Caducidade em Idosos

Camille Menezes, Jeff Caponero e Michel Miler

Sumário

| Introdução | 2 |
|-------------------------------|---|
| Análise descritiva | 2 |
| Modelo de Regressão Logístico | 4 |
| Definição | 4 |
| Resultados Inferenciais | 4 |
| Estimativas pontuais | 5 |
| Discussão dos resultados | 5 |
| Função Desvio | 6 |
| Gráficos | 6 |
| Análise Residual | 6 |
| Observações Atípicas | 8 |
| Referências | 8 |

Introdução

É importante a compreensão das mudanças psicológicas associadas ao envelhecimento. Por isso, este trabalho tem como objetivo analisar um grupo de cinquenta e quatro indivíduos considerados idosos, submetidos a um exame psiquiátrico para avaliar a presença ou ausência de sintomas de caduquice. Acredita-se que os escores obtidos em exames psicológicos prévios podem estar relacionados com a ocorrência desses sintomas. Assim, a presente pesquisa propõe a utilização de um modelo de regressão logística para investigar essa relação.

Os dados são provenientes de (Agresti, 1990, pgs. 122-123). Ao longo deste trabalho, será realizada uma análise descritiva com objetivo de entender um pouco mais as variáveis consideradas, a construção do modelo de regressão com diferentes funções de ligação, a apresentação de resultados inferenciais e estimativas pontuais. Além disso, também será apresentado a análise de resíduos, com foco na identificação de observações atípicas.

Análise descritiva

Na amostra de idosos incluídos no estudo, 74% não demonstraram sinais de caduquice. A Tabela 1 apresenta um resumo dos escores registrados por esses idosos.

Tabela 1: Estatísticas-resumo para a variável score dos idosos com ou sem caducância

| | Min | Q1 | Median | Mean | Q3 | Max | Std.Dev | CV | Skewness | Kurtosis |
|----------------|-----|----|--------|-------|----|-----|---------|------|----------|----------|
| Com Caducância | 4 | 7 | 8,5 | 8,93 | 11 | 14 | 3,17 | 0,36 | 0,26 | -1,21 |
| Sem Caducância | 4 | 10 | 13,0 | 12,50 | 15 | 20 | 3,46 | 0,28 | -0,08 | -0,24 |

Na Tabela 1, é possível observar que a média dos scores para os idosos com caducância é menor do que para os sem caducância. A média e a mediana para ambos cenários aparentam estar bem próximas entre si, além da métrica de simetria estar próxima de zero, indicando que a distribuição dos scores é simétrica para os idosos com ou sem caducância. Para a curtose, é notável que a distribuição dos scores para os idosos com caducância é mais platicúrtica que para os idosos sem caducância.

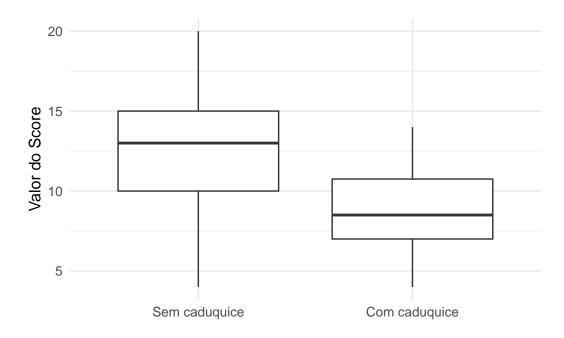


Figura 1: Boxplot para a variável score dos idosos com ou sem caducância

Através dos boxplots da Figura 1, é possível observar que para os idosos sem caducância, existe uma maior variabilidade dos scores abaixo da mediana, enquanto que para os scores dos com caducância há uma variabilidade maior entre a mediana e o terceiro quartil. Tanto pela Tabela 1 quanto pela Figura 1, já é possível notar que há uma tendência a qual menores scores estão mais associados com idosos com caducância.

