Devoir 3 IFT2105

Catherine Larivière 0955948

Dominique Vigeant 20129080

14 juillet 2021

1. **Considérez le langage suivant :**

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a > |w|_b\}.$$

Répondez aux questions suivantes :

(a) Donnez une grammaire hors-contexte G pour laquelle $L(G) = L$.

$$G = (V, \Sigma, R, S)$$
$$V = \{S,\ X\}$$
$$\Sigma = \{a,\ b\}$$

$$R = \left\{\begin{array}{llllllll} S & \rightarrow & aSb & \mid bSa & \mid SS & \mid aX & \mid Xa & \mid a \\ X & \rightarrow & aXb & \mid bXa & \mid XX & \mid aX & \mid Xa & \mid a \mid \epsilon \end{array}\right\}$$

(b) Transformez votre grammaire G dans la forme normale de Chomsky.

1. (INIT) Ajouter une nouvelle variable initiale

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid aX \mid Xa \mid a \\ X &\rightarrow aXb \mid bXa \mid XX \mid aX \mid Xa \mid a \mid \epsilon \end{aligned}$$

2. (TERM) Éliminer les règles avec des non-terminaux non-isolés

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow ASB \mid BSA \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \\ X &\rightarrow AXB \mid BXA \mid XX \mid AX \mid XA \mid a \mid \epsilon \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

3. (BIN) Éliminer les règles à plus de deux symboles à droite

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow AM \mid BN \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \\ X &\rightarrow AP \mid BQ \mid XX \mid AX \mid XA \mid a \mid \epsilon \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \\ M &\rightarrow SB \\ N &\rightarrow SA \\ P &\rightarrow XB \\ Q &\rightarrow XA \end{aligned}$$

4. (VIDE) Éliminer les règles $A \to \epsilon$

$$
\begin{aligned}
S_0 &\to S \\
S &\to AM \mid BN \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \mid A \\
X &\to AP \mid BQ \mid XX \mid AX \mid XA \mid a \\
A &\to a \\
B &\to b \\
M &\to SB \\
N &\to SA \\
P &\to XB \mid B \\
Q &\to XA \mid A
\end{aligned}
$$

5. (UNAIRE) Éliminer les règles $A \to B$

$$
\begin{aligned}
S_0 &\to AM \mid BN \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \mid A \\
S &\to AM \mid BN \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \mid A \\
X &\to AP \mid BQ \mid XX \mid AX \mid XA \mid a \\
A &\to a \\
B &\to b \\
M &\to SB \\
N &\to SA \\
P &\to XB \mid B \\
Q &\to XA \mid A
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_0 &\to AM \mid BN \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \\
S &\to AM \mid BN \mid SS \mid AX \mid XA \mid a \\
X &\to AP \mid BQ \mid XX \mid AX \mid XA \mid a \\
A &\to a \\
B &\to b \\
M &\to SB \\
N &\to SA \\
P &\to XB \mid b \\
Q &\to XA \mid a
\end{aligned}
$$

$$G' = (V', \Sigma, R', S_0)$$

$$V' = \{S_0,\ S,\ X,\ A,\ B,\ M,\ N,\ P,\ Q\}$$

$$\Sigma = \{a,\ b\}$$

$$R' = \left\{ \begin{array}{llllllll} S_0 & \to AM & \mid BN & \mid SS & \mid AX & \mid XA & \mid a \\ S & \to AM & \mid BN & \mid SS & \mid AX & \mid XA & \mid a \\ X & \to AP & \mid BQ & \mid XX & \mid AX & \mid XA & \mid a \\ A & \to a \\ B & \to b \\ M & \to SB \\ N & \to SA \\ P & \to XB & \mid b \\ Q & \to XA & \mid a \end{array} \right\}$$

(c) Démontrez formellement (probablement par induction) que $L(G) = L$.

On démontre que $L(G) = L$ en prouvant que $L(G) \subseteq L$ et $L \subseteq L(G)$.

