Тураев Тимур, 504 (SE)
13.09.2013

2.2.3. Дано n-значное число без ведущих нулей. Из числа нужно вычеркнуть ровно k цифр, чтобы число получилось максимальным.

Граничные случаи не рассматриваем, они не интересны.

Будем исходить из жадных соображений: так как можно вычеркнуть всего k цифр, то, чтобы число было максимально возможным необходимо, чтобы старшая цифра была максимальной из первых k+1 цифр. Найдем эту цифру и вычеркнем все цифры которые стоят слева от нее – назовем такие цифры «плохими». А эту самую цифру как-нибудь пометим и назовем «хорошей» - именно из хороших (и, возможно, хвоста) будет состоять наше искомое число.
Далее решим эту же задачу, но с уменьшенным k для числа, стоящего справа от хорошей цифры.

Некоторые моменты технической реализации: можно не вычеркивать, а например заменять на -1.
Максимум можно не искать, а «поддерживать», длыя этого заведем очередь, которая возвращает максимум за O(1) (такую мы уже сделали в п. 2.1.2). При движении «окна» ширирой в k+1 будем вставлять в очередь очередную цифру и удалять последние. Аналогично можно хранить не только максимальное значение, а также индекс этого максимального.
Если в окне несколько максимумов, то будем рассматривать только первый (самый левый) максимум.
Окно двигать можно так:

- Пусть l указывает на левую границу окна, r – на правую.
- Двинем r направо, пока ширина окна не станет равной k+1. Одновременно с движением r направо будет вводить в очередь появляющиеся в окне цифры. Очередь нам за O(1) скажет максимум и его индекс.
- Двинем l направо до [найденного индекса – 1] и удалим из очереди эти цифры (и пометим их как «зачеркнутые» = «плохие» цифры).
- Теперь l указывает на нашу «хорошую цифру» - пометим ее как-нибудь, что она именн «хорошая», ее не нужно вычеркивать и двинем l на единицу вправо – из очереди удалится наша хорошая цифра и задача сведется с такой же, но с меньшими n и k. (k уменьшилось ровно на столько, сколько цифр стояло слева от «хорошей»)
- Возвращаемся к пункту 2 пока есть куда возвращаться, либо пока еще не вычеркнуто k цифр.

Может случиться такое, что слева от хорошей не будет никаких цифр (это будет в случае когда максимальная цифра – самая левая), тогда из очереди удалится только эта наша хорошая, и k уменьшится лишь на 1.
Может случиться так, что мы дошли до конца, а k еще не ноль: это значит что в конце все цифры невозрастают: тогда просто стираем последние k цифр.
Когда k станет равным нулю – просто пишем ответ: все наши хорошие цифры на предыдущих этапах + возможно какие-то цифры справа от самой правой «хорошей»
Время работы – линейное относительно n. Это очевидно следует из того факта, что r пройдет максимум n и l пройдет максимум n цифр.

Пример: дано число 4692984838234 (n = 13, k = 4)
Возьмем окно ширирой k+1 = 5:

4692984838234

Очередь нам говорит, что максимум (первый) находится в позиции 3 и равен 9. Двинем l налево до найденного и удалим (и из числа и из очереди) все что слева от хорошей цифры, а саму цифру отметим что она «хорошая»:

~~46~~**9**2984838234

Двинем l направо и удалим хорошую цифру из очереди. Все, задача свелась к предыдущей, только n = 13-3=10, k = 4-2 = 2. Увеличим окно до размера k+1 и найдем в окне максимум:

~~46~~**9**2**9**84838234

Затем снова удалим все что до максимума и сведем задачу к такой же, но n=8, k = 1:

~~46~~**9**~~2~~**9**84838234

Расширим окно до размера k+1 и найдем на нем максимум:

~~46~~**9**~~2~~**98**4838234

Максимум оказался самым левым: ничего страшного, удаляем все цифры до максимума (их ноль) и убираем «хорошую»: n уменьшится на 1, а k не изметея:

~~46~~**9**~~2~~**98**4838234

Находим максимум (8), удаляем четверку перед максимумом и находим, что k = 0, значит задача решена, ответ: 9988 + хвост 38246 = 998838246

~~46~~**9**~~2~~**98**4**8***38234*

2.2.4 Найти максимальное произведение длины подотрезка на минимум на нем.

Идея: возьмем исходный массив. Найдем в нем минимум.

Утверждается, что ответ на задачу будет максимум из трех чисел: либо весь массив (то есть длина всего массива умноженное на минимум на нем), либо где-то в подмассивах. Что это значит? Возьмем какое-нибудь массив

a……....xMy………z

и пусть элемент M – минимум в нем. Значит решением на всем массиве будет либо длина массиав умножить на M, либо решение на массиве (внутри массива) [a……x], либо решение на массиве [y…….z]. Это довольно очевидно – решением будет либо весь массив, либо где-то в подотрезках: если мы рассмотрим какой-нибудь другой подотрезок, не содержащийся полностью в этих двух подмассивах, то он либо будет совпадать со всем массивом, либо содержать в себе элемент M. Первый случай я уже рассмотрел (это одно из трех чисел кандидатов на ответ), а второй случай быть не может, потому что если в нашем «перекрывающем» массиве содержится наш элемент M, то этот ответ оптимальным быть не может – так как мы можем безболезненно расширить наш «перекрывающий» массив в обе стороны – и так только увеличим произведение. (длина увеличится, а минимум никуда не денется).

Получется задача сводится к двум подобным подзадачам, но пока у меня получается лишь за N*lnN, идея хотя бы верная? Стоит ее дальше развивать в линию или совсем не в ту степь?