

퍼지 논리, Fuzzy Logic

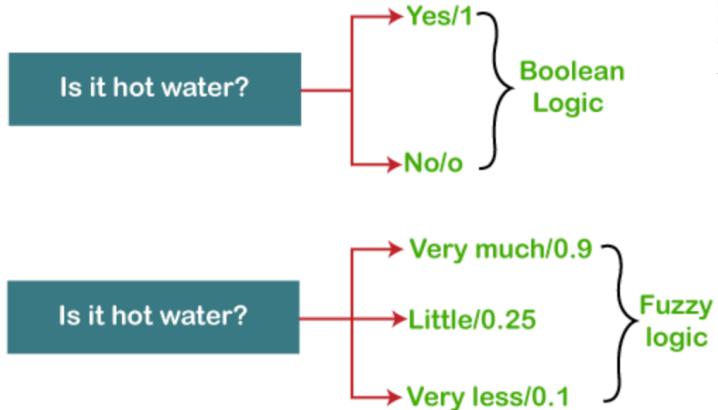
내용

- 퍼지 집합, Fuzzy set
- 퍼지 논리, Fuzzy logic
- 크리스프 집합, Crisp set
- 전문가 시스템에서의 퍼지 활용

퍼지논리

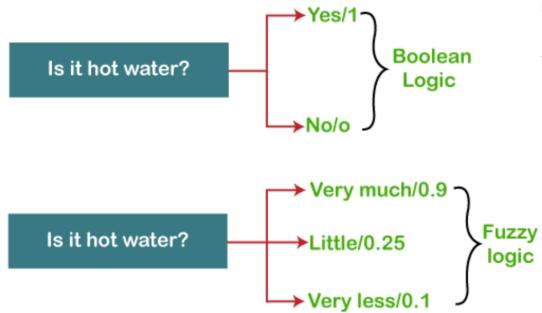
- ➊ fuzzy의 정의
 - ➎ fuzzy – “not clear, distinct, or precise; blurred”
- ➋ 퍼지논리
 - ➎ 명확하게 정의될 수 없는 지식을 표현하는 방법

퍼지논리



- ➊ 명확하게 정의될 수 없는 지식을 표현
 - ➌ 퍼지 논리가 애매한 논리는 아님
 - ➌ 퍼지 논리는 애매함을 다루는 질서정연한 논리
- ➋ 사람은 **모호한 단어**를 사용하여서 문제를 해결하거나 지식을 표현

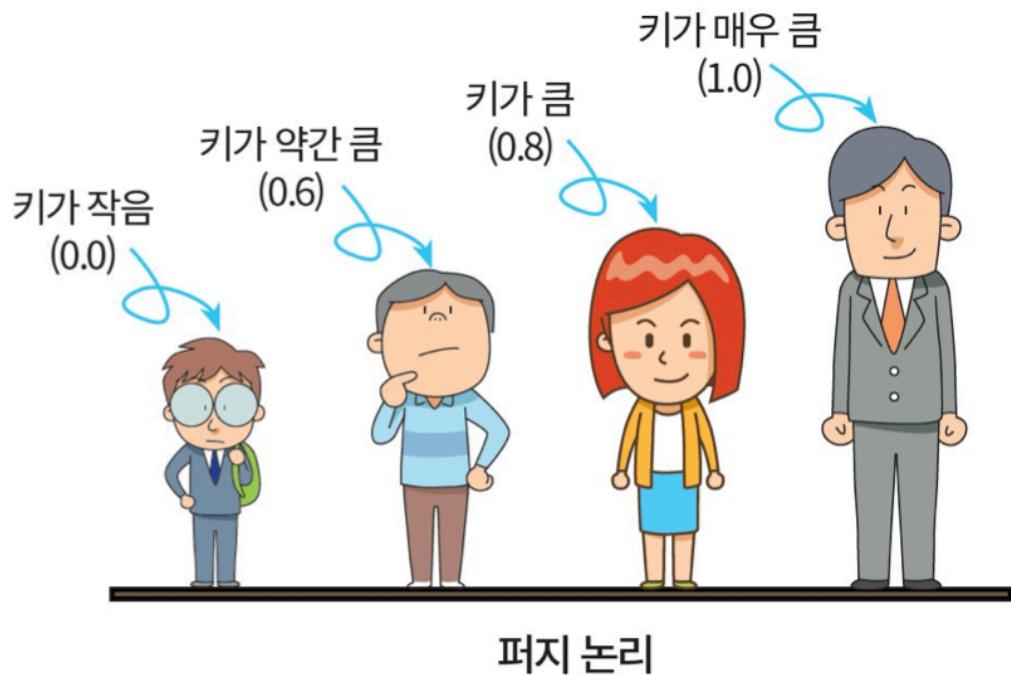
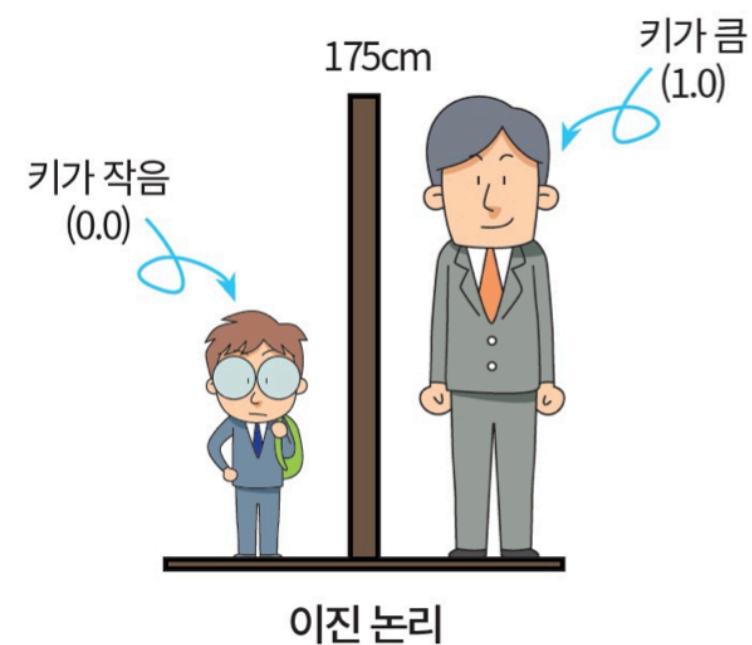
명제 vs. 퍼지 논리