$\underline{L(G) \subseteq L}$

Soit $w \in L(G)$, soit y tel que $X \overset{n}{\Rightarrow} y$. Puisque X dérive seulement vers des termes dont le nombre de a est supérieur ou égal au nombre de b, $|y|_a \geq |y|_b$. On veut montrer que $w \in L$ (donc que $|w|_a > |w|_b$).

Induction sur n : (n étant le nombre d'étapes pour engendrer w à partir de S)

Cas de base : $n = 1$
Pour engendrer un mot en 1 étape à partir de S, on a un seul choix :

$$S \overset{1}{\Rightarrow} a = w \quad |w|_a = 1 > 0 = |w|_b \quad \checkmark$$

Hypothèse d'induction :
Supposons que si $z \in L(G)$ tel que $S \overset{n}{\Rightarrow} z$ alors $z \in L$ donc $|z|_a > |z|_b$. $(n \geq 1)$

Pas d'induction :
On veut montrer que si $w \in L(G)$ tel que $S \overset{n+1}{\Longrightarrow} w$ alors $w \in L$ donc $|w|_a > |w|_b$. $\quad (n \geq 1)$
Si $S \overset{n+1}{\Longrightarrow} w$ alors la première règle appliquée est $S \to aSb$ ou $S \to bSa$ ou $S \to SS$ ou $S \to aX$ ou $S \to Xa$.

1. $S \overset{1}{\Rightarrow} aSb \overset{n}{\Rightarrow} azb = w$
   $|w|_a = |z|_a + 1 > |z|_b + 1 = |w|_b \quad \Rightarrow w \in L.$
2. $S \overset{1}{\Rightarrow} bSa \overset{n}{\Rightarrow} bza = w$
   $|w|_a = |z|_a + 1 > |z|_b + 1 = |w|_b \quad \Rightarrow w \in L.$
3. $S \overset{1}{\Rightarrow} SS \overset{n}{\Rightarrow} z_1 z_2 = w$
   $|w|_a = |z_1|_a + |z_2|_a > |z_1|_b + |z_2|_b = |w|_b \quad \Rightarrow w \in L.$
4. $S \overset{1}{\Rightarrow} aX \overset{n}{\Rightarrow} ay = w$
   $|w|_a = |y|_a + 1 > |y|_b = |w|_b \quad \Rightarrow w \in L.$
5. $S \overset{1}{\Rightarrow} Xa \overset{n}{\Rightarrow} ya = w$
   $|w|_a = |y|_a + 1 > |y|_b = |w|_b \quad \Rightarrow w \in L.$

$$\Rightarrow L(G) \subseteq L \quad \blacksquare$$

$\underline{L \subseteq L(G)}$

Soit $w \in L$ (donc $|w|_a > |w|_b$). On veut montrer que $w \in L(G)$ ($S \overset{*}{\Rightarrow} w$).

Induction sur n : (n étant la longueur du mot w)

Cas de base : $n = 1 \Rightarrow w = a$
On a la dérivation $S \overset{1}{\Rightarrow} a \Rightarrow w \in L(G)$ ✓

Hypothèse d'induction :
Supposons que si $z \in L$ tel que $|z| \leq n$ (donc $|z|_a > |z|_b$), alors $z \in L(G)$ (donc $S \overset{*}{\Rightarrow} z$). $(n \geq 1)$

Pas d'induction :
On veut montrer que si $w \in L$ tel que $|w| = n+1$ (donc $|w|_a > |w|_b$), alors $w \in L(G)$ (donc $S \overset{*}{\Rightarrow} w$). $(n \geq 1)$
Puisque $|w| = n+1$ et $w \in L$, 5 cas sont possibles :

