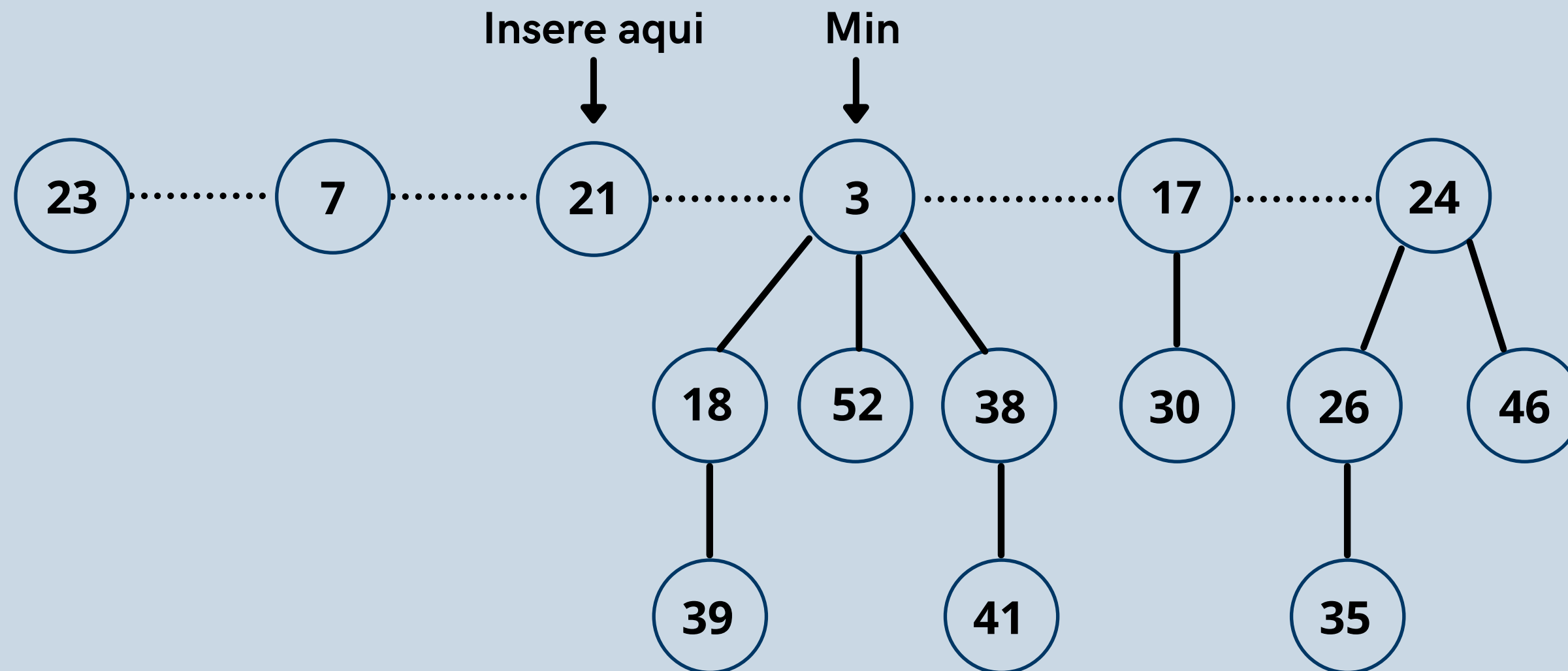




# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Inserir

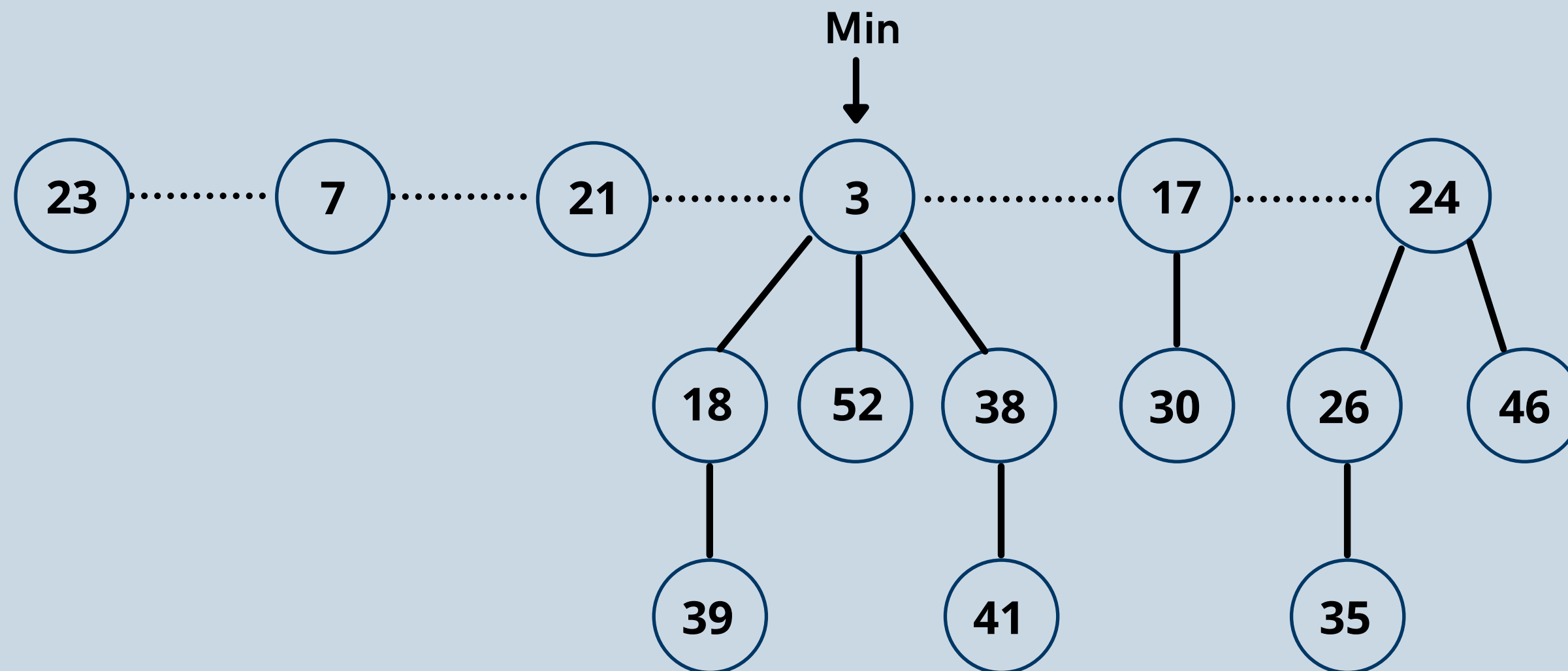
Inserindo o elemento de prioridade 21:



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Inserir

Inserindo o elemento de prioridade 21:



**Complexidade:  $O(1)$**

# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Inserir

```
def inserir(self, nome, prioridade):  
    # Criando o elemento (objeto) a ser inserido.  
    novo_dado = Aviao()  
  
    # Inserindo as informações do novo elemento.  
    novo_dado.nome = nome  
    novo_dado.prioridade = prioridade  
    novo_dado.pai = None  
    novo_dado.filho = None  
    novo_dado.esquerda = novo_dado  
    novo_dado.direita = novo_dado  
    novo_dado.grau = 0
```

