

E21 - IFT2105 - TP2

Fait par Rémi Ligez (remi.ligez@umontreal.ca)

0 : Retour sur le codage de Gödel

1 : Codage de Gödel

1.1) Quel est l'entier qui représente, avec le codage de Gödel, le tableau :

$(3, 5, 0, 7, 0, 0, \dots)$

1.2) Quel est le tableau représenté, avec la codage de Gödel, par l'entier :

31 188 612

2 : Produit des éléments d'un tableau

Écrire un programme RÉPÉTER qui implante la fonction $\text{PRODTABLEAU}(r_1, r_2)$ qui prend un tableau r_1 de taille r_2 et qui retourne le produit de tous les éléments du tableau.

3 : Pile avec programme RÉPÉTER

Proposer une façon d'implanter une pile (stack) qui contient des entiers avec la structure des programmes RÉPÉTER. Indice : Inspirez-vous (fortement) du codage de Gödel.

Écrire des procédures pour EMPILER et DÉPILER des éléments d'une pile.

0 : Retour sur la fonction B et la flèche de Knuth

4 : Fonction B et flèche de Knuth

4.1) Calculer $2 \uparrow^3 2$

4.2) Calculer $2 \uparrow^3 3$

4.3) Expliciter $B_3(x)$ pour obtenir :

$$B_3(x) = 2 \uparrow^1 (x + 3) - 3$$

5 : Propriétés de la fonction B

5.1) Prouver que :

$$\forall i \in \mathbb{N}, B_i(x) \geq x + 1$$

5.2) Prouver que :

$$B_i^{<k>}(x) \text{ est croissante en } i, x \text{ et } k$$

5.3) Prouver que :

$$2^s x \leq B_i^{<s>}(x) \text{ pour } i \geq 2 \text{ et } s \geq 0$$

5.4) Prouver que :

$$\forall k \in \mathbb{N}, B_2^k(1) > 2k$$