

宇称时间守恒实现鲁棒的无线电能传输

未央-电 11 左京伟, 苏凌君, 雍卓远

指导老师：清华大学物理系 郭旭波

2022 年 12 月 22 日

目录

0 引言	2
1 实现原理	2
1.1 正弦波发生器概述	3
1.2 负电阻	3
1.3 LC 并联选频网络	5
1.4 互感	6
2 实验过程	8
2.1 实验器材	8
2.2 电路仿真	8
2.3 实验过程及调整	10
2.3.1 正弦波信号的发生与耦合	10
2.3.2 调频	10
2.3.3 波形分析与改善	10
2.3.4 调整铜管间距，测量并确定传输效率曲线	11
3 实验总结	13
4 改进方案	13

0 引言

在 Assawaworrarit, S., Yu, X. & Fan, S. 的文章^[1]中，他们阐述了一种在很长距离范围中高效率的无线电能传输方案。

下图为文献中效率随着线圈间距的变化关系，可以看出，在距离较短的一部分区间内，传输效率保持在接近于 1 的水平。

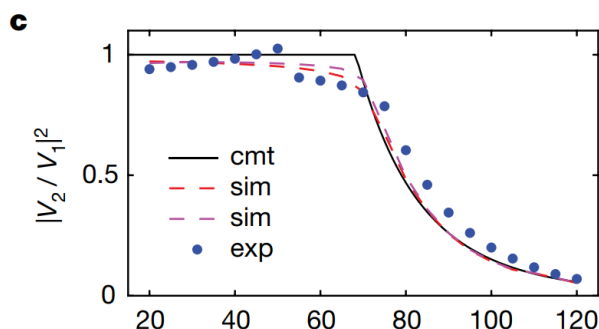


图 1: 文献中的效率曲线

本实验是对它的一种复刻，并尝试了并联电容的方式消除波形的不稳定振荡。

1 实现原理

理解同样的问题，我们有两个视角。

第一个视角是**耦合模理论** (Coupled-Mode Theory)，这个视角下，电能传输电路无非是两个相互耦合的部分，电能发射方有一个增益 g ，电能接收方有一个损耗 γ 。双方之间通过一定的耦合系数 κ 耦合。通过耦合模理论的计算，可以知道如果 g 有一个饱和上限，那么 κ 在一定范围内变化时，可以一直维持在较高的传输效率。鉴于这个在 Assawaworrarit, S., Yu, X. & Fan, S. 的文章里面进行了深入的讨论，笔者在此不再赘述。

第二个视角是**正弦波发生器 + 互感**。我们着重讨论这个视角。我们的实验电路如下图所示。

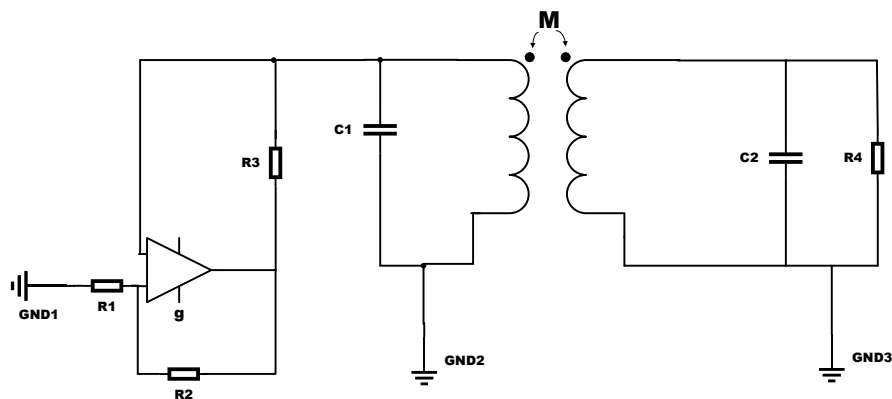


图 2: 电路拓扑图

1.1 正弦波发生器概述

正弦波发生器的存在有四个必要组成成分

- (i) 扰动
- (ii) 放大电路
- (iii) 非线性环节
- (iv) 选频网络

其中扰动是实际电路中一直存在的(在仿真电路中需要额外添加扰动电压来加速扰动过程)。

而放大电路和非线性环节由左侧的运算放大器和 R_1, R_2, R_3 共同构成的**负电阻**所提供。选频网络则是由 **LC 并联电路**实现。我们下面分别对这二者给予更加深入的讨论。

