4 namų darbas (3 užd.). Atsiskaityti iki balandžio 22 d. (imtinai)

Uždavinys 1 (0.1 balo). Teorema "skaldyk ir valdyk" galioja ne tik sveikoms parametrų reikšmėms. Remsimės tokiuo šios teoremos variantu (žr. skyrelį 3.1 iš vadovėlio algoritmu_analize.pdf):

Teorema 1. *Jeigu algoritmo sudėtingumas išsireiškia rekurenčiąja sąsaja*

$$L(n) = aL(n/b) + cn^d,$$

kur $a \geq 1$, $b > 1$ yra sveiki skaičiai, o $c, d \geq 0$, tai algoritmo sudėtingumas bus

$$L(n) = \begin{cases} \mathrm{O}(n^d), & \textit{jei } a < b^d, \\ \mathrm{O}(n^d \log_b n), & \textit{jei } a = b^d, \\ \mathrm{O}(n^{\log_b a}), & \textit{jei } a > b^d. \end{cases}$$

Pasinaudoję šia teorema raskite algoritmo sudėtingumą, kai duota jo išraiška rekurenčiąja sąsaja.

Pavyzdys 1. Naudojant kvadratinių matricų daugybai Štraseno metodą gauname $L(n) = 7L(n/2) + cn^2$, iš kur matyti, kad $a = 7$, $b = 2$ ir $d = 2$. Kadangi $7 > 2^2$, gauname $L(n) = \mathrm{O}(n^{\log_2 7}) \approx \mathrm{O}(n^{2.8074})$.

Variantai

1. (a) $L(n) = 2L(n/2) + 4n$, (b) $L(n) = L(n/3) + 2n\sqrt{n}$;

2. (a) $L(n) = 6L(n/2) + 12n$, (b) $L(n) = L(n/4) + 8\sqrt[3]{n}$;

3. (a) $L(n) = 2L(n/3) + n^2$, (b) $L(n) = 3L(n/2) + 100$;

4. (a) $L(n) = 3L(n/3) + 9n$, (b) $L(n) = 2L(n/2) + 16$;

5. (a) $L(n) = L(n/2) + 10n$, (b) $L(n) = 6L(n/3) + 18$;

6. (a) $L(n) = 4L(n/2) + 4n\sqrt{n}$, (b) $L(n) = 2L(n/3) + 6n$;

7. (a) $L(n) = L(n/2) + \sqrt[3]{n}$, (b) $L(n) = 7L(n/3) + 14n$;

8. (a) $L(n) = 8L(n/3) + 16n$, (b) $L(n) = L(n/2) + 8$;

9. (a) $L(n) = 7L(n/3) + n^2$, (b) $L(n) = 5L(n/4) + 20n$;

10. (a) $L(n) = 7L(n/2) + 28n$, (b) $L(n) = L(n/3) + 27$;

11. (a) $L(n) = 5L(n/2) + n^2$, (b) $L(n) = 3L(n/3) + 18n^2$;

12. (a) $L(n) = 5L(n/3) + 10n^2$, (b) $L(n) = 8L(n/2) + 16n$;

13. (a) $L(n) = 2L(n/4) + 8$, (b) $L(n) = 3L(n/2) + 9n^2$;

14. (a) $L(n) = 2L(n/3) + 6n^3$, (b) $L(n) = 4L(n/2) + 16$;

15. (a) $L(n) = 6L(n/2) + 12n^2$, (b) $L(n) = L(n/4) + 12$;

16. (a) $L(n) = L(n/3) + 6\sqrt{n}$, (b) $L(n) = 4L(n/2) + 10n$;

17. (a) $L(n) = 5L(n/2) + 10n$, (b) $L(n) = 7L(n/4) + 28n^2$;

18. (a) $L(n) = 8L(n/2) + 16n^2$, (b) $L(n) = 4L(n/4) + 8n$;

19. (a) $L(n) = 2L(n/2) + 6\sqrt{n}$, (b) $L(n) = L(n/3) + 9n$;

20. (a) $L(n) = 4L(n/2) + 8n^2$, (b) $L(n) = 3L(n/3) + 3n^3$;

