

Devoir 7  
devoir pour le 29 mars 2021

Faites deux des trois problèmes suivants.

1. Soit  $G = (V, \Sigma, R, S)$  une grammaire hors-contexte en forme normale de Chomsky et telle que  $\varepsilon \notin L$ . Prouvez en détail que tout mot  $w \in L(G)$  est dérivé (généré) par  $G$  en exactement  $2|w| - 1$  étapes (i.e. en  $2|w| - 1$  applications des règles de  $G$ ).

*Indication:* montrez que si  $A \xRightarrow{*} u$ ,  $A \in V$ ,  $u \in V^*$ , alors  $A \xRightarrow{|u|-1} u$ . Une autre possibilité est de montrer que si  $A \xRightarrow{*} u$ ,  $u \in (V \cup \Sigma)^*$  et  $u$  contient  $k$  lettres de  $\Sigma$ , alors  $A \xRightarrow{|u|+k-1} u$ .

2. Prouvez que  $\mathcal{L}_{\mathcal{R}} \subseteq \mathcal{L}_{\mathcal{HC}}$  (i.e. tout langage régulier est hors contexte). C'est-à-dire, étant donné  $L \in \mathcal{L}_{\mathcal{R}}$ , donnez une grammaire hors-contexte  $G$  telle que  $L(G) = L$ .

*Indication:* utiliser les états d'un AFD comme variables.

3. Donnez la forme normale de Chomsky de la grammaire suivante, étape par étape.

$S \longrightarrow aBBBCD|BC|A|BAB$

$A \longrightarrow aAa|aba|Cbb$

$B \longrightarrow BB|b|\varepsilon$

$C \longrightarrow S|BABAB$

$E \longrightarrow a|b|bb|aa$