1.2 负电阻

左侧的运算放大器, R_1, R_2, R_3 共同对外表现为负电阻的特性, 其伏安特性曲线如下图所示。

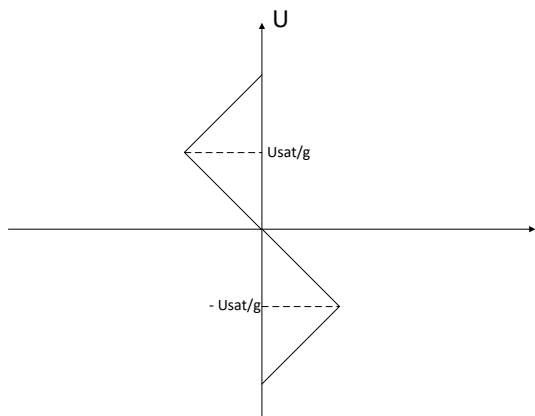


图 3: 负电阻的伏安特性曲线

其中 U_{sat} 代表运算放大器的饱和输出电压，和运放供电电压基本相等。在本实验供电电压等于 6V 的情况下，它大约也为 6V。 g 代表运算放大器和 R_1, R_2 构成的同相比例放大器的放大增益，在线性放大区存在关系

$$g = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

由理论计算可知，在线性放大区有，负电阻的阻值大小

$$-R_{\text{eff}0} = -\frac{R_3}{g - 1}$$

而当运放进入饱和区，负电阻的阻值会自适应地变化，而维持输出电压不超过 U_{sat} 。由理论计算可知，进入饱和区的负电阻阻值

$$-R_{\text{eff}} = -\frac{U}{U_{\text{sat}} - U}$$

易见，当 $U > U_{\text{sat}}$ 时， $R_{\text{eff}} > R_{\text{eff}0}$ 。换句话说， R_{eff} 有最小值 $R_{\text{eff}0}$ 。这个性质对于选频网络的正常工作以及产生鲁棒的传输效率十分关键。

