

Функциональное программирование. HW#1

Тураев Тимур, 504 (SE)

1 Найти более короткую версию `iszro`

Answer: `iszro` $\equiv \lambda n t f. n(\lambda a. f)t$

`iszro 0` $\equiv (\lambda n t f. n(\lambda a. f)t) 0 \equiv (\lambda n t f. n(\lambda a. f)t) (\lambda s z. z) \equiv \lambda t f. (\lambda s z. z)(\lambda a. f)t \equiv \lambda t f. t \equiv \text{tru}$
`iszro 1` $\equiv (\lambda n t f. n(\lambda a. f)t) 1 \equiv (\lambda n t f. n(\lambda a. f)t) (\lambda s z. s z) \equiv \lambda t f. (\lambda s z. s z)(\lambda a. f)t \equiv \lambda t f. (\lambda a. f)t \equiv \lambda t f. f \equiv \text{fls}$

2 Выразить `plus` через `succ`

Answer: `plus` $\equiv \lambda m n. m \text{ succ } n$

$$\begin{aligned} \text{plus } 2 \ 3 &\equiv (\lambda m n. m \text{ succ } n) \ 2 \ 3 \equiv 2 \text{ succ } 3 \\ &\equiv (\lambda s z. s(s(z))) \text{ succ } (\lambda a b. a(a(b))) \\ &\equiv (\lambda s z. s(s(z))) (\lambda n x y. x(nxy)) (\lambda a b. a(a(b))) \\ &\equiv (\lambda z. (\lambda n x y. x(nxy))((\lambda n x y. x(nxy)) \ z))(\lambda a b. a(a(b))) \\ &\equiv (\lambda n x y. x(nxy))((\lambda n x y. x(nxy)) (\lambda a b. a(a(b)))) \\ &\equiv (\lambda n x y. x(nxy))((\lambda x y. x(x(x(y)))))) \\ &\equiv \lambda x y. x(x(x(x(y)))) \equiv 5 \end{aligned}$$

3 Записать `mult2` короче

`mult2` $\equiv \lambda m n s z. m(\text{ns})z \equiv \lambda m n s. m(\text{ns})$ (применили η -преобразование)

4 Выполнить подстановку

- $\lambda y z. x y w(zx) [x := \lambda y. y w] \equiv \lambda y z. (\lambda y. y w) y w(z(\lambda y. y w)) \equiv \lambda y z. y w w(z(\lambda y. y w))$
- Ничего не меняется.
- $x y (\lambda x z. x y z) y [y := x z] \equiv x(x z)(\lambda x' z'. x'(x z) z')(x z)$

5 Раскрыть скобки

- $(x(\lambda x. ((xy)x))y) \equiv x(\lambda x. ((xy)x))y \equiv x(\lambda x. x y x)y$
- $((\lambda p. (\lambda q. ((q(pr))s)))((q(pr))s)) \equiv (\lambda p q. q(pr)s)(q(pr)s) \equiv (\lambda p' q'. q'(p'r)s)(q(pr)s) \equiv \lambda q'. q'(q(pr)s r)s$

6 Показать

$S(\lambda x. M)(\lambda x. N) \equiv (\lambda f g x. f x(gx))(\lambda x. M)(\lambda x. N) \equiv \lambda z. (\lambda x. M)z((\lambda x. N)z) \equiv \lambda z. M N$

7 Показать

- $S K K = (\lambda f g x. f x(gx))(\lambda x y. x)(\lambda x y. x) = \lambda x. (\lambda x y. x)x((\lambda x y. x)) = \lambda x. x = I$
- $S(KS)K = (\lambda f g x. f x(gx))(KS)K = \lambda x. (KS)x(Kx) = \lambda x. S(Kx) = \lambda x. (\lambda f g z. f z(gz))(Kx) = \lambda x. (\lambda g z. (Kxz)(gz)) = \lambda x g z. x(gz) = B$

8 *Степенная функция*

$\text{pwr1} \equiv \lambda mn. n (\text{mult } m) 1$ – по аналогии с mult1

$\text{pwr2} \equiv \lambda mnsz. nmsz$ – по аналогии с mult2 .

Оформлять пример долго, но вторую я честно проверил на черновике, она работает.

Кстати, если дважды применить η -преобразование, будет ли верно, что $\text{pwr2} \equiv \lambda mn. nm$?