

# **Отчёт по лабораторной работе №7**

**Математическое моделирование**

Байрамгельдыев Довлетмурат

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>15</b>

## Список иллюстраций

4.1	Программа на Julia для первого случая . . . . .	9
4.2	График распространения рекламы на Julia для первого случая . .	10
4.3	Программа на Julia для второго случая . . . . .	10
4.4	График распространения рекламы на Julia для второго случая . .	11
4.5	Программа на Julia для третьего случая . . . . .	11
4.6	График распространения рекламы на Julia для третьего случая . .	12
4.7	Программа на OpenModelica для первого случая . . . . .	12
4.8	График распространения рекламы на OpenModelica для первого случая . . . . .	13
4.9	Программа на OpenModelica для второго случая . . . . .	13
4.10	График распространения рекламы на OpenModelica для второго случая . . . . .	14
4.11	Программа на OpenModelica для третьего случая . . . . .	14
4.12	График распространения рекламы на OpenModelica для третьего случая . . . . .	14

## **Список таблиц**

# 1 Цель работы

- Познакомиться с простейшей моделью рекламной кампании
- Визуализировать модель с помощью Julia и OpenModelica

## 2 Задание

- Построить графики распространения рекламы
- Рассмотреть три случая: где  $\alpha_1 \gg \alpha_2$ , где  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  и где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — периодические функции
- Для второго случая найти момент времени, в который скорость распространения рекламы принимает максимальное значение

### 3 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей, о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  — скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  — время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  — число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  — общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t) > 0$  характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит

от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Таким образом, математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

.

Более подробно см. в **[lab-theory?]**.



## 4 Выполнение лабораторной работы

Рассмотрим первый случай, где  $\alpha_1 \gg \alpha_2$ , и напишем программу (рис. 4.1). В функции F1 опишем, как меняется скорость распространения рекламы.

```
using Plots
using DifferentialEquations

const N = 500
const N0 = 5

T1 = (0, 30)
T2 = (0, 0.2)

u0 = [N0]

# 1 случай (alpha1 >> alpha2)

function F1(du, u, p, t)
    du[1] = (0.55 + 0.0001*u[1])*(N - u[1])
end

prob1 = ODEProblem(F1, u0, T1)
sol1 = solve(prob1, dtmax=0.1)

plt1 = plot(sol1, color=:red, title="Распространение рекламы, 1 случай", legend=false, xlabel="t", ylabel="N(t)")
savefig(plt1, "lab7_1.png")
```

Рис. 4.1: Программа на Julia для первого случая

Результаты сохраняем в виде графика (рис. 4.2). Мы видим, что количество осведомленных о товаре клиентов постепенно растет, пока не достигает максимально возможного —  $N$ .

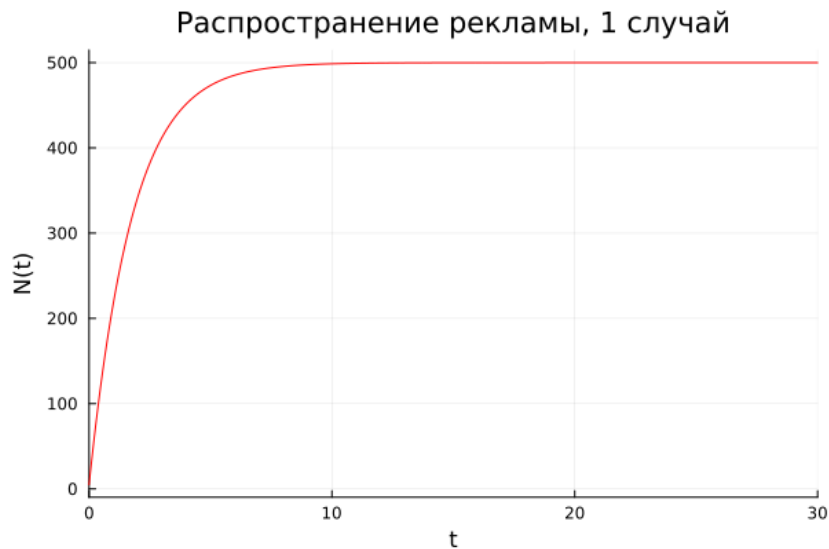


Рис. 4.2: График распространения рекламы на Julia для первого случая

Изменим функцию, чтобы она описывала ситуацию, где  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  (рис. 4.3). Добавим в функцию F1 нахождение момента времени, в который скорость распространения рекламы, то есть производная, максимальна. Выведем результат в консоль (рис. ??).

```
# 2 случай (alpha1 << alpha2)
maxx = [-10000.0, 0]

function F2(du, u, p, t)
    du[1] = (0.00005 + 0.2*u[1])*(N - u[1])

    if du[1] > maxx[1]
        maxx[1] = du[1]
        maxx[2] = t
    end
end

prob2 = ODEProblem(F2, u0, T2)
sol2 = solve(prob2, dtmax=0.001)

println("t = ", maxx[2])

plt2 = plot(sol2, color=:red, title="Распространение рекламы, 2 случай", legend=false, xlabel="t", ylabel="N(t)")
savefig(plt2, "lab7_2.png")
```

Рис. 4.3: Программа на Julia для второго случая

Получаем график распространения рекламы для второго случая (рис. 4.4). График принимает вид логистической кривой: сначала численность осведомленных о товаре клиентов растет медленно, но затем начинает увеличиваться быстрее.