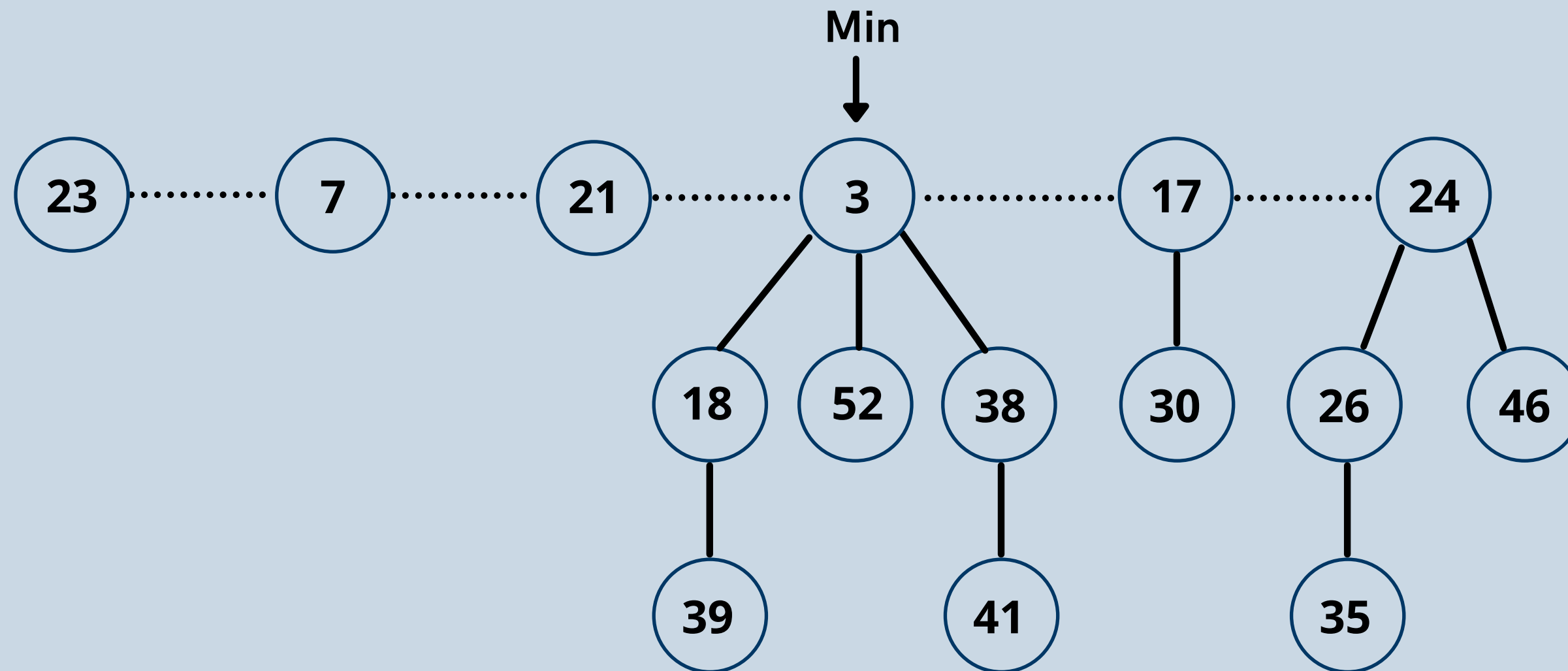
```
if self.mini != None:  
    self.mini.esquerda.direita = novo_dado  
    novo_dado.direita = self.mini  
    novo_dado.esquerda = self.mini.esquerda  
    self.mini.esquerda = novo_dado  
  
if novo_dado.prioridade < self.mini.prioridade:  
    self.mini = novo_dado  
else:  
    self.mini = novo_dado  
  
self.quantidade += 1
```



