

Introduction à l'informatique théorique

Deuxième EXAMEN INTRA

le 22 mars 2021

Durée: 50 minutes

Valeur: 20% de la note totale

Directives:

- Toute documentation écrites est permise.
- **Consultation par internet ou mobile est interdite.**
- Répondez sur le questionnaire, dans l'espace libre qui suit chaque question. Utilisez les dos des pages comme brouillon. **L'espace alloué n'est aucune indication de la longueur de la réponse! Il est souvent beaucoup trop grand.**
- Sauf indication contraire, aucun point ne sera accordé pour une réponse, correcte ou pas, si elle n'est pas accompagnée d'une justification.
- Notez la différence entre *justifier* (argument rapide et court) et *prouver* ou *démontrer* (argument détaillé).
- Vous pouvez vous servir de résultats vus en cours, en TP ou dans des livres à condition de les énoncer précisément. Bien sûr, si on vous demande de prouver un résultat vu en cours ou ailleurs, il ne suffit pas de citer, il faut faire la preuve!
- Pour répondre à une question, vous pouvez également vous servir de résultats énoncés dans d'autres questions dans l'examen, même si vous ne les avez pas démontrés.
- Rappel: \mathbb{N} est l'ensemble des entiers non négatifs.

Sans cette page la copie ne sera pas corrigée.

Page A

1. _____ /20

2. _____ /20

3. _____ /20

4. _____ /20

5. _____ /15

6. _____ /20

7. _____ /20

Le total possible est 135 mais l'examen est noté sur 100.

Total: _____ + _____ = _____ /100

Nom: _____

Code permanent/matricule: _____

Sans cette page la copie ne sera pas corrigée.

Page B

Ma signature ci-dessous fait foi de:

- J'ai fait l'examen moi-même, sans l'aide d'autres personnes.
- Pendant l'examen, je n'ai consulté aucune source d'information autre que le livre du cours, les notes de cours, les devoirs et mes notes (ni Web, ni autres livres, ni forums, ni courriels, ni textos, etc.).
- Pendant l'examen la seule connection internet ou mobile était celle du ZOOM du cours prévu pour l'examen.
- J'accepte d'être convoqué, après la correction de mon examen, par sélection aléatoire ou si le professeur le juge opportun, à une entrevue en ligne de validation que ma compréhension de la matière et mes réponses à l'examen sont compatibles.

Votre signature _____

Rappel : L'espace alloué n'est aucune indication de la longueur de la réponse!

Il est souvent beaucoup trop grand.

1. **(20 points)** Utilisez le théorème de Myhill-Nerode pour prouver que le langage $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* : |w|_{ab} = |w|_{ba}\}$ est régulier.

2. **(20 points)** Utilisez le théorème de Myhill-Nerode pour prouver que le langage $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* : |w|_{ab} = |w|_{ba}\}$ n'est pas régulier.

3. (**20 points**) Utilisez votre preuve de la question 1 avec les classes d'équivalence de R_L pour construire l'AFD minimal pour votre langage. Un dessin suffit mais il faut y voir les classes d'équivalence de 1).

4. (**20 points**) Donnez une expression régulière pour le langage de la question 1.

5. **(15 points)** Pour chacun des langages suivants dites s'il est régulier (R), hors-contexte mais pas régulier (HC) ou pas hors-contexte (PHC). Justifiez brièvement.

(a) **(5 points)** $L_3 = \{w \in \{a, b, c, d, e, f, g\}^* : |w|_a = |w|_{bc}\}$

(b) **(5 points)** $L_4 = \{w \in \{a, b, c, d, e, f, g\}^* : |w|_a = |w|_{bc} = |w|_{bad}\}$

(c) **(5 points)** $L_5 = \{w \in \{a, b, c, d, e, f, g\}^* : |w|_a \equiv |w|_{bc} \pmod{1627836}\}$

6. **(20 points)** Prouvez que le langage $L_6 = \{a_1 \dots a_n \in \{0,1\}^* : n \in \mathbb{N} \text{ et pour } 1 \leq i \leq n, |a_1 \dots a_i|_0 \geq |a_1 \dots a_i|_1\}$ est hors-contexte. NB : L contient les mots sur $\{0,1\}$ tels que chaque segment initial - préfixe - a au moins autant de 0 que de 1.

7. **(20 points)** Prouvez que le langage $L_6 = \{0^{n^2} \in \{0, 1\}^* : n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas hors-contexte.

BONI. (15 points) Une machine devrait pouvoir vérifier si une expression sur un alphabet Σ est régulière. Nous allons voir qu'avec la forme normale de Chomsky, on peut décider si un mot appartient à un langage régulier donné. Donc une première étape pourrait être une preuve que le langage d'expression régulière est hors-contexte.

Prouvez que pour tout alphabet Σ le langage $L_\Sigma = \{w \in (\Sigma \cup \{., +, *, (,)\})^* : w \text{ est une expression régulière}\}$ est hors contexte.