

7.2. Время выполнения проекта.

Для начала, заведем для каждой вершины список всех ребер (и их начал), которые входят в нее.

Сделаем самую обычную топологическую сортировку – то есть упорядочим вершины по убыванию “времен выхода” (другими словами сделаем серию поисков в глубину и как только вышли из вершины – положим ее в начало связного списка).

Время выполнения каждой задачи зависит только от предыдущих, поэтому если мы пройдем по вершинам в порядке топологической сортировки и в каждой вершине посчитаем время, которое нужно для выполнения соответствующей задачи, мы получим ответ. Время будет считаться так: оно равно максимуму из всех ребер, входящих в нее (точнее их начал – то есть максимум по всем задачам, от которых текущая задача непосредственно зависит) плюс время на выполнение текущей задачи. Благодаря тому, что в самом начале мы вычислили все входящие в каждую вершину ребра, а также тому, что делать это будем в порядке топологической сортировки, во время просмотра каждой вершины нам будет уже известно минимальное необходимое время на выполнение всех задач, от которых она зависит и не нужна будет рекурсия. Этот пункт делается за $O(E)$, так как каждое ребро будет просмотрено ровно один раз.

Итоговое время, необходимое на весь проект: максимум из всех времен, посчитанных для каждой задачи.

Сложность, очевидно, $O(V+E)$ – построение списка входящих ребер, DFS, один просмотр ребер и, если не поддерживали максимум (для ответа), то еще один просмотр всех вершин.