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Remover

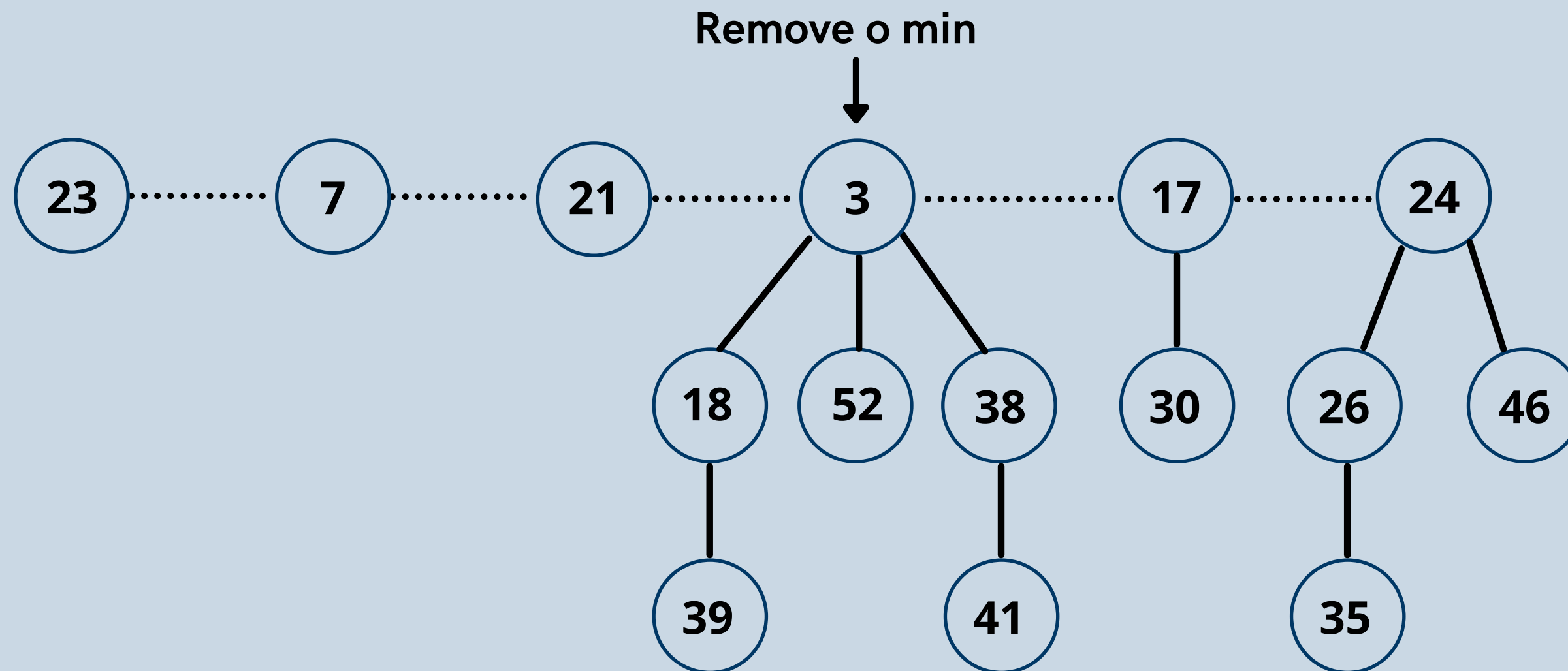
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Remove