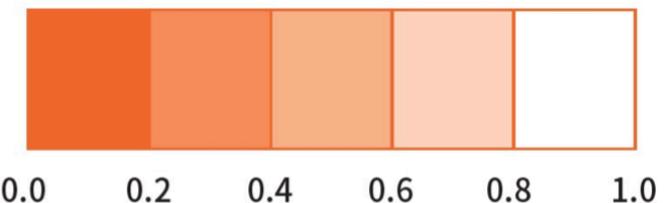
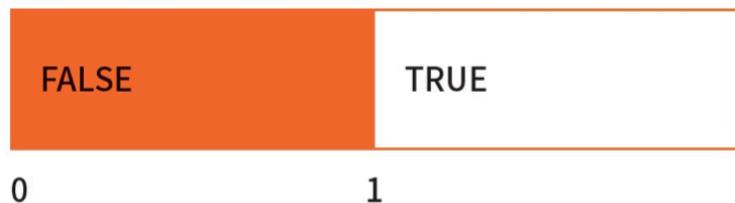
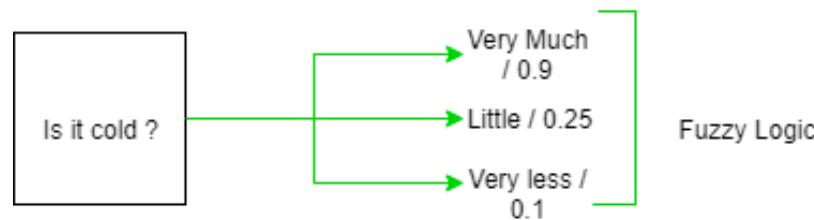
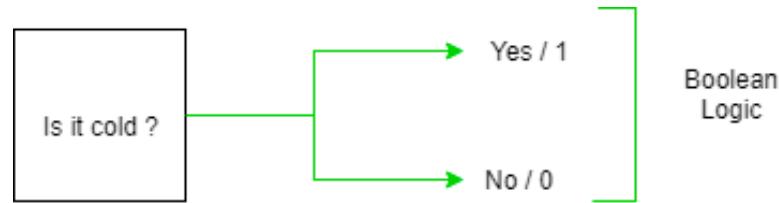
- 이진논리 (부울논리)
 - 참과 거짓(1 또는 0) - 흑백논리
 - 예: “80점 이상은 우수한 성적이다.”
(만약 79점은 우수하지 않은 성적?)

- 퍼지논리
 - Zadeh가 퍼지집합에 관한 이론을 시작, 1965년
 - 0.0에서 1.0까지의 값으로 표현
 - 지식 표현의 애매성을 해결
 - 퍼지명제나 규칙을 다루기 위한 퍼지논리로 발전

이진논리와 퍼지논리



이진논리 vs. 퍼지논리



퍼지 논리 활용



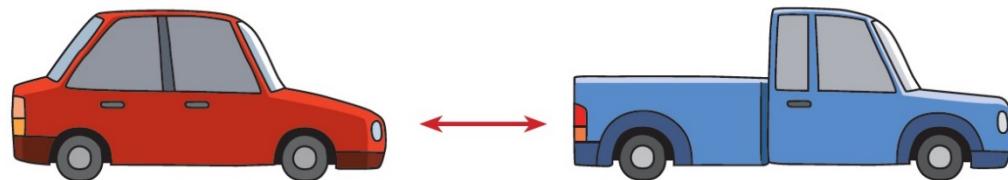
온감의 오염도
(0.0-1.0)

세탁 시간 = 0.0

세탁 시간을 0.0에서 1.0까지
설정한다.

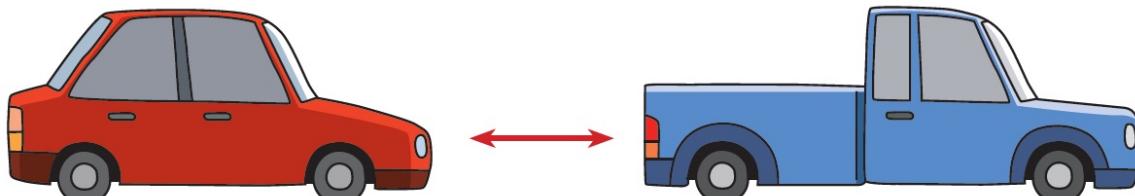
세탁 시간 = 1.0

퍼지 논리 활용



앞차와 가까운가(YES),
그렇지 않은가(NO)

Yes → 브레이크 ON
No → 브레이크 OFF



앞차와의 근접도
(0.0-1.0)

브레이크의 강도
(0.0-1.0)

퍼지논리와 집합

- 명제 논리 = 기존 집합(크리스프 집합, boolean 집합)
- 퍼지 논리 = 퍼지 집합
- 소속 함수 (membership function)

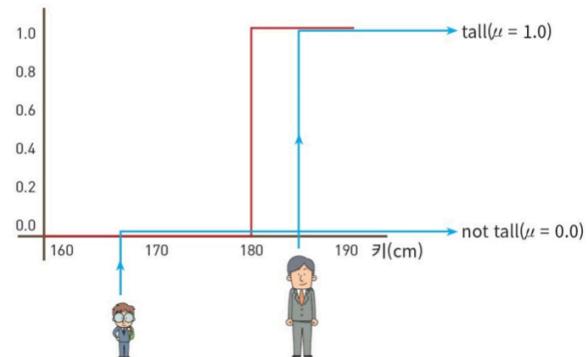
$$A = \{ 7, 8, 9 \}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