1. $w = azb$ pour $|z| = n-1$ et $|z|_a > |z|_b$.
   On a la dérivation $S \overset{1}{\Rightarrow} aSb \overset{*}{\Rightarrow} azb = w$ (par H.I.)
   $|w|_a = |z|_a + 1 > |z|_b + 1 = |w|_b \Rightarrow w \in L(G)$
2. $w = bza$ pour $|z| = n-1$ et $|z|_a > |z|_b$.
   On a la dérivation $S \overset{1}{\Rightarrow} bSa \overset{*}{\Rightarrow} bza = w$ (par H.I.)
   $|w|_a = |z|_a + 1 > |z|_b + 1 = |w|_b \Rightarrow w \in L(G)$
3. $w = z_1z_2$ pour $|z_1| + |z_2| = n+1$, $|z_1| \leq n$, $|z_2| \leq n$ et $|z_1|_a > |z_1|_b$, $|z_2|_a > |z_2|_b$.
   On a la dérivation $S \overset{1}{\Rightarrow} SS \overset{*}{\Rightarrow} z_1z_2 = w$ (par H.I.)
   $|w|_a = |z_1|_a + |z_2|_a > |z_1|_b + |z_2|_b = |w|_b \Rightarrow w \in L(G)$
4. $w = az$ pour $|z| = n$ et $|z|_a > |z|_b$
   On a la dérivation $S \overset{1}{\Rightarrow} SS \overset{*}{\Rightarrow} az = w$ (par H.I.)
   $|w|_a = |z|_a + 1 > |z|_b = |w|_b \Rightarrow w \in L(G)$
5. $w = za$ pour $|z| = n$ et $|z|_a > |z|_b$
   On a la dérivation $S \overset{1}{\Rightarrow} SS \overset{*}{\Rightarrow} za = w$ (par H.I.)
   $|w|_a = |z|_a + 1 > |z|_b = |w|_b \Rightarrow w \in L(G)$

$$\Rightarrow L \subseteq L(G) \quad \blacksquare$$

Puisque $L(G) \subseteq L$ et $L \subseteq L(G)$ alors $L(G) = L$.

2. Montrez en utilisant le lemme du pompiste que $L = \{ww^Rw \mid w \in \{a,\ b\}^*\} \notin HC$ où w^R désigne le mot w renversé.

Soit $p \geq 1$ (donné par le pompiste HC). Prenons $k = ww^Rw$ avec $w = a^pb^p$, et donc

$$k = ww^Rw = a^pb^{2p}a^{2p}b^p \qquad k \in L \checkmark \quad |k| = 6p \geq p \checkmark$$

On comprend que le nombre de a dans la partie gauche ($a^pb^{2p}a^{2p}b^p$) est égal à la moitié du nombre de a dans la partie droite ($a^pb^{2p}a^{2p}b^p$) et que le nombre de b dans la partie droite ($a^pb^{2p}a^{2p}b^p$) est égal à la moitié du nombre de b dans la partie gauche ($a^pb^{2p}a^{2p}b^p$). Puisque $|vxy| \leq p$, vxy couvre au maximum deux lettres [1].

Cas 1 : vxy ne contient que des a :

1.1 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p$

$$u = a^m \quad v = a^n \quad x = a^r \quad y = a^s \quad z = a^{p-m-n-r-s}b^{2p}a^{2p}b^p \qquad n{+}s > 0,\ n{+}r{+}s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^ma^{2n}a^ra^{2s}a^{p-m-n-r-s}b^{2p}a^{2p}b^p \\ &= a^{p+n+s}b^{2p}a^{2p}b^p \end{aligned}$$
$$p + n + s \neq p \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

1.2 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p$

$$u = a^pb^{2p}a^m \quad v = a^n \quad x = a^r \quad y = a^s \quad z = a^{2p-m-n-r-s}b^p \qquad n{+}s > 0,\ n{+}r{+}s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^pb^{2p}a^ma^{2n}a^ra^{2s}a^{2p-m-n-r-s}b^p \\ &= a^pb^{2p}a^{2p+n+s}b^p \end{aligned}$$
$$\frac{2p + n + s}{2} \neq p \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

Cas 2 : vxy ne contient que des b :