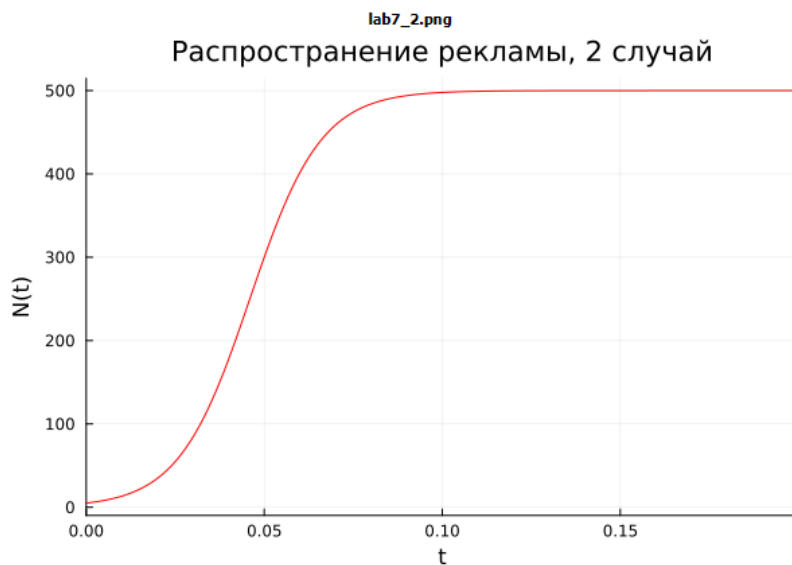


Рис. 4.4: График распространения рекламы на Julia для второго случая

Наконец поменяем функцию, чтобы она описывала ситуацию, где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — периодические функции (рис. 4.5).

```
# 3 случай (alpha1, alpha2 - периодические функции)
function F3(du, u, p, t)
    du[1] = (0.5*sin(t) + 0.3*cos(t)*u[1])*(N - u[1])
end

prob3 = ODEProblem(F3, u0, T2)
sol3 = solve(prob3, dtmax=0.001)

plt3 = plot(sol3, color=:red, title="Распространение рекламы, 3 случай", legend=false, xlabel="t", ylabel="N(t)")
savefig(plt3, "lab7_3.png")
```

Рис. 4.5: Программа на Julia для третьего случая

Получаем график распространения рекламы для третьего случая (рис. 4.6). График принимает вид, схожий со вторым случаем: численность осведомленных о товаре клиентов сначала возрастает медленно, а затем начинает стремительно увеличиваться.

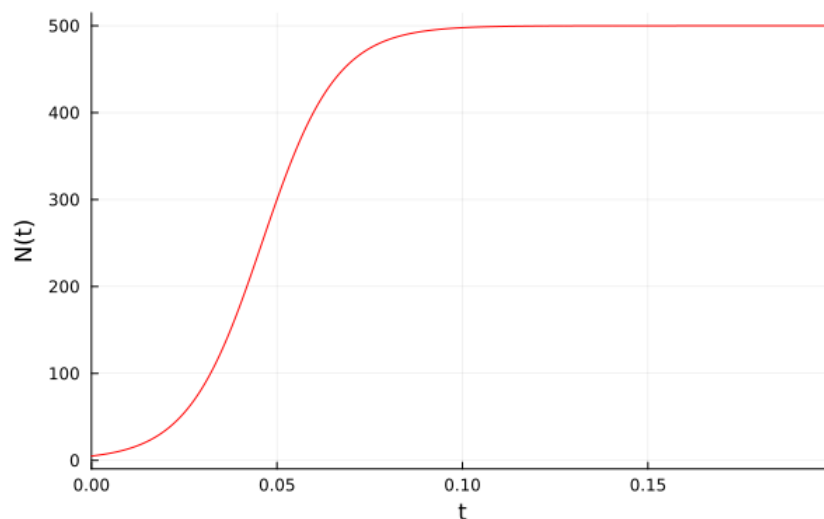


Рис. 4.6: График распространения рекламы на Julia для третьего случая

Теперь напишем программу, рассматривающую первый случай, на OpenModelica (рис. 4.7).

```

model Advert
  parameter Real N = 500;
  parameter Real N0 = 5;
  Real n(start=N0);
  equation
    // 1 случай
    der(n) = (0.55 + 0.0001*n)*(N - n);
end Advert;

```

Рис. 4.7: Программа на OpenModelica для первого случая

Получаем также график распространения рекламы (рис. 4.8). Результаты совпадают с результатами, полученными на Julia.