我们对负电阻部分进行了数字软件仿真¹，电路图和结果如下。

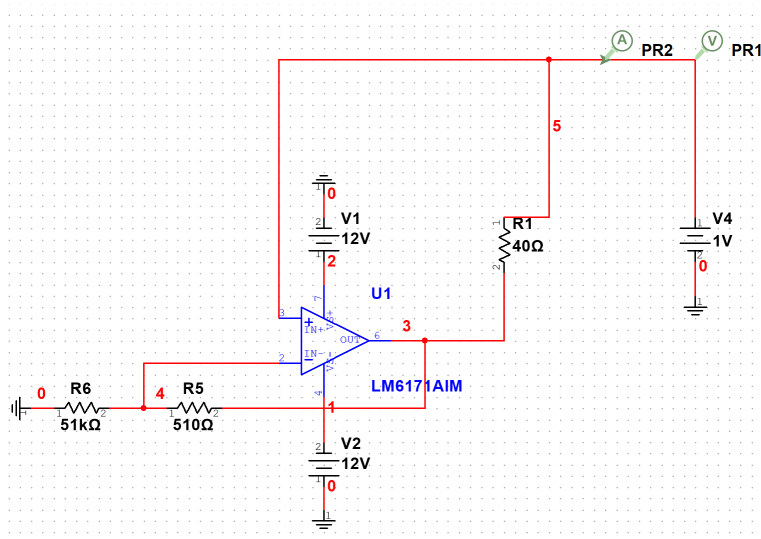


图 4: 负电阻仿真电路

¹我们使用的是 NI Multisim 14.0 软件。

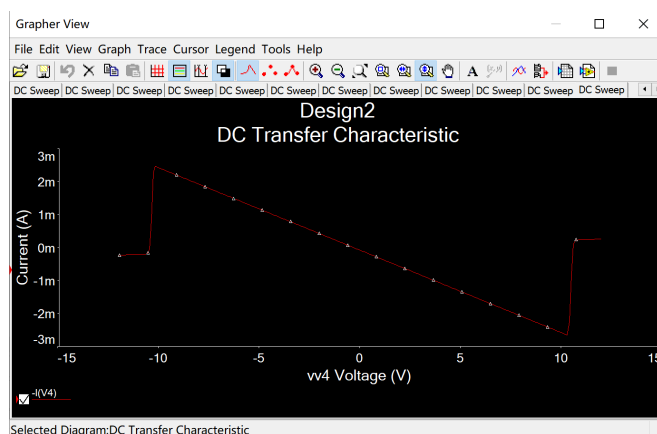


图 5: 负电阻仿真结果

注意，仿真结果中是 I - U 曲线。

可以看出，仿真结果和图 3 符合得很好。

曲线后面转折是非线性的因素，其关键性将在下一小节中体现。

1.3 LC 并联选频网络

我们把电源和选频网络单独抽离出来看，抽象为如下图所示的电路：

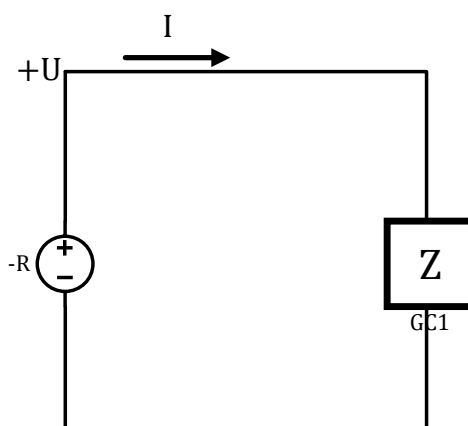


图 6: 选频原理拓扑图

下面我们从频域的角度对其进行分析。

其中左侧的电源就是上一小节提到的负电阻，右侧的 Z 代表从电源侧向右看的总阻抗。

由电路的基尔霍夫方程可知，若负电阻没有饱和特性，那么这个电路要想正常工作，就必然要求 Z 严格等于 R ，而实际情况是无法实现的。则其必然退化为 $U = 0, I = 0$ 的状态。

但当负电阻具有饱和特性，若 $|Z| > R$ ， $-R$ 由于输出电压的限制， R 的值会自适应地增大²（见图 7，当电路进入非线性区域（橙线），电阻绝对值比线性区更大（绿线）），这就可以让电

²这一点在上一节有过讨论。

路稳定地平衡。若 $|Z| < R$ ，则电路仍然不能够平衡，这使得电路中那些使得 $|Z| < R$ 的频率的信号³会迅速衰减至零。

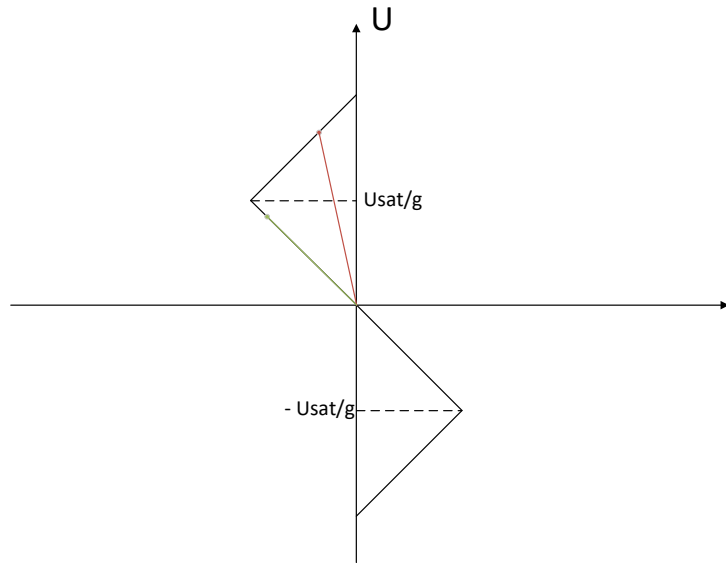


图 7: 电阻的自适应增大图示

我们只要通过合理设置参数，使得 R 略微低于 Z 的最大值，使得只有 f_0 的频率下阻抗 Z 才能超过 R ，使得电路稳定。这样就可以把特定频率的信号选择出来进行放大，而让其他频率的信号都迅速衰减至零。这就是 LC 选频网络和负电阻配合起来产生稳定频率的正弦波的原理。

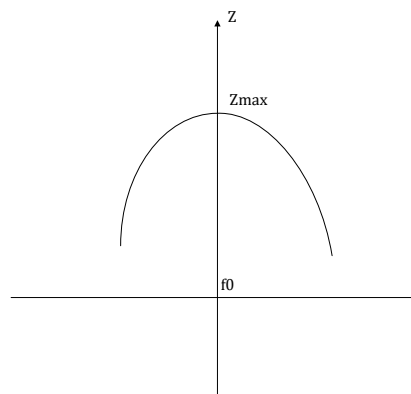


图 8: 阻抗频率特性

1.4 互感

下面分析通过互感耦合的电感接收方接收到的电压 $|\dot{U}_2|$ 和电感发送方输出的电压 $|\dot{U}_1|$ 的比值的平方。(这是 Assawaworrarit, S., Yu, X. & Fan, S. 的文章对于效率的定义，虽然欠妥，但不失为对实验和理论符合程度的一种检验)

³注意， Z 是 ω 的函数，当 LC 并联选频网络达到并联谐振时， Z 值最大，且呈现为纯阻性，如图 8 所示。

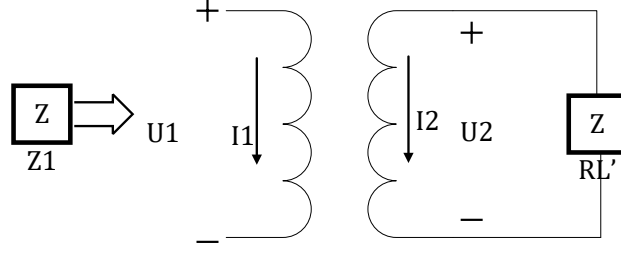


图 9: 互感部分拓扑电路图

列出频域的基尔霍夫方程

$$\dot{U}_2 = -R'_L \cdot \dot{I}_2 \quad (1)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \cdot j\omega L_2 + \dot{I}_1 \cdot j\omega M \quad (2)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot j\omega L_1 + \dot{I}_2 \cdot j\omega M \quad (3)$$