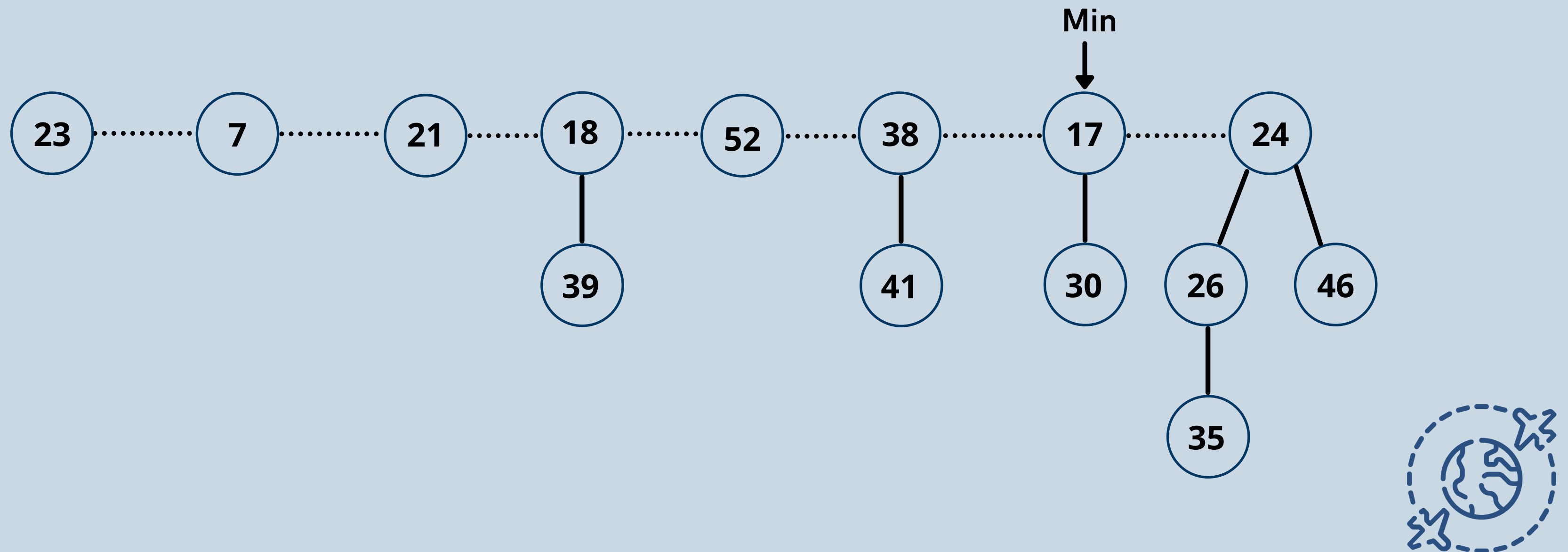
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Remover