$$\mu_A : A \rightarrow \{0, 1\}$$

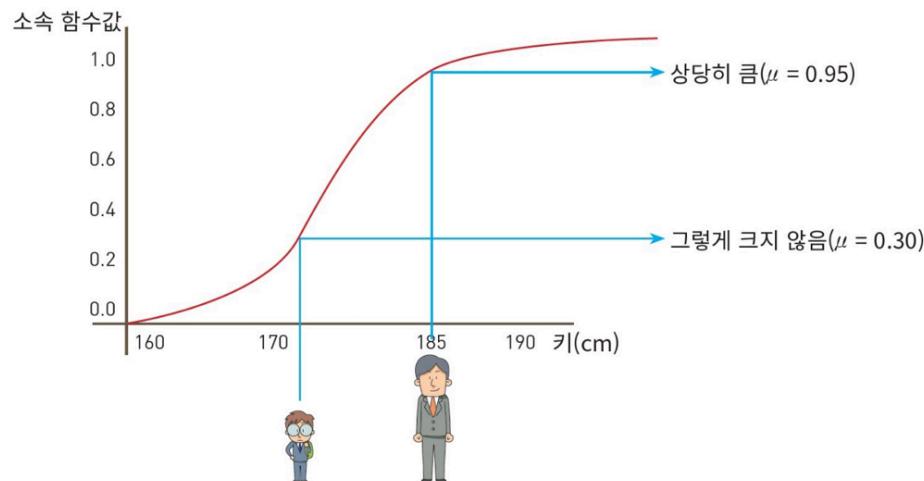
크리스프 집합

- 기존의 집합이론
- 속하든지 그렇지 않다면 속하지 않음
- 이진 함수로 표현



퍼지 집합

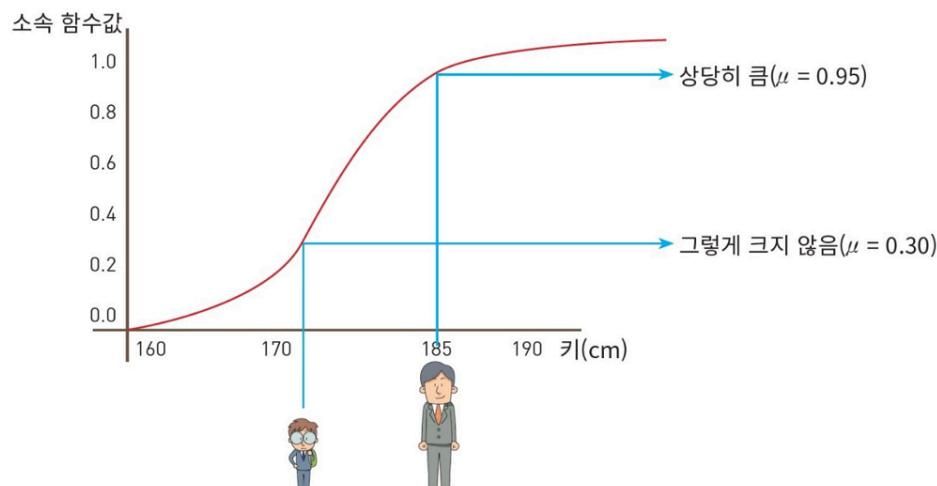
- 속한는 정도를 실수 값으로 표현
- 소속 함수를 $[0,1]$ 범위 값으로 표현



퍼지 집합

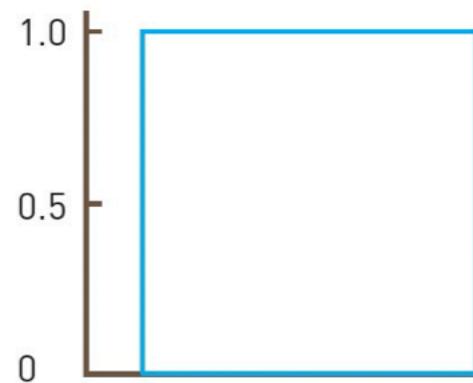
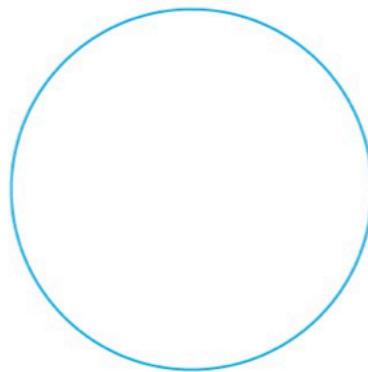
- 원소가 집합에 속하는 정도에 따라 소속함수 값을 $[0,1]$ 사이의 값으로 대응

키 큰 사람 = $\{0.3/172\text{cm}, 0.5/175\text{cm}, 0.95/185\text{cm}, 1.0/190\text{cm}\}$

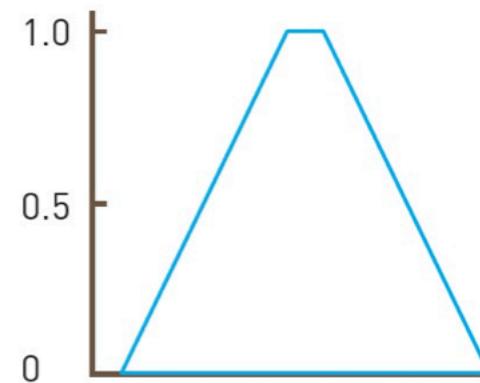
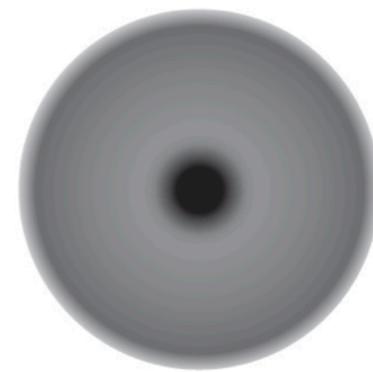


