OPTATIVO

Esse exercício (EX) é optativo e entrará no cálculo da média final da seguinte forma: MF=0,8M+0,2EX, onde M é a média calculada como descrito no programa do curso e EX a nota desse exercício. A nota desse exercício somente será levada em conta caso aumente a média M (independentemente de seu valor).

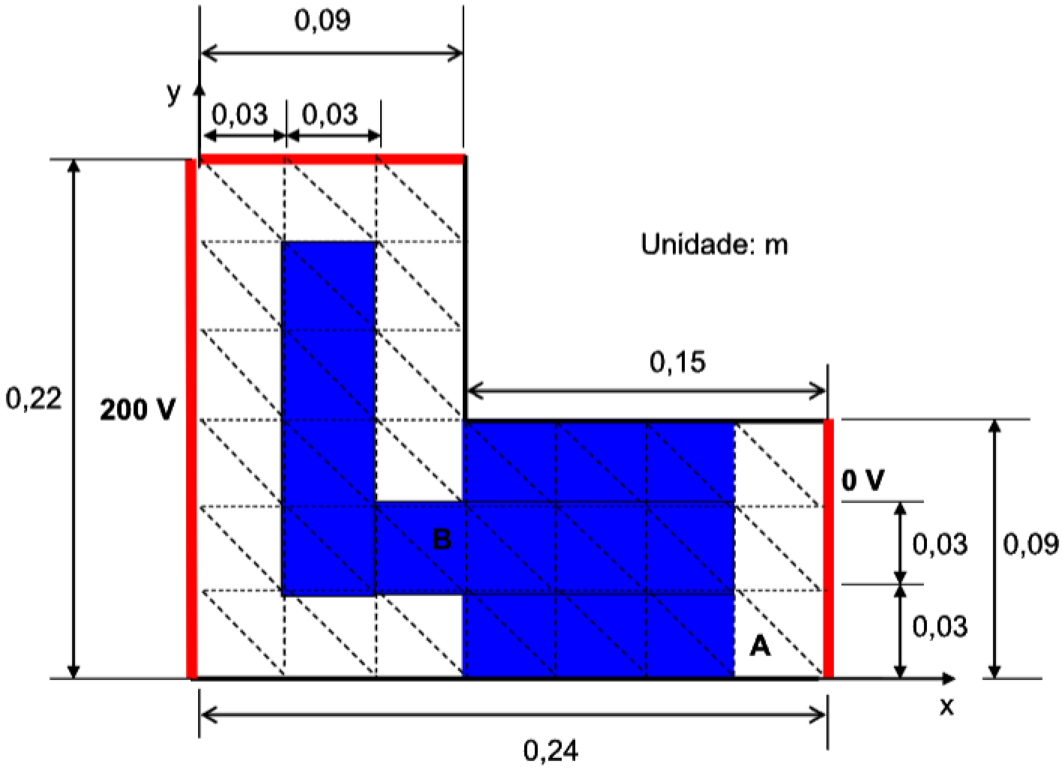
Método de Elementos Finitos (MEF)

1) Em regime estacionário, o fenômeno de condução elétrica em duas dimensões e em meios contínuos (Modelo de correntes estacionárias) é regido pela equação de Laplace:

$$-\sigma\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)=0 \tag{1}$$

sendo V(x,y) o potencial elétrico, que é dado em volts, e σ a condutividade elétrica do material. A densidade de corrente elétrica $\vec{\boldsymbol{J}}(x,y)$ (em A/m²) que flui no meio é calculada por:

$$\vec{\boldsymbol{J}}=-\sigma\cdot\nabla V=-\sigma\cdot grad(V)=-\sigma\cdot\left(\frac{\partial V}{\partial x},\frac{\partial V}{\partial y}\right) \tag{2}$$



Considere a barra prismática constituída por três materiais A, B e C descrita na figura acima, com dimensões indicadas na figura em metros e profundidade igual a 0,2 m. A condutividade elétrica do material A é $\sigma_A = 4\cdot 10^6\ S/m$, do material B $\sigma_B = 9\cdot 10^7\ S/m$. O bloco é submetido a uma diferença de potencial elétrico igual a $200\ V$ que faz com que circule uma corrente elétrica por ele. O problema está sujeito às seguintes condições de contorno:

a) nos pontos em $x = 0\ m$ o potencial elétrico V vale $V_1 = 200\ V$;
b) nos pontos em $y = 0{,}22\ m$ o potencial elétrico V vale $V_2 = 200\ V$;
c) nos pontos em $x = 0{,}24\ m$ o potencial elétrico V vale $V_2 = 0\ V$

Considere as constantes dadas e resolva a equação (1) no domínio da figura utilizando o método de elementos finitos (MEF) com malha triangular ($\Delta x = \Delta y$) do tipo sugerido na figura (triângulo retângulo), mas a malha pode ser mais refinada:

a) Implemente um programa em MATLAB, Python ou SCILAB que resolve a equação de Laplace (1);
b) Plote a **distribuição de $\boldsymbol{V(x,y)}$ no bloco**. Verifique a influência da discretização sobre a solução (explique a discretização utilizada);
c) Plote o vetor densidade de corrente elétrica $\vec{\boldsymbol{J}}(x,y)$ (use o comando apropriado no MATLAB, Python ou SCILAB);

d) Calcular a resistência elétrica R do bloco acima, sabendo que: $R = \frac{\Delta V}{I_m}$ onde I_m é a corrente elétrica média dada por $I_m = \int \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS$ e $\vec{J} \cdot \vec{n}$ é a componente de $\vec{J}$ na direção do vetor normal a superfície, e S é a área da superfície. Se escolhida a superfície $y = 0{,}22$ tem-se:

$$I_m = \int \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_0^{0,9} J|_{y=0,22} \cdot dx$$

uma vez que $dS = 1 \cdot dx$ .Se escolhida a superfície $x = 0$ tem-se:

$$I_m = \int \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_0^{0,22} J|_{x=0} \cdot dy$$

uma vez que $dS = 1 \cdot dy$. A integral deve ser resolvida usando **um dos métodos de integração estudados no curso** (trapézio, Simpson etc.). Note que pela equação da continuidade:

$$\int_0^{0,9} J|_{y=0,22} \cdot dx + \int_0^{0,22} J|_{x=0} \cdot dy = \int_0^{0,9} J|_{x=0,24} \cdot dy$$