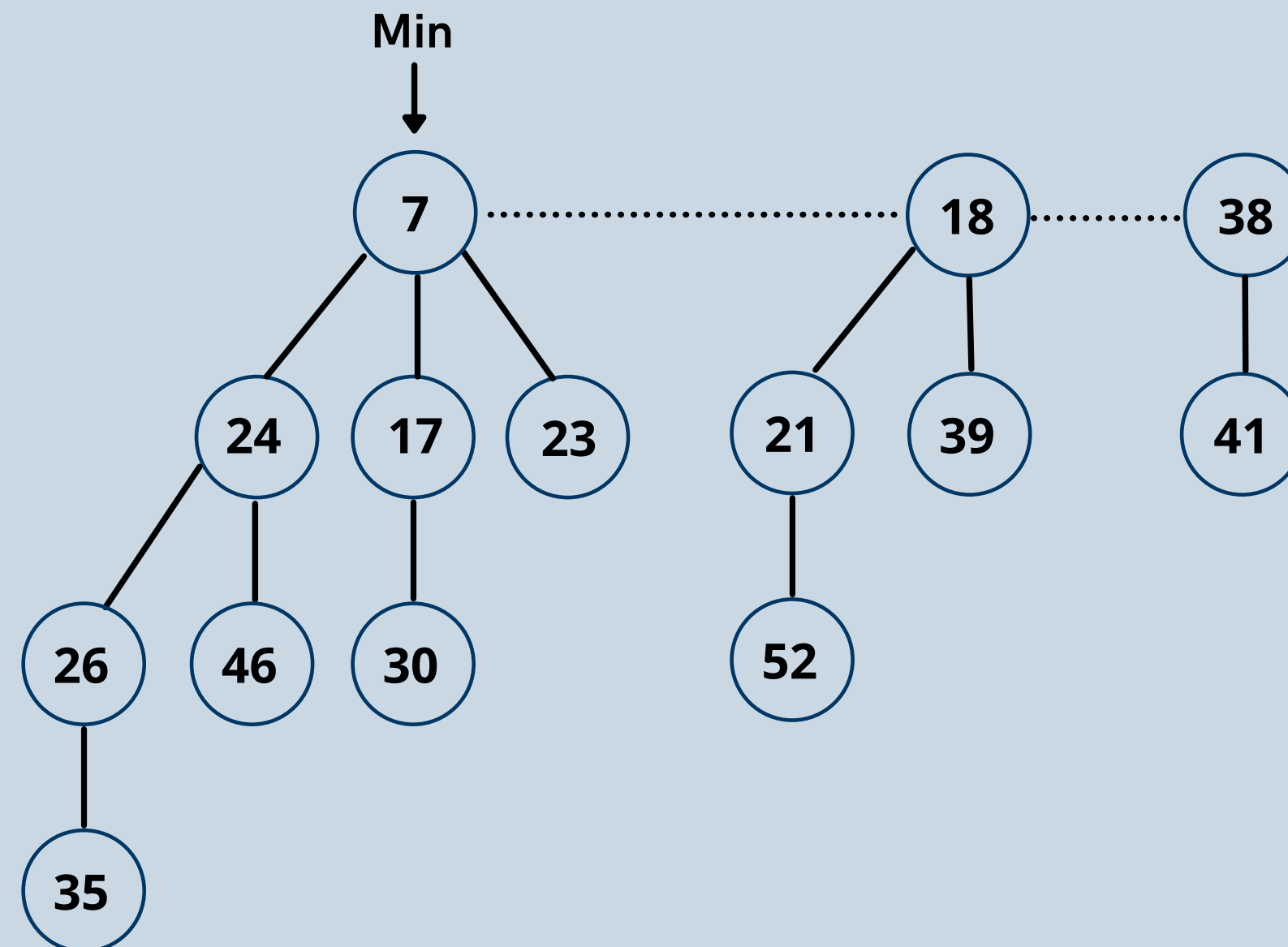
Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Remove

Remove o elemento de menor valor (maior prioridade):



**Complexidade:  $O(\log n)$**

Fonte: <https://www.programiz.com/dsa/fibonacci-heap>



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Remove

```
def remover(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
    else:  
        temp = self.mini  
        no_atual = temp  
        x = None  
  
        if temp != None:  
            if (temp.filho != None):  
                x = temp.filho  
  
        while(True):  
            no_atual = x.direita  
            self.mini.esquerda.direita = x
```

```
x.direita = self.mini  
x.esquerda = self.mini.esquerda  
self.mini.esquerda = x  
  
if x.prioridade < self.mini.prioridade:  
    self.mini = x  
  
x.pai = None  
x = no_atual  
  
if (no_atual == temp.filho):  
    break  
  
temp.esquerda.direita = temp.direita  
temp.direita.esquerda = temp.esquerda  
self.mini = temp.direita
```