크리스프 집합 vs 퍼지집합

크리스프 집합



퍼지 집합



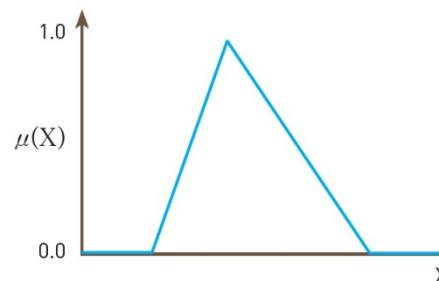
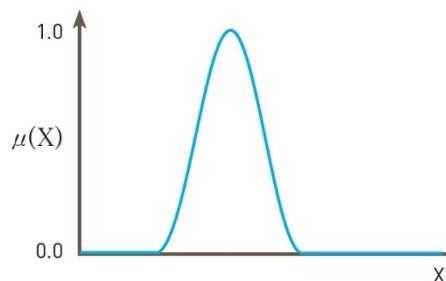
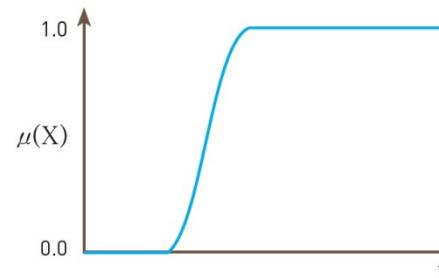
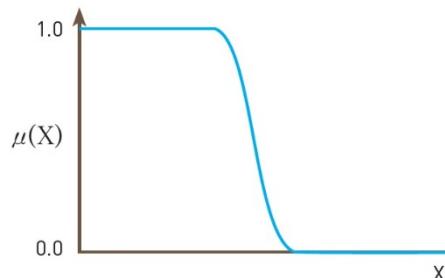
퍼지 집합의 표기 방법

● 비연속적인 퍼지 집합

“키 큰 사람” = { 0.30/170cm, 0.50/175cm, 0.95/180cm, 1.0/190cm }

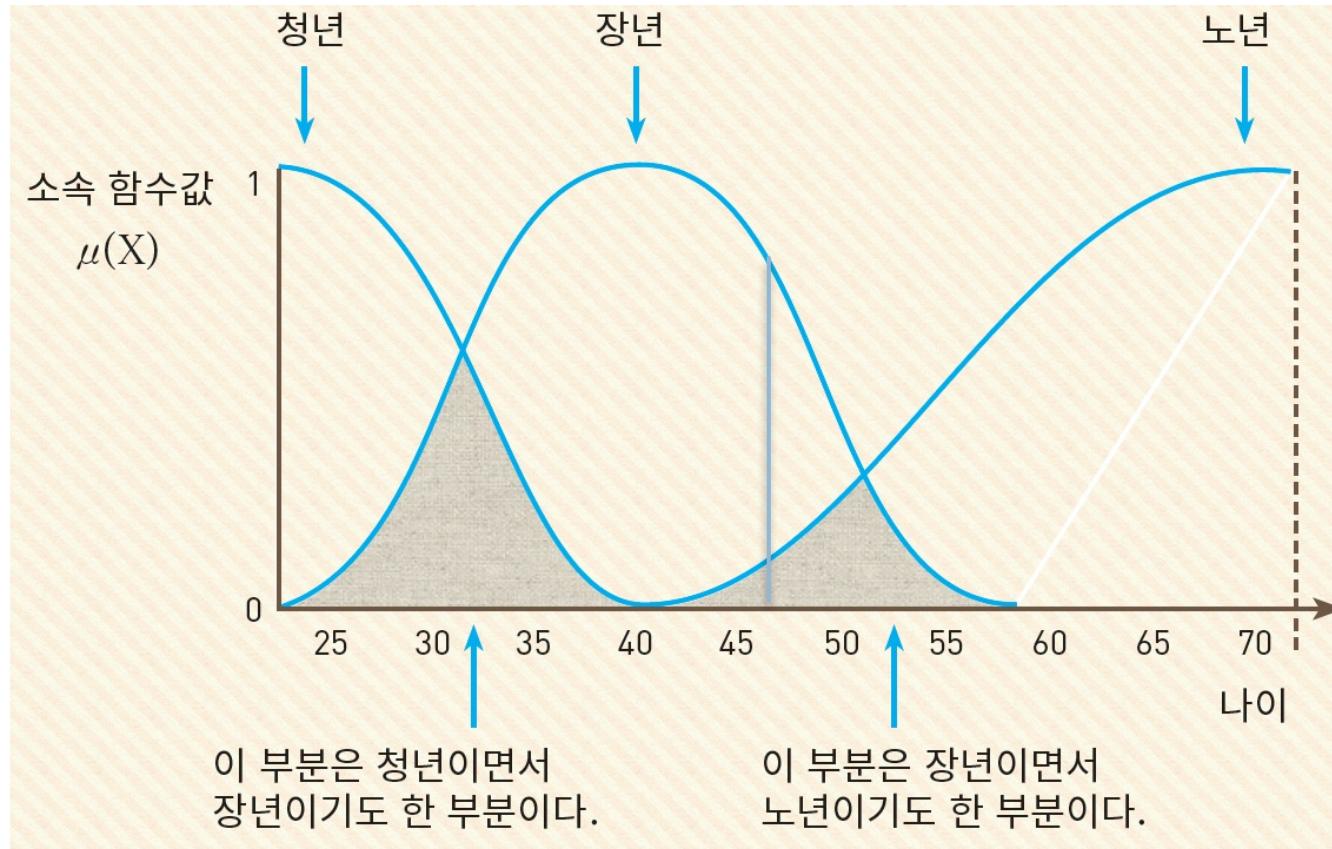
“키 큰 사람” = { (170cm, 0.3), (175cm, 0.5), (180cm, 0.95), (190cm, 1.0) }