Modelo de Regressão Logístico

Definição

Queremos analisar como o valor do score obtido no exame psicológico impacta na chance de idoso apresentar caducância ou não. Desse modo, o modelo a ser definido será o modelo MLG binomial com função de ligação logito, então sendo Y_i a variável que indica se o idoso "i" apresenta caducância ou não, temos que

- $\begin{array}{l} \bullet \ \ \, Y_i \sim Binomial(1,\mu_i) \\ \bullet \ \, log(\frac{\mu_i}{1-\mu_i}) = \alpha + \beta x_i \end{array}$

onde

- x_i é a variável score
- $\frac{\stackrel{\circ}{\mu_i}}{1-\mu_i}$ é a chance
- \bullet α é o efeito escalar no logarítmo da chance do idoso apresentar caducância
- β é efeito no logarítmo da chance do idoso apresentar caducância quando uma unidade é adicionada na variável score
- $exp(\beta)$ é efeito na razão da chance do idoso apresentar caducância quando uma unidade é adicionada na variável score
- α é o efeito escalar no logarítmo da chance do idoso apresentar caducância ou não.

Resultados Inferenciais

Na Tabela 2 abaixo, podemos notar as estimativas do intercepto (α) e do coeficiente da variável score (β) foram significativas ao nível de 5%. O valor do coeficiente do score foi igual a -0,3235, ou seja, adicionar uma unidade na variável score é responsável por uma diminuição de 0,3235 no logarítmo da chance do idoso apresentar caducância. Outra interpretação é que adicionar uma unidade na variável score é reponsável por uma dimunuição de exp(1)

Tabela 2: Resultados para o modelo com função de ligação logito.

| | Estimativa | EP | Est. z | $\Pr(> z)$ |
|------------|------------|--------|---------|-------------|
| Intercepto | 2,4040 | 1,1918 | 2,0171 | 0,0437 |
| Score | -0,3235 | 0,1140 | -2,8385 | 0,0045 |

Tabela 3: Resultados para o modelo com função de ligação probito.

| | Estimativa | EP | Est. z | $\Pr(> z)$ |
|------------|------------|--------|---------|-------------|
| Intercepto | 1,3862 | 0,6853 | 2,0228 | 0,0431 |
| Score | -0,1880 | 0,0630 | -2,9841 | 0,0028 |

Tabela 4: Resultados para o modelo com função de ligação cauchy.

| | Estimativa | EP | Est. z | $\Pr(> z)$ |
|------------|------------|--------|---------|-------------|
| Intercepto | 3,3266 | 1,8072 | 1,8407 | 0,0657 |
| Score | -0,4212 | 0,1984 | -2,1234 | 0,0337 |

Os modelos apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4 são bastante similares. Uma comparação mais acurada dos modelos pode ser verificada a partir dos valores de AIC atingidos. A Tabela 5 mostra esses valores.

Tabela 5: Valores de AIC dos modelos para cada função de ligação.

| Função | AIC |
|---------|---------|
| Logito | 55.0174 |
| Probito | 54.9836 |
| Cauchy | 55.1573 |

Desta forma, verifica-se que a diferença entre os modelos é bastante sutil e não há necessidade de se valer de uma função de ligação diferente da canônica para explicar os dados. Assim a função de ligação logito é preferível dentre as demais.

Estimativas pontuais

Com base no modelo escolhido é possível estimar os valores de β e ϕ para o modelo.

Os valores estimados foram de $\alpha=$ -0.2625 e de $\beta_1=0.1159.$ Com 3 iterações obteve-se a precisão de $10^{-6}.$

Discussão dos resultados

Todos os coeficientes foram significativos ao nível de 5%. Como a variável score não assume valor zero, o coeficiente do intercepto não apresenta interpretabilidade. A variável score apresenta um coeficiente de -0.3235. Isso indica que, a chance do idoso apresentar caduquice com o aumento de uma unidade na variável score é $\exp(-0.3235) = 0.7236$.