2.1 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p$

$$u = a^pb^m \quad v = b^n \quad x = b^r \quad y = b^s \quad z = b^{2p-m-n-r-s}a^{2p}b^p \qquad n{+}s > 0,\ n{+}r{+}s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^pb^mb^{2n}b^rb^{2s}b^{2p-m-n-r-s}a^{2p}b^p \\ &= a^pb^{2p+n+s}a^{2p}b^p \end{aligned}$$
$$\frac{2p + n + s}{2} \neq p \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

2.2 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p$

$$u = a^pb^{2p}a^{2p}b^m \quad v = b^n \quad x = b^r \quad y = b^s \quad z = b^{p-m-n-r-s} \qquad n{+}s > 0,\ n{+}r{+}s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^pb^{2p}a^{2p}b^mb^{2n}b^rb^{2s}b^{p-m-n-r-s} \\ &= a^pb^{2p}a^{2p}b^{p+n+s} \end{aligned}$$
$$p + n + s \neq p \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

Cas 3 : vxy contient des a et des b :

3.1 v ne contient que des a et y ne contient que des b :

3.1.1 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p \qquad m+s>0,\ m+n+r+s\leq p$

$$u=a^{p-m-n} \quad v=a^m \quad x=a^nb^r \quad y=b^s \quad z=b^{2p-r-s}a^{2p}b^p$$

$$\begin{aligned} i=2: uv^2xy^2z &= a^{p-m-n}a^{2m}a^nb^rb^{2s}b^{2p-r-s}a^{2p}b^p \\ &= a^{p+m}b^{2p+s}a^{2p}b^p \end{aligned}$$

$$p+m\neq p \text{ ou } \frac{2p+s}{2}\neq p \Rightarrow uv^2xy^2z\notin L$$

3.1.2 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p \qquad m+s>0,\ m+n+r+s\leq p$

$$u=a^pb^{2p}a^{2p-m-n} \quad v=a^m \quad x=a^nb^r \quad y=b^s \quad z=b^{p-r-s}$$

$$\begin{aligned} i=2: uv^2xy^2z &= a^pb^{2p}a^{2p-m-n}a^{2m}a^nb^rb^{2s}b^{p-r-s} \\ &= a^pb^{2p}a^{2p+m}b^{p+s} \end{aligned}$$

$$p+s\neq p \text{ ou } \frac{2p+m}{2}\neq p \Rightarrow uv^2xy^2z\notin L$$

3.2 v ne contient que des b et y ne contient que des a :

3.2.1 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p \qquad m+s>0,\ m+n+r+s\leq p$

$$u=a^pb^{2p-m-n} \quad v=b^m \quad x=b^na^r \quad y=a^s \quad z=a^{2p-r-s}b^p$$

$$\begin{aligned} i=2: uv^2xy^2z &= a^pb^{2p-m-n}b^{2m}b^na^ra^{2s}a^{2p-r-s}b^p \\ &= a^pb^{2p+m}a^{2p+s}b^p \end{aligned}$$

$$\frac{2p+m}{2}\neq p \text{ ou } \frac{2p+s}{2}\neq p \Rightarrow uv^2xy^2z\notin L$$

3.3 v ne contient que des a et y contient des a et des b :

3.3.1 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p \qquad m+r+s>0,\ m+n+r+s\leq p$

$$u=a^{p-m-n-r} \quad v=a^m \quad x=a^n \quad y=a^rb^s \quad z=b^{2p-s}a^{2p}b^p$$

$$\begin{aligned} i=0: uv^0xy^0z &= a^{p-m-n-r}a^nb^{2p-s}a^{2p}b^p \\ &= a^{p-m-r}b^{2p-s}a^{2p}b^p \end{aligned}$$

$$p-m-r\neq p \text{ ou } \frac{2p-s}{2}\neq p \Rightarrow uv^0xy^0z\notin L$$

3.3.2 $a^pb^{2p}a^{2p}b^p \qquad m+r+s>0,\ m+n+r+s\leq p$

$$u=a^pb^{2p}a^{2p-m-n-r} \quad v=a^m \quad x=a^n \quad y=a^rb^s \quad z=b^{p-s}$$