● 연속적인 퍼지 집합



퍼지 집합의 예

- “청년”, “장년”, ”노년“를 나타내는 퍼지 집합



퍼지 집합 연산자

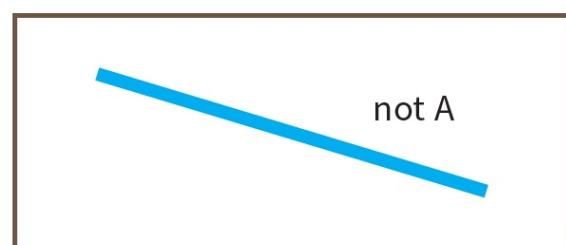
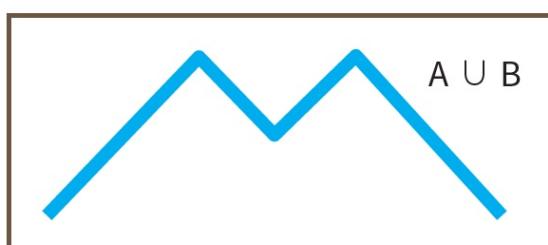
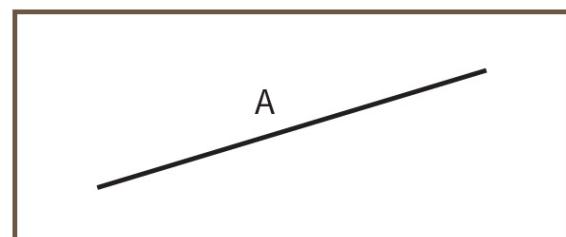
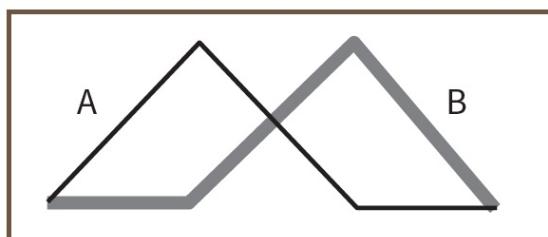
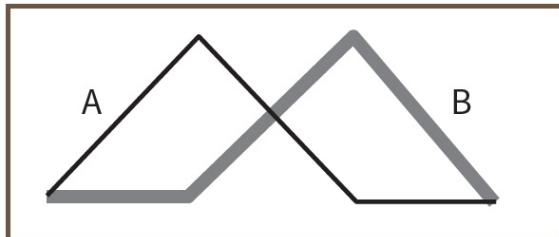
- 퍼지 집합 이론에서도 NOT, AND, OR 등의 논리 연산자

$$\mu_{\neg A(x)} = 1 - \mu_A(x)$$

$$\mu_{A \wedge B}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

$$\mu_{A \vee B}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

퍼지 집합 연산자



Lab: 퍼지 집합 연산자

$$A(x) = \{(x_1, 0.8), (x_2, 0.3), (x_3, 0.9), (x_4, 0.1)\}$$

$$B(x) = \{(x_1, 0.3), (x_2, 0.5), (x_3, 0.7), (x_4, 0.4)\}$$

$$\mu_{(A \cup B)}(x_1) = \max\{\mu_A(x_1), \mu_B(x_1)\} = \max\{0.8, 0.3\} = 0.8$$

$$\mu_{(A \cup B)}(x_2) = \max\{\mu_A(x_2), \mu_B(x_2)\} = \max\{0.3, 0.5\} = 0.5$$

$$\mu_{(A \cup B)}(x_3) = \max\{\mu_A(x_3), \mu_B(x_3)\} = \max\{0.9, 0.7\} = 0.9$$

$$\mu_{(A \cup B)}(x_4) = \max\{\mu_A(x_4), \mu_B(x_4)\} = \max\{0.1, 0.4\} = 0.4$$

$$\mu_{(A \cap B)}(x_1) = \min \{\mu_A(x_1), \mu_B(x_1)\} = \min\{0.8, 0.3\} = 0.3$$

$$\mu_{(A \cap B)}(x_2) = \min \{\mu_A(x_2), \mu_B(x_2)\} = \min\{0.3, 0.5\} = 0.3$$

$$\mu_{(A \cap B)}(x_3) = \min \{\mu_A(x_3), \mu_B(x_3)\} = \min\{0.9, 0.7\} = 0.7$$

$$\mu_{(A \cap B)}(x_4) = \min \{\mu_A(x_4), \mu_B(x_4)\} = \min\{0.1, 0.4\} = 0.1$$

크리스프 집합 연산자

A	B	$\min(A, B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

A	B	$\max(A, B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR

A	$1 - A$
0	1
1	0

NOT

퍼지 추론

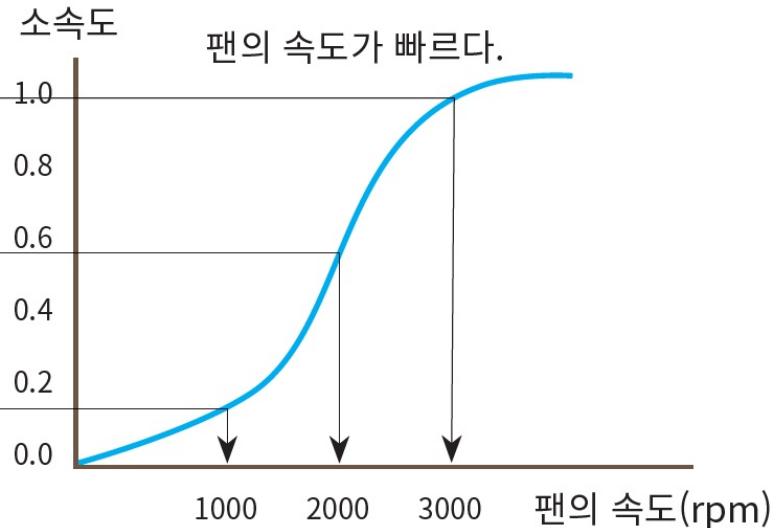
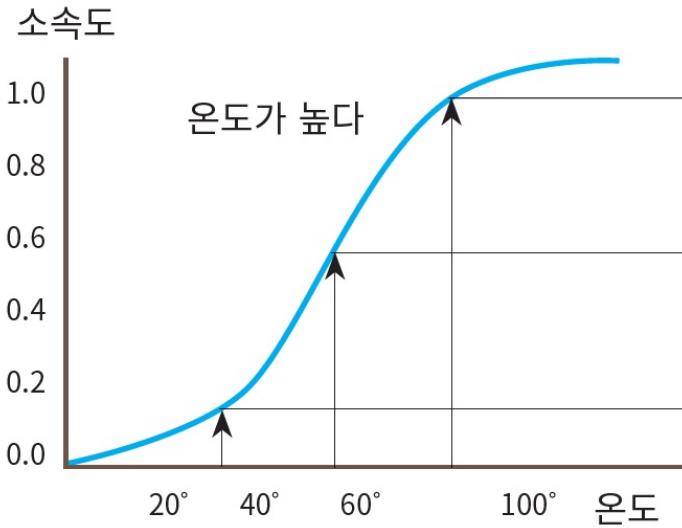
● 기존의 추론

- 규칙 #1: IF 온도가 높다. THEN 팬의 속도를 증가시킨다.
- 사실 #1: 온도가 약간 높다.
- -----
- 추론된 사실: ?