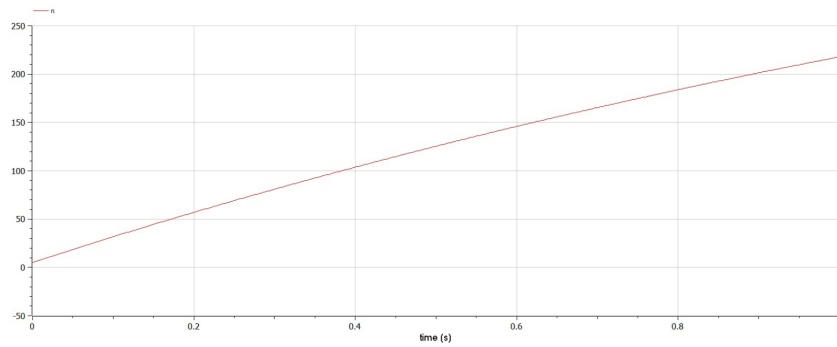


Рис. 4.8: График распространения рекламы на OpenModelica для первого случая

Изменим уравнение, чтобы оно описывало второй случай (рис. 4.9).

```

model Advert
  parameter Real N = 500;
  parameter Real N0 = 5;
  Real n(start=N0);
  equation
    // 2 случай
    der(n) = (0.00005 + 0.2*n)*(N - n);
end Advert;

```

Рис. 4.9: Программа на OpenModelica для второго случая

Получаем график распространения рекламы (рис. 4.10). Этот график идентичен графику, полученному на Julia.

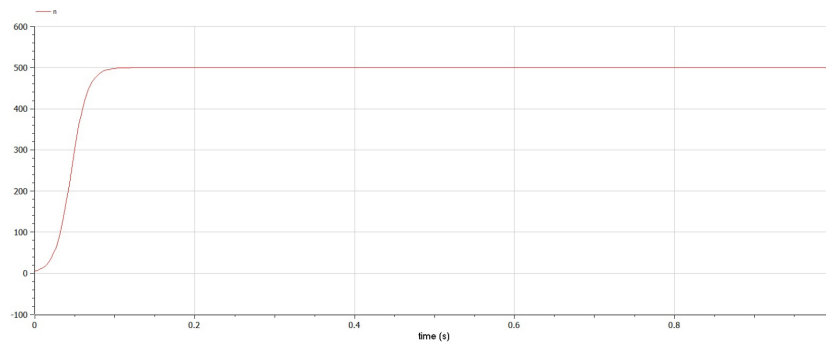


Рис. 4.10: График распространения рекламы на OpenModelica для второго случая

Наконец поменяем уравнение, чтобы оно подходило под третий случай (рис. 4.11).

```

model Advert
parameter Real N = 500;
parameter Real N0 = 5;
Real n(start=N0);
equation
// 3 случай
der(n) = (0.5*sin(time) + 0.3*cos(time)*n)*(N - n);
end Advert;

```

Рис. 4.11: Программа на OpenModelica для третьего случая

Получаем график распространения рекламы (рис. 4.12). Наблюдаем те же результаты, что и на Julia.

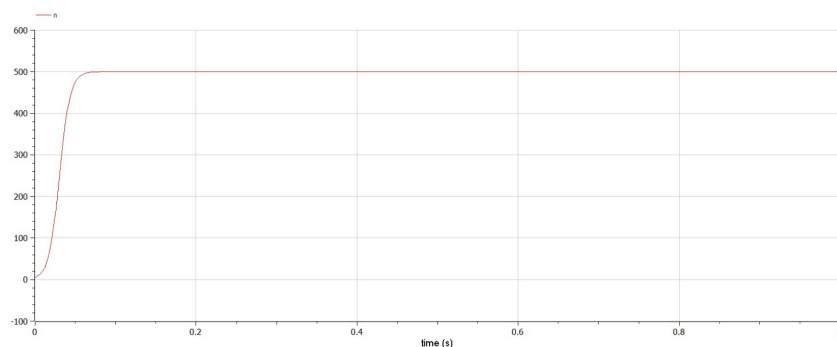


Рис. 4.12: График распространения рекламы на OpenModelica для третьего случая

## 5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я научился строить графики распространения рекламы, определять в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение. # Список литературы{.unnumbered}

Кулябов Д. С. Лабораторная работа №7: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=8310>