$$\begin{aligned} i=0: uv^0xy^0z &= a^pb^{2p}a^{2p-m-n-r}a^nb^{p-s} \\ &= a^pb^{2p}a^{2p-m-r}b^{p-s} \end{aligned}$$

$$p-s\neq p \text{ ou } \frac{2p-m-r}{2}\neq p \Rightarrow uv^0xy^0z\notin L$$

3.4 v contient des a et des b et y ne contient que des b :

3.4.1 $a^p b^{2p} a^{2p} b^p \qquad m+n+s>0,\ m+n+r+s \leq p$

$$u = a^{p-m} \quad v = a^m b^n \quad x = b^r \quad y = b^s \quad z = b^{2p-n-r-s} a^{2p} b^p$$

$$\begin{aligned} i = 0 : uv^0xy^0z &= a^{p-m} b^r b^{2p-n-r-s} a^{2p} b^p \\ &= a^{p-m} b^{2p-n-s} a^{2p} b^p \end{aligned}$$

$$p-m \neq p \text{ ou } \frac{2p-n-s}{2} \neq p \Rightarrow uv^0xy^0z \notin L$$

3.4.2 $a^p b^{2p} a^{2p} b^p \qquad m+n+s>0,\ m+n+r+s \leq p$

$$u = a^p b^{2p} a^{2p-m} \quad v = a^m b^n \quad x = b^r \quad y = b^s \quad z = b^{p-n-r-s}$$

$$\begin{aligned} i = 0 : uv^0xy^0z &= a^p b^{2p} a^{2p-m} b^r b^{p-n-r-s} \\ &= a^p b^{2p} a^{2p-m} b^{p-n-s} \end{aligned}$$

$$p-n-s \neq p \text{ ou } \frac{2p-m}{2} \neq p \Rightarrow uv^0xy^0z \notin L$$

3.5 Le cas "v ne contient que des b et y contient des a et des b" n'est pas représenté puisqu'il mèrenait à $vxy > p$. Il en est de même pour le cas "v contient des a et des b et y ne contient que des a".

3. Est-ce que $L = \{a^i b^j c^h | i, j, h \in \mathbb{N}$ et $h = max(i, j)\} \in HC$? Prouvez votre réponse

Soit $p \geq 1$ (donné par le pompiste HC). Prenons $w = a^p b^p c^p$, et donc

$$w = a^p b^p c^p \qquad w \in L \checkmark \quad |w| = 3p \geq p \checkmark$$

Puisque $|vxy| \leq p$, vxy couvre au maximum deux lettres.

Cas 1 : vxy ne contient que des a ($a^p b^p c^p$)

$$u = a^m \quad v = a^n \quad x = a^r \quad y = a^s \quad z = a^{p-m-n-r-s} b^p c^p \qquad n+s > 0,\ n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^m a^{2n} a^r a^{2s} a^{p-m-n-r-s} b^p c^p \\ &= a^{p+n+s} b^p c^p \end{aligned}$$

$$|w|_a > |w|_b \text{ et } |w|_a \neq |w|_c \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

Cas 2 : vxy ne contient que des b ($a^p b^p c^p$)

$$u = a^p b^m \quad v = b^n \quad x = b^r \quad y = b^s \quad z = b^{p-m-n-r-s} c^p \qquad n+s > 0,\ n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^p b^m b^{2n} b^r b^{2s} b^{p-m-n-r-s} c^p \\ &= a^p b^{p+n+s} c^p \end{aligned}$$

$$|w|_a < |w|_b \text{ et } |w|_b \neq |w|_c \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

