Devoir 2

devoir pour le 1er février 2021

Nous avons (auront) vu que si deux langages L_1 et L_2 sont réguliers, alors $L_1 \cup L_2$ est également régulier. De plus, on peut supposer, grâce au lemme prouvé, que les deux langages ont le même alphabet.

1. Soit $k \in \mathbb{N}^{\geq 1}$. Prouvez que si $L_0, Ł_2, \ldots, L_{k-1}$ sont des langages réguliers sur le même alphabet Σ, alors $\cup_{i\in[k]} L_i$ est régulier.
2. Prouvez qu'un langage ne contenant qu'un mot est régulier. Notez que l'on ne peut pas dire "le mot w est régulier" car seuls des *ensembles* de mots peuvent l'être.
3. Prouvez que tout langage fini est régulier en utilisant les deux premières parties de ce decvoir.

Rapel.

- $[k] = \{0, 1, 2, \ldots, k-1\}$ pour $k \in \mathbb{N}$
- $\mathbb{N}^{\geq k} = \{k, k+1, k+2, \ldots\} = \mathbb{N} \setminus \{0, 1, \ldots, k-1\} = \mathbb{N} \setminus [k]$

Exercice. (**ne fait pas partie du devoir**) Si $k = 0$, que voudrait dire $\cup_{i\in[k]} L_i$ dans le premier problème?