21. (a) $L(n) = 4L(n/3) + 16n$, (b) $L(n) = 2L(n/2) + 4n^2$;

22. (a) $L(n) = 6L(n/4) + 12n^2$, (b) $L(n) = 2L(n/3) + 7$;

23. (a) $L(n) = 8L(n/2) + 16n^3$, (b) $L(n) = 5L(n/2) + 10$;

24. (a) $L(n) = 3L(n/3) + 3\sqrt{n}$, (b) $L(n) = 2L(n/4) + 6n$;

25. (a) $L(n) = 2L(n/4) + 5\sqrt{n}$, (b) $L(n) = 4L(n/3) + 9$;

26. (a) $L(n) = 3L(n/2) + 17n$, (b) $L(n) = 2L(n/8) + 16\sqrt[3]{n}$;

27. (a) $L(n) = 4L(n/4) + 61n^2$, (b) $L(n) = 3L(n/2) + 6\sqrt{n}$;

28. (a) $L(n) = 3L(n/3) + 9$, (b) $L(n) = L(n/2) + 17n^2$;

29. (a) $L(n) = L(n/2) + 2n^3$, (b) $L(n) = L(n/4) + 7n/4$;

30. (a) $L(n) = 8L(n/4) + 2n\sqrt{n}$, (b) $L(n) = 6L(n/2) + 33$;

Uždavinys 2 (0.1 balo). Duota daiktų pavadinimai NAME, dydžiai SIZE ir vertės VA-LUE. Naudodami dinaminį programavimą raskite optimalų kuprinės dydžio M užpildy-mą (žr. skyrelį 3.2 iš vadovėlio algoritmu_analize.pdf).

Variantai

1. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 8, 9, 13\}$, $M = 22$.

2. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 6, 8, 9, 13\}$, $M = 19$.

3. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 8, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 8, 11, 13\}$, $M = 19$.

4. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 6, 7, 10, 13\}$, $M = 20$.

5. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 8, 10, 12\}$, $M = 19$.

6. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 5, 8, 10, 13\}$, $M = 21$.

7. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 7, 8, 11, 14\}$, $M = 21$.

8. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 10, 12, 13\}$, $M = 19$.

9. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 7, 8, 10, 13\}$, $M = 21$.

10. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 6, 9, 11, 16\}$, $M = 19$.

11. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 7, 9, 12, 15\}$, $M = 19$.

12. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 8, 12, 14\}$, $M = 20$.

13. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 5, 8, 10, 13\}$, $M = 19$.

14. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 7, 9, 11, 14\}$, $M = 21$.

15. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 10, 12, 13\}$, $M = 19$.

16. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 7, 8, 10, 13\}$, $M = 21$.

17. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 7, 9, 11, 14\}$, $M = 18$.

18. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{5, 7, 9, 12, 15\}$, $M = 19$.

19. NAME $= \{A, B, C, D, E\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7, 9\}$, VALUE $= \{4, 6, 9, 12, 15\}$, $M = 21$.

20. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{4, 6, 8, 10\}$, $M = 26$.

21. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{4, 6, 8, 11\}$, $M = 26$.

22. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{4, 5, 8, 10\}$, $M = 27$.

23. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{4, 6, 9, 12\}$, $M = 27$.

24. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{4, 6, 9, 11\}$, $M = 24$.

25. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{5, 7, 9, 11\}$, $M = 27$.

26. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 5, 7\}$, VALUE $= \{5, 7, 9, 12\}$, $M = 26$.

27. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 7, 8\}$, VALUE $= \{5, 6, 10, 13\}$, $M = 26$.

28. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 7, 8\}$, VALUE $= \{5, 7, 11, 13\}$, $M = 25$.

29. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 7, 8\}$, VALUE $= \{5, 7, 10, 13\}$, $M = 23$.

30. NAME $= \{A, B, C, D\}$, SIZE $= \{3, 4, 7, 8\}$, VALUE $= \{4, 6, 10, 13\}$, $M = 26$.

Uždavinys 3 (0.2 balo). Pritaikę šakų ir rėžių metodą raskite trumpiausią keliaujančio pirklio maršrutą, kai duota atstumų tarp miestų matrica (žr. skyrelį 3.4 iš vadovėlio algoritmu_analize.pdf).