Cas 3 : vxy ne contient que des c ($a^p b^p c^p$)

$$u = a^p b^p c^m \quad v = c^n \quad x = c^r \quad y = c^s \quad z = c^{p-m-n-r-s} \qquad n+s > 0,\ n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^p b^p c^m c^{2n} c^r c^{2s} c^{p-m-n-r-s} \\ &= a^p b^p c^{p+n+s} \end{aligned}$$

$$|w|_a \neq |w|_c \text{ et } |w|_b \neq |w|_c \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

Cas 4 : vxy contient des a et des b ($a^p b^p c^p$)

4.1 v ne contient que des a et y ne contient que des b

$$u = a^{p-m-n} \quad v = a^m \quad x = a^n b^r \quad y = b^s \quad z = b^{p-r-s} c^p \quad m+s > 0,\ m+n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^{p-m-n} a^{2m} a^n b^r b^{2s} b^{p-r-s} c^p \\ &= a^{p+m} b^{p+s} c^p \end{aligned}$$

$$|w|_c \neq max(|w|_a, |w|_b) \Rightarrow uv^2xy^2z \notin L$$

4.2 v contient des a et des b et y ne contient que des b

$$u = a^{p-m} \quad v = a^m b^n \quad x = b^r \quad y = b^s \quad z = b^{p-n-r-s} c^p \quad m+n+s > 0,\ m+n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^{p-m} (a^m b^n)^2 b^r b^{2s} b^{p-n-r-s} c^p \\ &= a^p b^n a^m b^{p+s} c^p \\ &\Rightarrow uv^2xy^2z \notin L \end{aligned}$$

4.3 v ne contient que des a et y contient des a et b

$$u = a^{p-m-n-r} \quad v = a^m \quad x = a^n \quad y = a^r b^s \quad z = b^{p-s} c^p \quad m+r+s > 0,\ m+n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^{p-m-n-r} a^{2m} a^n (a^r b^s)^2 b^{p-s} c^p \\ &= a^{p+m} b^s a^r b^p c^p \\ &\Rightarrow uv^2xy^2z \notin L \end{aligned}$$

Cas 5 : vxy contient des b et des c ($a^p b^p c^p$)

5.1 v ne contient que des b et y ne contient que des c

$$u = a^p b^{p-m-n} \quad v = b^m \quad x = b^n c^r \quad y = c^s \quad z = c^{p-r-s} \quad m+s > 0,\ m+n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 0 : uv^0xy^0z &= a^p b^{p-m-n} b^n c^r c^{p-r-s} \\ &= a^p b^{p-m} c^{p-s} \\ |w|_c \neq max(|w|_a, |w|_b) &\Rightarrow uv^0xy^0z \notin L \end{aligned}$$

5.2 v contient des b et des c et y ne contient que des c

$$u = a^p b^{p-m} \quad v = b^m c^n \quad x = c^r \quad y = c^s \quad z = c^{p-n-r-s} \quad m+n+s > 0,\ m+n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^p b^{p-m} (b^m c^n)^2 c^r c^{2s} c^{p-n-r-s} \\ &= a^p b^p c^n b^m c^{p+s} \\ &\Rightarrow uv^2xy^2z \notin L \end{aligned}$$

5.3 v ne contient que des b et y contient des b et c

$$u = a^p b^{p-m-n-r} \quad v = b^m \quad x = b^n \quad y = b^r c^s \quad z = c^{p-s} \quad m+r+s > 0,\ m+n+r+s \leq p$$

$$\begin{aligned} i = 2 : uv^2xy^2z &= a^p b^{p-m-n-r} b^{2m} b^n (b^r c^s)^2 c^{p-s} \\ &= a^p b^{p+m} c^s b^r c^p \\ &\Rightarrow uv^2xy^2z \notin L \end{aligned}$$

Donc $L \notin HC$ par le lemme du pompiste HC. ■

Références

[1] Anonyme. *CSE 2001 : Introduction to the theory of computation, Assignment 3 Solutions*. URL : `https://www.eecs.yorku.ca/course_archive/2012-13/F/2001/SOL/2001a3sol.pdf`.