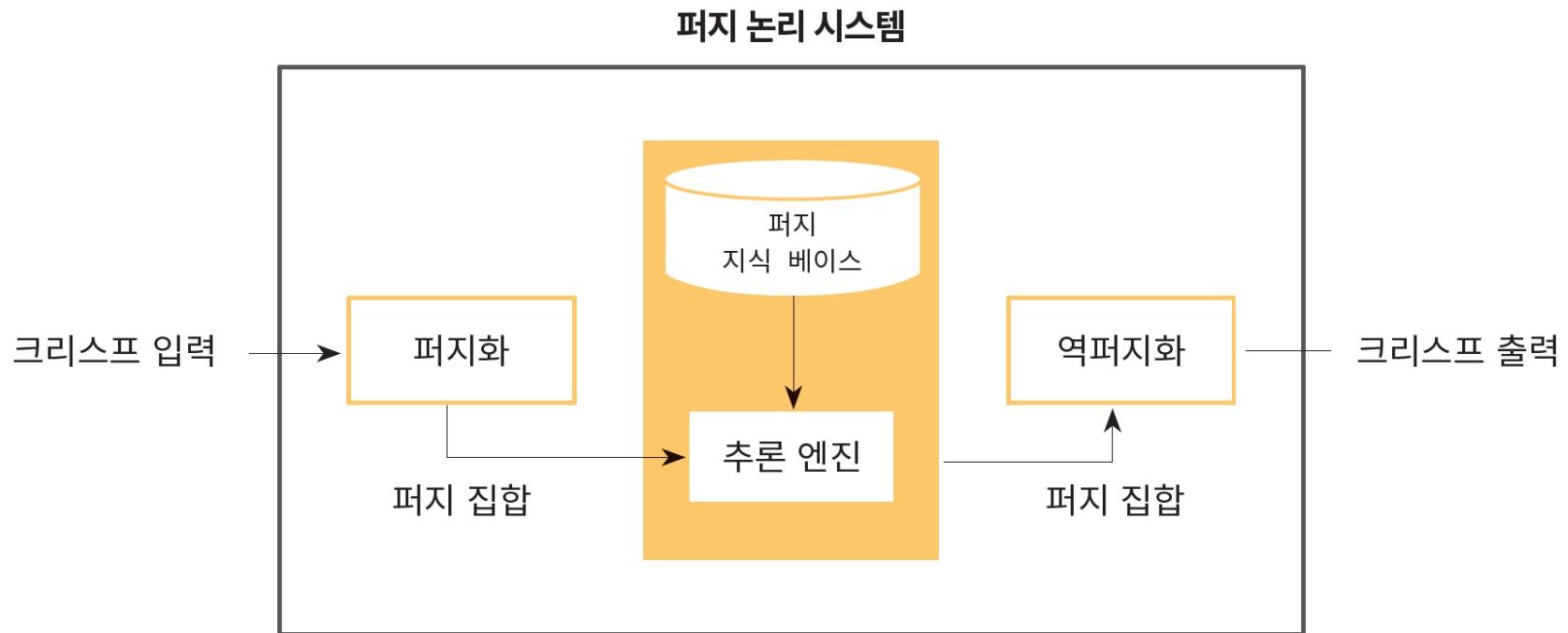
● 퍼지 추론

- 규칙 #1: IF 온도가 높다. THEN 팬의 속도를 빠르게 한다.
- 사실 #1: 온도가 약간 높다.
- -----
- 사실 #2: 팬의 속도를 약간 빠르게 한다.

퍼지추론



퍼지추론의 과정

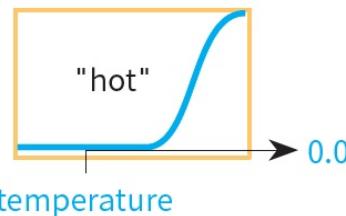


Max-min 주론 방법

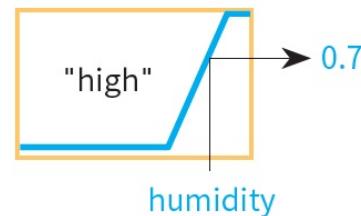
전제

결론

IF (temperature is "hot") or (humidity is "high") THEN (aircon is "high")



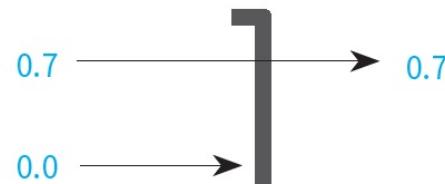
$$\mu(\text{temperature} == \text{"hot"}) = 0.0$$



$$\mu(\text{temperature} == \text{"high"}) = 0.7$$

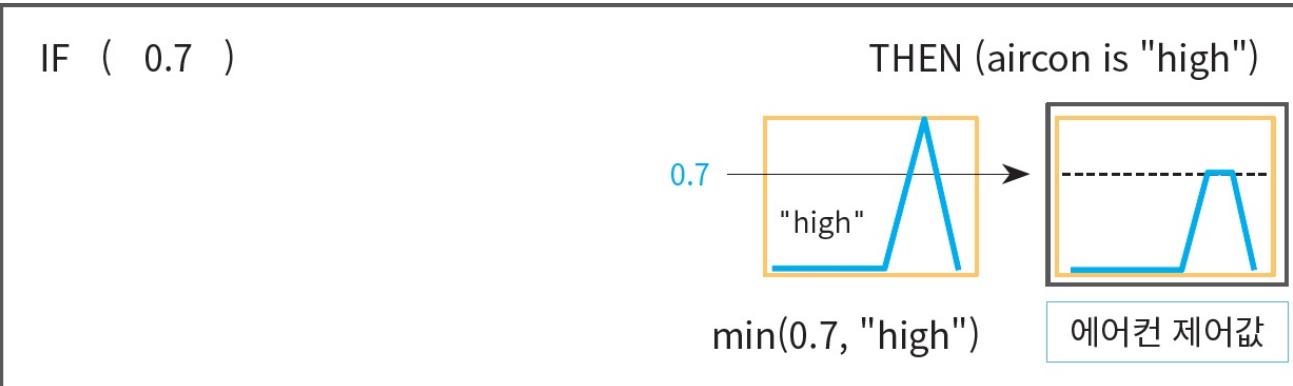
IF (0.0 or 0.7)