Função Desvio

Interpretação da função desvio. Compare o valor da função desvio com a estatística quiquadrado e interprete o resultado do teste de hipótese.

Gráficos

Apresente o gráfico da função de distribuição acumulada logística (veja Aula prática III dados turbine). Plote o gráfico de \hat{z} versus $\hat{\eta}$ e comente sobre as evidências de adequacidade da função de ligação.

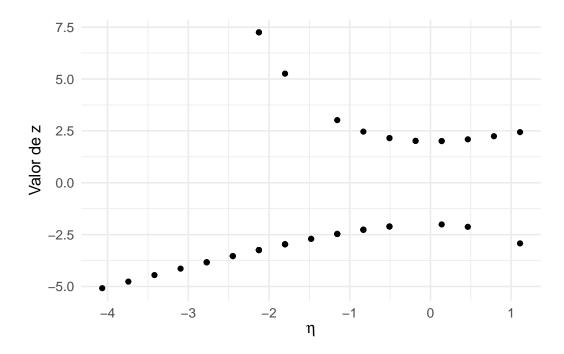


Figura 2: Função de distribuição acumulada logística

Análise Residual

Considerando os resíduos Studentizado (tsi) padronizado e o componente do desvio padronizado (tdi) apresente os seguintes gráficos tsi, tdi versus valores ajustados, tsi , tdi versus valores observados e os respectivos gráficos do envelope simulado.

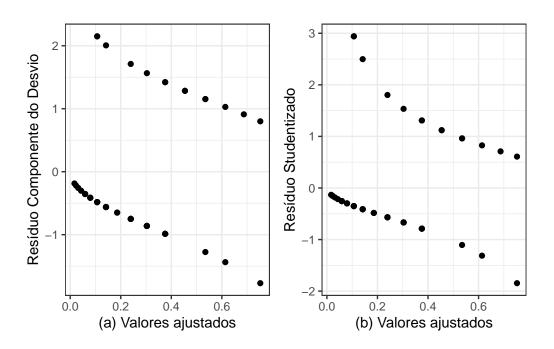


Figura 3: Análise residual. (a) Valores ajustados em função dos resíduos; (b) Valores ajustados em função dos resíduos studentizados.

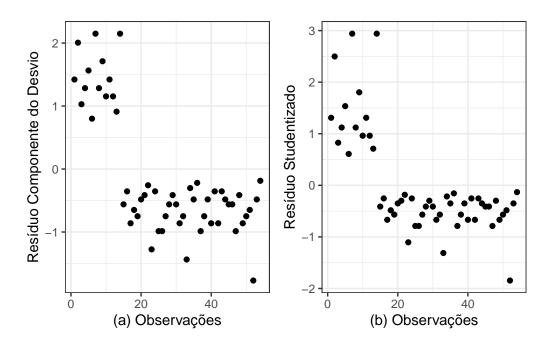


Figura 4: Análise residual. (a) Observações em função dos resíduos; (b) Observações em função dos resíduos studentizados.

Observações Atípicas

Identifique as observações atípicas. Comente cada gráfico.

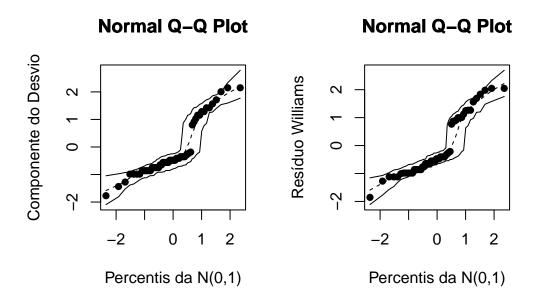


Figura 5: Análise de ajuste do modelo. (a) Componentes do desvio; (b) Resíduo de Willians.

Referências

Agresti A. (1990). Categorical Data Analysis. John Wiley, New York.