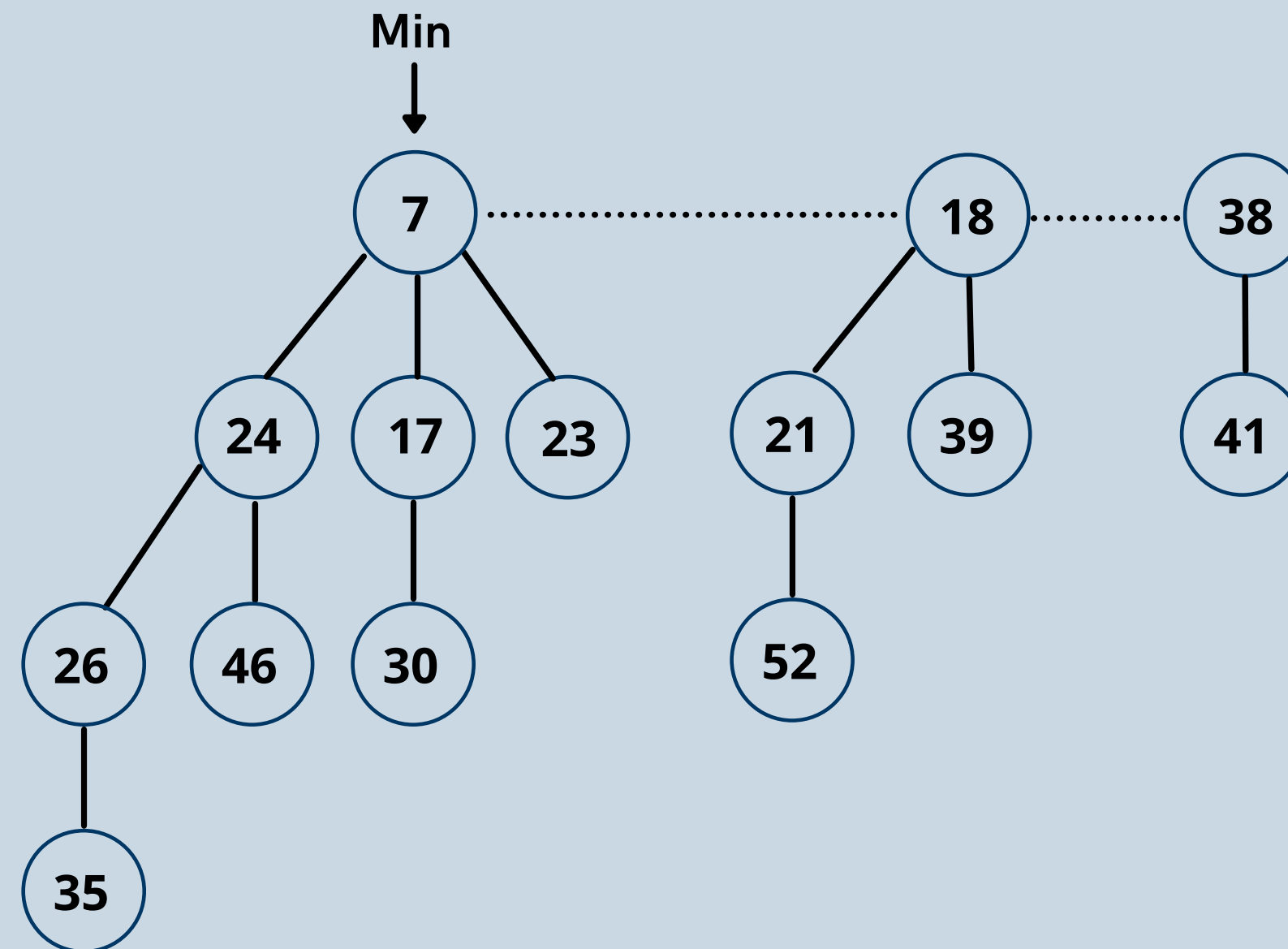
```
if temp == temp.direita and temp.filho == None:  
    self.mini = None  
else:  
    self.mini = temp.direita  
    self.__consolidar()  
  
self.quantidade -= 1
```





# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Consulta



**Complexidade:  $O(1)$**

Fonte: <https://www.programiz.com/dsa/fibonacci-heap>



# Metodologia

## 6. Heap de Fibonacci - Consultar

```
def consultar(self):  
    # Verificando se a fila está vazia.  
    if self.vazia():  
        print("Fila Vazia.")  
        return False  
  
    # Mostrando o elemento do topo da fila (maior  
    # prioridade).  
    print(self.mini)
```



# Metodologia

## 7. Complexidades dos Algoritmos

Algoritmos	Inserir	Remover	Consultar
Vetor Ordenado	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$
Vetor Desordenado	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$
Heap Binária	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$
Heap de Fibonacci	$O(1)$	$O(\log n)$	$O(1)$

