

factory

首先把问题转化为二分图模型，左边 n 个点表示工人，右边 n 个点表示机器，左右两个点有边当且仅当对应工人会操作对应机器。无论哪种情况下所有机器都能有人操作，就等价于，任意一个极大匹配都是完美匹配。

考虑问题的一个弱化版本：判断是否任意一个极大匹配都是完美匹配。

观察发现，任意一个极大匹配都是完美匹配(a) iff 任意一个联通块都是左右点数相等的完全二分图(b)。

证明：

从b推出a是显然的，下面只用证明从a推出b。

反证法。

假设存在一张二分图，存在一个联通块不是左右点数相等的完全二分图，同时满足任意一个极大匹配都是完美匹配。

如果这个联通块左右点数不相等，那么它就不存在完美匹配，显然矛盾。

否则这个联通块不是完全二分图，设左边的a点和右边的b点之间没有边，随便找一条从a到b的简单路径，记作p。选择p上的奇数边，再随便选一些边构造一个极大匹配，那么这个极大匹配必定是完美匹配。把奇数边改成偶数边，其他的边不变，那么除了a,b以外的点都在匹配上，所以得到了一个非完美匹配的极大匹配，矛盾。

Q.E.D.

回到原问题，对每个联通块求出它在左右的点数，记作 (x_i, y_i) ，现在的问题相当于，将 (x_i, y_i) 分成若干个集合， $\forall s$ 满足 $\sum_{i \in s} x_i = \sum_{i \in s} y_i$ ，最小化 $\sum_s (\sum_{i \in s} x_i)^2$ 。

状压 dp 。 $dp_{s,i}$ 表示集合 s 中已经划出的满足要求的集合的 $\sum x = i$ 的最小代价。

转移就枚举 x ，从 dp_s 转移到 $dp_{s \cup \{x\}}$ 。

对所有相同的 (x_i, y_i) 只用关心个数，当 $n = 30$ 时，本质不同的集合个数的最大值是 172032，可以通过本题。