Variantai

1.
0	11	17	16	1
13	0	15	24	24
9	4	0	6	29
21	6	7	0	25
29	9	15	28	0

2.
0	19	14	4	29
21	0	22	9	26
28	30	0	3	8
11	27	9	0	2
18	21	26	10	0

3.	0	5	10	7	10
	23	0	9	20	10
	25	29	0	2	22
	20	25	5	0	29
	8	28	7	21	0
4.	0	19	29	27	29
	4	0	10	23	6
	5	7	0	12	24
	28	22	29	0	19
	5	17	18	5	0
5.	0	29	7	1	5
	9	0	6	27	5
	30	2	0	11	10
	29	18	1	0	1
	7	12	24	30	0
6.	0	4	5	3	6
	24	0	8	1	30
	30	5	0	5	22
	4	7	12	0	27
	19	12	16	27	0
7.	0	28	27	1	30
	9	0	18	12	22
	2	1	0	20	24
	8	12	10	0	8
	6	21	8	24	0
8.	0	26	30	20	21
	22	0	15	11	16
	30	21	0	29	7
	20	21	20	0	22
	17	25	10	3	0
9.	0	11	25	22	27
	7	0	27	29	11
	5	2	0	20	2
	20	3	22	0	22
	1	13	26	11	0

10.
0	12	29	17	24
13	0	25	14	20
3	11	0	26	1
14	23	19	0	4
27	20	2	15	0

11.
0	8	14	27	12
7	0	10	14	12
10	26	0	24	15
27	6	27	0	30
10	16	23	2	0

12.
0	15	17	17	18
18	0	19	9	17
16	25	0	24	7
5	26	5	0	3
15	19	13	1	0

13.
0	3	8	24	17
7	0	28	14	9
2	14	0	30	12
19	2	27	0	2
17	12	20	16	0

14.
0	5	2	12	23
5	0	12	28	12
6	16	0	21	14
3	29	13	0	2
25	4	13	5	0

15.
0	11	12	16	29
24	0	28	3	12
24	15	0	23	22
12	12	12	0	21
8	23	28	19	0

16.
0	20	2	4	24
18	0	12	15	9
29	15	0	29	6
8	23	29	0	21
16	4	15	10	0

17.

0	30	6	29	13
26	0	2	14	9
27	4	0	17	9
22	22	3	0	23
23	27	20	15	0

18.

0	12	25	22	29
22	0	14	20	19
23	12	0	21	24
20	22	30	0	1
25	6	11	20	0

19.

0	2	3	30	4
6	0	10	21	21
16	13	0	8	9
7	6	30	0	20
17	2	17	29	0

20.

0	15	13	10	14
8	0	13	25	1
20	8	0	30	9
10	22	27	0	21
15	26	21	30	0

21.

0	1	27	17	30
6	0	23	24	7
30	23	0	19	28
11	1	21	0	20
5	4	30	2	0

22.

0	8	30	17	16
14	0	5	6	27
24	22	0	18	19
9	22	25	0	2
21	19	2	3	0

23.

0	20	14	8	13
25	0	3	1	6
19	15	0	12	16
26	21	17	0	22
4	4	8	18	0

24.	0	1	21	27	5
	30	0	18	23	23
	27	29	0	20	10
	15	2	27	0	14
	28	9	15	6	0

25.	0	11	10	12	27
	11	0	18	26	19
	8	3	0	26	5
	30	8	23	0	5
	28	28	4	8	0

26.	0	20	23	8	19
	19	0	2	12	30
	11	15	0	15	11
	7	15	24	0	9
	14	3	7	19	0

27.	0	14	28	20	6
	9	0	25	24	2
	18	30	0	2	10
	25	19	10	0	25
	29	29	17	26	0

28.	0	30	7	17	14
	28	0	10	28	18
	10	20	0	24	4
	7	24	20	0	10
	11	14	20	23	0

29.	0	3	25	10	15
	29	0	4	18	13
	1	21	0	5	8
	4	30	7	0	30
	13	12	3	10	0

30.	0	25	23	19	10
	14	0	9	2	1
	10	10	0	13	14
	1	1	13	0	21
	5	11	27	5	0