Tabela 2. Análise assintótica dos algoritmos



# Metodologia

## 8. Configuração da máquina (Testes):

- **Processador:** Ryzen 5 3400G
- **Memória:** 16GB DDR4
- **Sistema Operacional:** Windows 10
- **Linguagem de Programação:** Python 3.9.7
- **Compilador / IDE:** Visual Studio Code 1.63.2



# Metodologia

## 9. Testes e Operações

- Primeiro teste, foram feitos 10.000 vezes (com média aritmética), com 20 inserções, 20 remoções e 20 consultas, obtendo os seguintes tempos:
- Segundo teste, foram feitos 10 vezes (com média aritmética), com 20.000 inserções, 20.000 remoções e 20.000 consultas, obtendo os seguintes tempos:



# Conclusão

Tempos de compilação obtidos

Algoritmo	Tempo
<b>Vetor Deordenado</b>	0.003 s
<b>Vetor Ordenado</b>	0.003 s
<b>Heap Binária</b>	0.003 s
<b>Heap de Fibonacci</b>	0.003 s

Tabela 3. Quadro do primeiro teste

Algoritmo	Tempo
<b>Vetor Deordenado</b>	61.877 s
<b>Vetor Ordenado</b>	28.427 s
<b>Heap Binária</b>	3.015 s
<b>Heap de Fibonacci</b>	2.815 s

Tabela 4. Quadro do segundo teste



# Conclusão

Levando em consideração as informações obtidas, podemos tirar as seguintes conclusões: No primeiro caso de teste, com apenas vinte operações, o tempo de execução dos algoritmos pouco se diferenciam; entretanto no segundo caso de teste, é perceptível a disparidade entre o tempo de compilação das estruturas.

Deste modo, apesar do Heap de Fibonacci ter sido um algoritmo de destaque com o teste com grandes números de operações e ter si mantido igual às demais estruturas no teste com poucas operações, devemos levar em consideração sobre a aplicação do estudo, a simulação de aeroporto. Neste contexto, não é comum que haja um tráfego aéreo cuja quantidade de aviões seja tão exuberante, dessa forma, apesar do Heap de Fibonacci e Heap Binário terem tido bons resultados, essa situação não condiz com a vida real.

O caso de teste com apenas 20 operações, ou seja, uma circunstância mais comum, manifesta que todas estruturas apresentadas para a simulação de tráfego aéreo possuem uma boa eficácia, ficando apenas a critério do programador qual algoritmo será utilizado.



# Referências Bibliográficas

- [1]** Fibonacci heap. <https://www.growingwiththeweb.com/data-structures/fibonacci-heap/overview/>. Acessado em: 09-01-2022.
- [2]** Fibonacci heap-deletion, extract min and decrease key. FibonacciHeap-Deletion, Extract min and Decreasekey-GeeksforGeeks. Acessado em: 04-01-2022.
- [3]** Fila de prioridade. [http://www.facom.ufu.br/~abdala/DAS5102/TEO\\_HeapFilaDePrioridade.pdf](http://www.facom.ufu.br/~abdala/DAS5102/TEO_HeapFilaDePrioridade.pdf). Acessado em: 04-01-2022.
- [4]** Filas de prioridade e heap. <https://www.ic.unicamp.br/~rafael/cursos/2s2018/mc202/slides/unidade21-fila-de-prioridade.pdf>. Acessado em: 04-01-2022.





# Referências Bibliográficas

- [5]** Andre Backes. Estrutura de Dados Descomplicada – em Linguagem C. 2016.
- [6]** Lilian Markenzon Jayme L. Szwarcfiter. Estruturas de Dados e Seus Algoritmos. LTC, 1994.
- [7]** Ronald L. Rivest Clifford Stein Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson. Algoritmos – Teoria e Prática. LTC, 1989.
- [9]** Mark A. Weiss. Data Structures and Algorithm Analysis in C++. 2006.



# Obrigado!

