

# IFT2105—Introduction à l’informatique théorique (Devoir #4 – Été 2021)

Louis Salvail<sup>1</sup>

Université de Montréal (DIRO), QC, Canada  
salvail@iro.umontreal.ca  
Bureau: Pavillon André-Aisenstadt, #3369

La remise du devoir est le vendredi 23 juillet 2021, 10h00 sur STUDIUM, comme à l’habitude. Aucun retard ne sera accepté.

**NOTE:** Par la suite, “*MT*” signifie *machine de Turing* et “*GHC*” signifie *Grammaire HC*.

1. Montrez que

$$L_{\overline{\text{DEC}}} = \{\langle M \rangle \mid L(M) \notin \text{DEC}\}$$

est indécidable.

2. Est-ce que

$$L_{\overline{\text{REC}}} = \{\langle M \rangle \mid L(M) \notin \text{REC}\}$$

est décidable? Prouvez votre réponse.

3. Pouvez-vous utiliser le théorème de Rice pour montrer que

$$L_{13} = \{\langle M \rangle \mid (\exists \text{ MT } M') [L(M') = L(M) \text{ et } M' \text{ possède exactement 13 états}]\}$$

est indécidable? Si oui alors faites-le et sinon montrez pourquoi.

4. Montrez que le langage

$$L_{\cap} = \{\langle M, M' \rangle \mid \text{les MTs } M \text{ et } M' \text{ sont telles que } L(M) \cap L(M') = \emptyset\}$$

n’est pas reconnaissable.

5. Montrez que le langage

$$L_{\neq} = \{\langle M, M', x \rangle \mid \text{les MTs } M \text{ et } M' \text{ sont telles que } (M \text{ accepte } x \text{ et } M' \text{ rejette } x) \\ \text{ou } (M \text{ rejette } x \text{ et } M' \text{ accepte } x)\}$$

est indécidable. Est-ce que  $L_{\neq}$  est reconnaissable? Prouvez votre réponse.

6. Considérez le langage suivant:

$$\text{INCL}_{\text{GHC}} = \{\langle G_1, G_2 \rangle \mid G_1 \text{ et } G_2 \text{ sont des GHCs avec } L(G_1) \subset L(G_2)\}.$$

Montrez que  $\text{INCL}_{\text{GHC}} \notin \text{DEC}$  en exhibant la réduction  $\text{TOUT}_{\text{GHC}} \leq \text{INCL}_{\text{GHC}}$ .