THEN (aircon is "high")

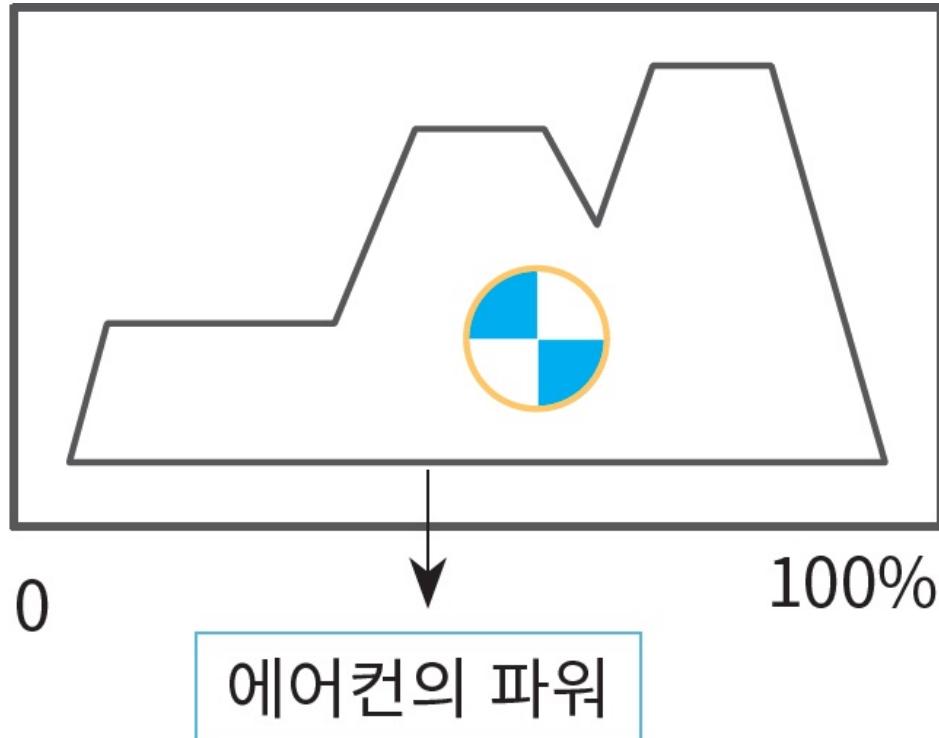


$$\max(0.0, 0.7) = 0.7$$

함축 연산자 처리

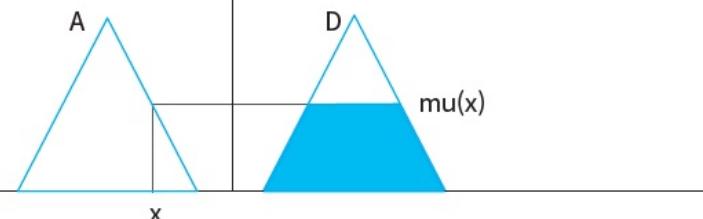


역퍼지화

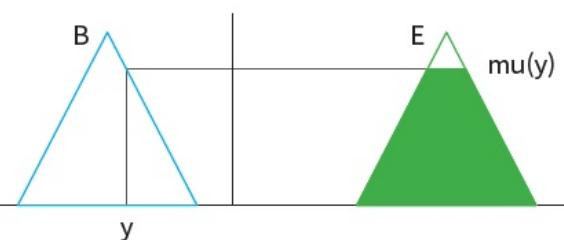


규칙이 여러 개인 경우

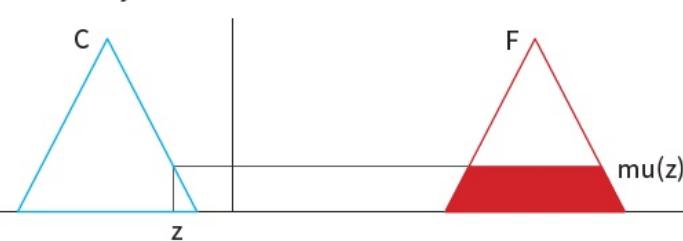
규칙 1: IF x is A THEN n is D:



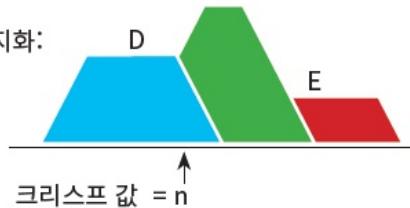
규칙 2: IF y is B THEN n is E:



규칙 3: IF z is C THEN n is F:



역퍼지화:



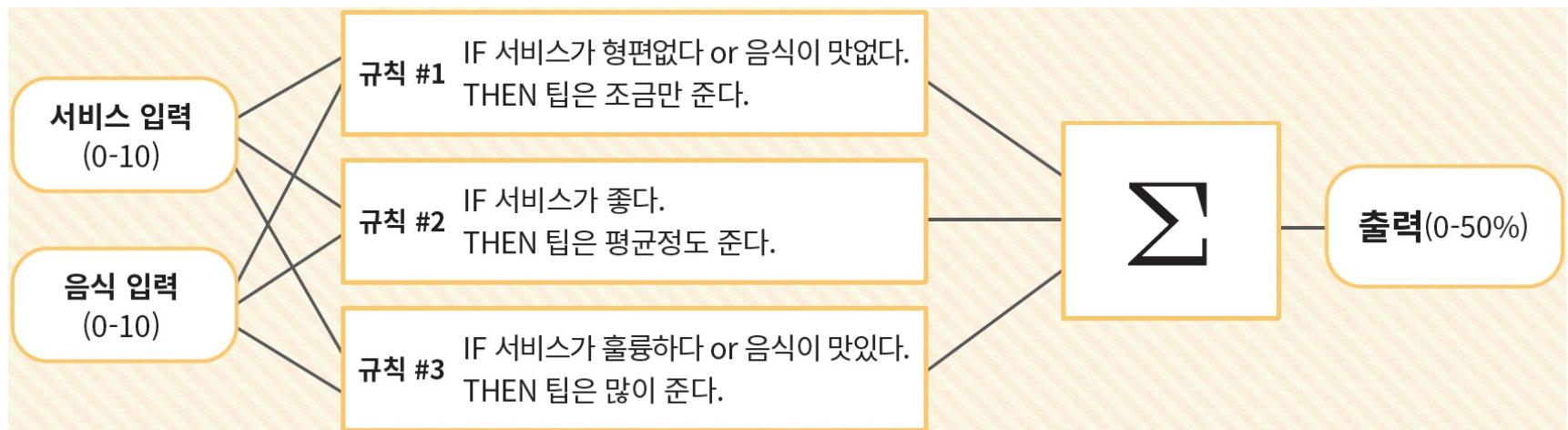
모든 규칙의 결과값을 합한 것의 무게
중심점을 계산한다.

