

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

$$\frac{10 + 7.5 + 5}{45} = \frac{22.5}{45} + \frac{2.5 \text{ later}}{45}$$

DEVOIR 1

=

$$\boxed{\frac{25}{45}}$$

PAR

CHENGZONG JIANG (20122046)

MICHAEL PLANTE (20182677)

VANESSA THIBAUT-SOUCY (20126808)

JAYDAN ALADRO (20152077)

BACCALAURÉAT EN INFORMATIQUE
FACULTÉ DE L'ÉDUCATION PERMANENTE

TRAVAIL PRÉSENTÉ À GENA HAHN
DANS LE CADRE DU COURS IFT 2105
INTRODUCTION À L'INFORMATIQUE THÉORIQUE

25 JANVIER 2021

Question 1

$$(L^*)^* = L^*$$

$$\forall L \in \Sigma^*, (L^*)^* = L^*$$

$$\text{Donc } \forall L \in \Sigma^*, (L^*)^* \subseteq L^* \iff (L^*)^* \supseteq L^*$$

Par définition, on sait que $L \subseteq L^*$, car L^* est une concaténation de tous les mots d'un langage L , pour tout langage L . Cela implique donc que $(L^*)^*$ est une concaténation de L^* avec lui-même. Comme $(L^*)^*$ contient un mot w_k , où $k \geq 0$, alors $w_k \in L^*$. On peut dire que $L^* \subseteq (L^*)^*$.

Ainsi, $(L^*)^* \supseteq L^*$ est vrai.

Supposons un mot $w \in (L^*)^*$, ou $w = w_1 \dots w_n$ pour $n \geq 0$ où chaque $w_i \in L^*$, avec $0 \leq i \leq n$, $w_i \in L^*$.

Nous pouvons alors réécrire chaque w_i comme $w_i = w_{i1} \dots w_{in}$ où chaque $w_{ij} \in L$, avec $0 \leq j \leq n$, $w_{ij} \in L$. Cela montre que $w = w_{11} \dots w_{1n} \dots w_{nn} \in L^*$.

On peut donc voir que w est la concaténation d'un nombre fini de mots du langage L , qui est concaténée avec lui-même pour former L^* , qui est ensuite concaténée pour former $(L^*)^*$.

Ceci démontre que $(L^*)^* \subseteq L^*$ est vrai.

\therefore Par preuve directe, nous avons montré que $(L^*)^* = L^*$.

7.5/15

Question 2

Pour un alphabet $\Sigma = \{\}$.

Si $L = \{\epsilon\}$, nous avons que $L^2 = L$. Comme $L^2 = L \cdot L = \{\epsilon\epsilon\} = \{\epsilon\}$. Ainsi, $L^2 = L$.

Si $L = \{\emptyset\}$, $L^2 = L \cdot L = \{\emptyset\emptyset\} = \{\emptyset\}$. Ainsi, $L^2 = L$.

Sachant que L^2 est la concaténation du langage L avec lui-même deux fois, il n'existe pas une infinité de langage sur un même alphabet tel que $L^2 = L$. En effet, si $L = \{a\}$, $L^2 = \{aa\}$, $L \neq L^2$.

$L = \{\epsilon\}$ n'est pas un alphabet

c'est
 $L = \emptyset$
pas
 $\{\emptyset\}$

$\{ \epsilon \epsilon \}, \{ \epsilon \epsilon \}$

$\emptyset \cdot \emptyset = \emptyset$ pas $\{\emptyset\}$ -1.5

Il existe une ∞ de L fig

$L = L^2$

-5

Question 3

Montrons par induction que pour tout $k > 0$, $L^k = L$ avec $k = *$:

— Le cas de base est $k = 2$. Nous avons $L^k = L$ pour $k = 2$.
 $L^2 = L$ est vrai.

— On suppose que pour $k = *$, l'équation $L^k = L$ est vraie. Montrons alors le cas pour $k + 1$ que :
 $L^{k+1} = L$ est vraie.

$$\begin{aligned} L^{k+1} &= L^k \cdot L \\ &= L \cdot L \quad \text{car } L^k = L \text{ par hypothèse d'induction} \\ &= L^2 \\ &= L \quad \text{car } L^2 = L \end{aligned}$$

— Donc $L^{k+1} = L$. On peut conclure par induction que $L^k = L$ pour $k = *$.

$k = *$?? 5/15

* n'est pas un nombre

* n'est pas un entier
On ne peut pas faire cela.