

# Day2题解

## T1 锻造

10pts：人口普查，固输 $a$ 。

50pts：对于性质为“有”的测试点，令 $f[i]$ 表示锻造一个 $i$ 级武器的期望花费。

不难列出 $f[i] = f[i-1] + f[i-2]$ 。

当然你得对 $f[1]$ 特殊处理。

80pts：满分做法但是忘了如何线性求逆元.....

100pts：你知道期望扔硬币多少次能够扔出一个正面吗？

答案为 $x = 1 + \frac{x}{2}$ 。

不难列出 $f[i] = f[i-1] + f[i-2] + (1 - \frac{b[i-2]}{c[i-1]}) \times (f[i] - f[i-2])$ 。

（别忘了强化失败会得到一个 $i-2$ 级的武器，我们可以把它“卖”了（其实实际上含义是你重新锻造一个 $i-1$ 级的武器时就不需要再花费 $f[i-2]$ 了））

整理一下上式之后就是 $O(n)$ 好题了。

当然你得对 $f[1]$ 特殊处理。

总结：

这是一道难度并不能拿捏很准的题，应该是一道全场A穿题，希望经过这么多天的毒瘤模拟之后这道题能带给你人生的希望。

## T2 整除

测试点	$c \leq$	$t \leq$	$m \leq$	$T \leq$
1	2	$10^3$	2	50
2	2	$10^3$	$10^9$	50
3	2	$10^2$	10	10000
4	1	$10^4$	2	50
5	2	$10^4$	2	50
6, 7, 8	10	$10^4$	$10^9$	50
9, 10	50	$10^4$	$10^9$	100

其中所有数据点都满足

$$1 \leq c \leq 50, 1 \leq t \leq 10^4, 1 \leq m \leq 10^9, 1 \leq T \leq 10000$$

## 题解

第一个点 暴力枚举x判断

第二个点 快速幂

第三个点 打表啊孩子

第四个点

就是 $x = 0 \pmod p$ 或者 $x = 1 \pmod p$ 解只有1和p

注意m等于1的时候要输出 $n \pmod{998244353}$

第五个点

既然你都想到一个数了，那么分析一下两个数吧

有两个质数 $p_1, p_2$

必须有 $x = 0 \pmod{p_1}$ 或者 $x = 1 \pmod{p_1}$ 成立

必须有 $x = 0 \pmod{p_2}$ 或者 $x = 1 \pmod{p_2}$ 成立

那两枚枚举匹配条件考虑一下

假如满足

$x = 0 \pmod{p_1}, x = 0 \pmod{p_2}$ 那么解一定是 $p_1 p_2$

$x = 0 \pmod{p_1}, x = 1 \pmod{p_2}$ 那么解一定是 $kp_1$ 这个可以用exgcd求

$x = 1 \pmod{p_1}, x = 0 \pmod{p_2}$ 那么解是 $gp_2$ 也可以用exgcd求

$x = 1 \pmod{p_1}, x = 1 \pmod{p_2}$ 那么解一定是1

如果你不想求出所有解，可以直接输出解的个数，4

第六个点到第八个点

刚刚的分析可以有一点启发

我们不就是找了几个中国剩余定理的同余方程算解吗，好像是一组同余方程只在 $[1, n]$ 内有一个解啊

我们只要对于每个质数枚举它范围内x的解，然后把所有解的个数乘起来就行了

第九个点到第十个点

正解你算了算好像要8s?

出题人没良心卡常???

积性筛了解一下

这题作为T1，考察的是人人都会的中国剩余定理和积性筛，知识点清晰，编码难度低，可以说既富有思考的乐趣，又能带来AC的快感，不失为一道好题

用来卡常的分数远远小于NOIP卡常卡的分数，养成常数优化是好习惯，希望大家学会

## T3 欠钱

### 题意简述

一棵动态连边的有根树上，求链上最小边权，要求必须是儿子走到父亲，否则输出0。

### 思路1

LCT! 复杂度 $O(n \log n + m \log n)$ 。

(但是这是NOIP模拟.....)

## 思路2

二逼出题人的思路：用倍增求链上最小值，合并的时候直接启发式合并（此时就当做无根树）。为了判断是否是儿子走向父亲，再用倍增记一下边的方向，判断一下。

复杂度  $O(n \log^2 n + m \log n)$

简单好写，因为n并不是特别大，也能过。

## 思路3

牛逼验题人的思路：

对森林中的每一棵树，用vector维护每一层（同一深度）的所有节点，用链表把它们串起来，合并的时候即可启发式合并。

关键在于合并的时候如何更新倍增数组。注意倍增数组的信息只会增多，如果我们不重复不遗漏地添加新的信息，那么这部分总复杂度仍然是数组最终的大小： $O(n \log n)$ 。

如何添加信息呢？注意到当连一条  $u \rightarrow v$ （u是儿子）的边时，更新的信息都是u子树中的某个点多了一个  $2^k$  祖先。这些祖先显然都在v一直向上走的链上。只需枚举u的每一层儿子，然后再从它们的第一个属于“v一直向上走的链”的  $2^k$  祖先开始添加信息，再添加它们的  $2^{k+1}$  祖先.....添加完之后枚举下一层儿子，类似双指针。

总复杂度  $O(n \log n + m \log n)$ 。