예: 팁을 주는 문제

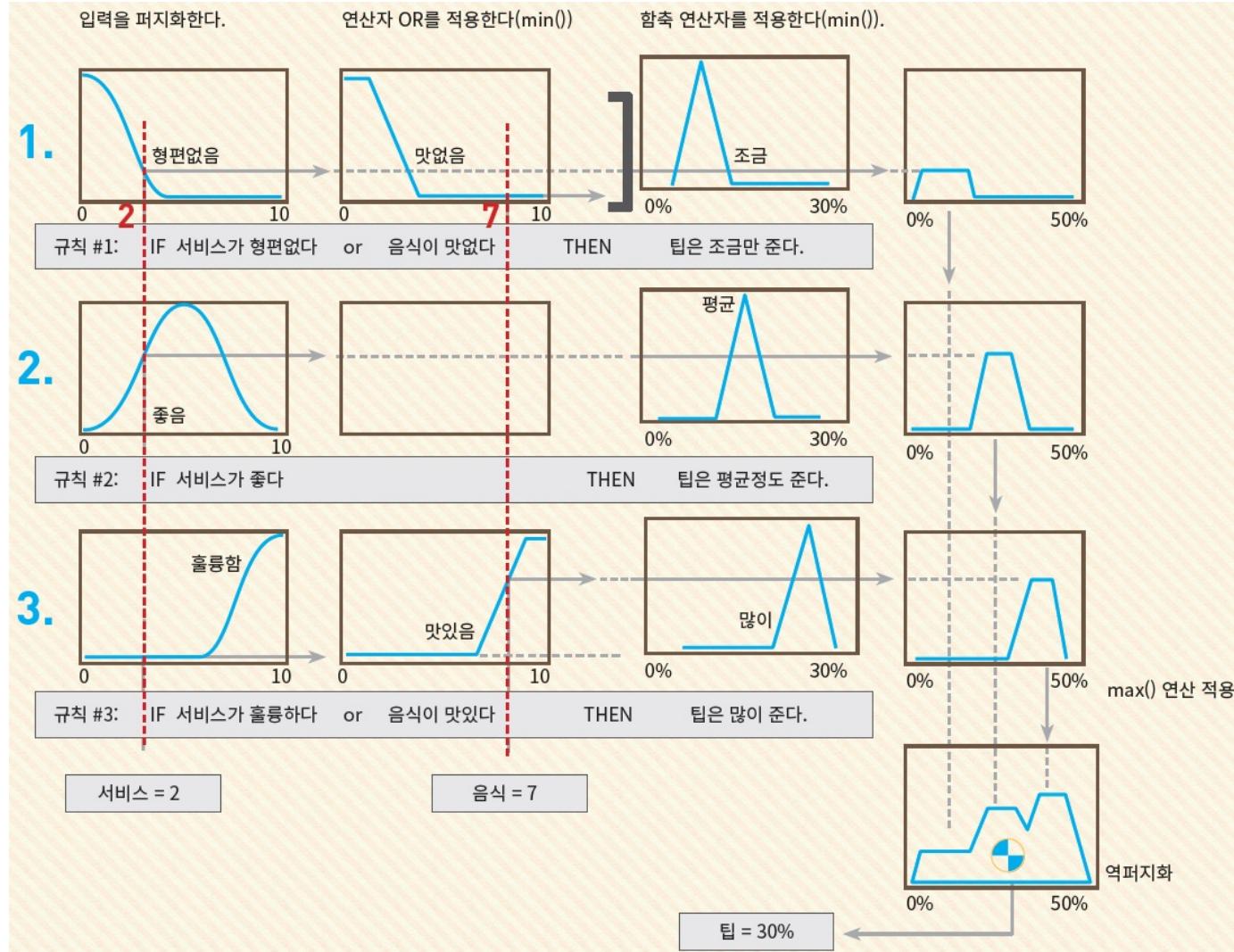
규칙 #1: IF 서비스가 형편없다 or 음식이 맛없다
THEN 팁은 조금만 준다.

규칙 #2: IF 서비스가 좋다
THEN 팁은 평균정도 준다.

규칙 #3: IF 서비스가 훌륭하다 or 음식이 맛있다
THEN 팁은 많이 준다.



예: 팁을 주는 문제



정리

- 퍼지 논리는 전통적인 크리스프 논리의 확장
- 크리스프 논리는 크리스프 집합에 해당되고 퍼지 논리는 퍼지 집합에 해당
 - 퍼지 집합에서는 경계가 모호한 집합으로 집합의 원소는 얼마나 집합에 소속되었는지를 나타내는 소속 함수로 정의
- 퍼지 집합에 대해서도 교집합, 합집합, 여집합 등이 정의
 - 교집합은 \min 연산
 - 합집합은 \max 연산
 - 여집합은 $1 - \mu$ 임
- 퍼지 추론은 입력 단계, 처리 단계, 출력 단계로 구성
 - 입력 단계는 센서로부터 입력되는 값을 적절한 소속 함수값으로 매팅 (fuzzification)
 - 처리 단계에서는 추론 엔진이 적절한 규칙들을 점화하여 각 규칙에 대한 결과를 생성한 후에 규칙들의 결과를 결합
 - 출력 단계는 결합된 규칙들의 결과를 특정 출력 값으로 다시 변환 (defuzzification)