Devoir 3
devoir pour le 8 février 2021

1. Soit $\Sigma = \{0, 1\}$ et soit $w \in \Sigma^*$. On peut intérpréter w comme un entier en binaire, $n(w)$. On a, bien évidemment, un nombre infini de $w \in \Sigma^*$ avec le même $n(w)$. Par exemple, $1 = n(1) = n(01) = n(0000000000000000000000000000001)$ etc. Soit $m \in \mathbb{N}^{\geq 2}$. Prouver que le langage $L_{m,1} = \{w \in \Sigma^* : n(w) \equiv 1 \pmod m\}$ est régulier.

2. Pour 5 points de plus prouvez plutôt cette version générale :
   Soit $m, k \in \mathbb{N},\ m \geq 2, 0 \leq k < m$. Alors le langage $L_{m,k} : \{w \in \Sigma^* : n(w) \equiv k \pmod m\}$ est régulier.
   Faites soit le premier, soit le deuxième problème, les points ne seront accordés que pour le problème numéro $\max\{1, 2\}$**.**

3. Utiliser le lemme de pompage pour prouver que $L = \{w \in \{a, b, c, d\}^* : |w|_{ab} = |w|_{ba}\}$ n'est pas régulier.

4. Pour chacun des énoncé suivants dites s'il a un sens ou pas et expliquez votre réponse.

   (a) $L = \varepsilon$

   (b) $\Sigma = \{\}$

   (c) $\Sigma = \{\varepsilon\}$

   (d) $\Sigma = \{\varepsilon, \emptyset\}$

   (e) Soit L un langage sur l'alphabet Σ, $L \in \Sigma^*$

   (f) $\Sigma = \{a_i : i \in \mathbb{N}\} = \{a_0, a_1, a_2, \ldots\}$

   (g) Soit $w = \{abcaa\}$ un mot sur $\{a, b, c, d, e\}$

   (h) Le langage vide $\{\varepsilon\}$ est vide.

   (i) $L^0 = \{\varepsilon\}$, L un langage

   (j) $L^0 = \varepsilon$, L un langage

   (k) $\varepsilon \subseteq L^*$ quel que soit le langage L