其中 R'_L 代表图 2 中 R_4 和 C_2 的并联等效阻抗。

整理得

$$\frac{1}{\eta} = \frac{|\dot{U}_1|^2}{|\dot{U}_2|^2} = \frac{1}{\kappa^2} \cdot \frac{L_1}{L_2} + \frac{\omega^2 L_1 L_2 (1 - \kappa^2)^2}{\kappa^2 R'^2_L} \quad (4)$$

其中 $\kappa = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ 为耦合系数。

调节参数使 $L_1 \approx L_2$ ，调节至谐振时 $\omega \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ，代入化简得

$$\frac{1}{\eta} = \kappa^2 + \frac{L}{R'^2_L C} \cdot \frac{(1 - \kappa^2)^2}{\kappa^2} \quad (5)$$

做出 $\frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_1|}$ 的理论曲线（其中 R_L, L 和 C 的参数是按照实验数值确定的）如下图所示：

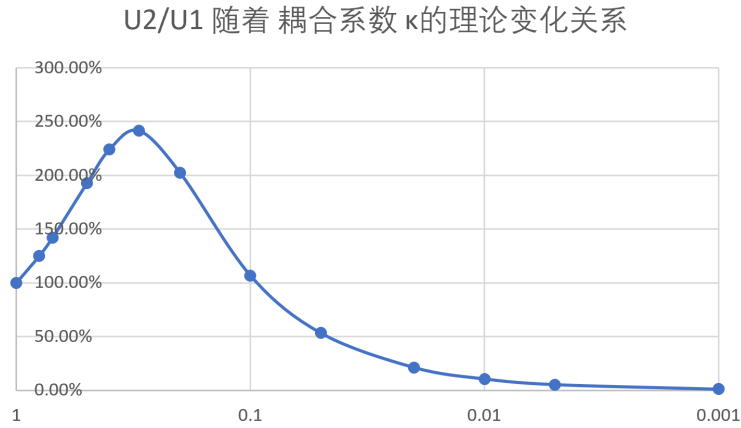


图 10: U_2 比 U_1 理论关系图线

2 实验过程

2.1 实验器材

根据理论部分对电路的分析，实验电路主要分为正弦波发生电路、选频网络、和耦合部分。参照 Assawaworrarit1, Xiaofang Yu1 & Shanhui Fan 论文中的元件和参数，我们初步确定各元件参数如下图。

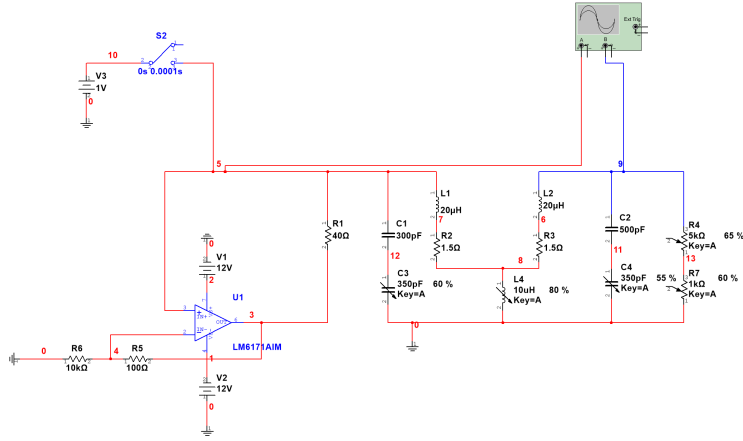
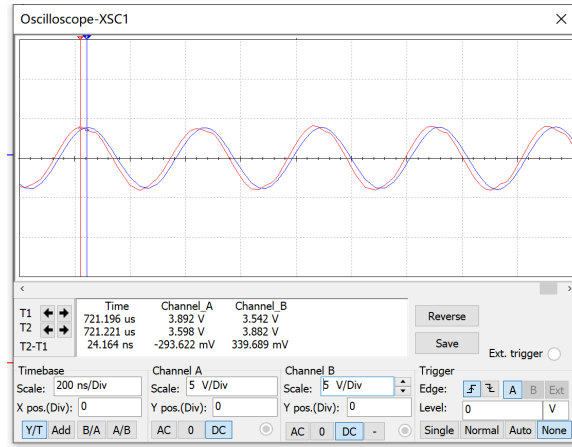


图 11: 无线电能传输仿真电路

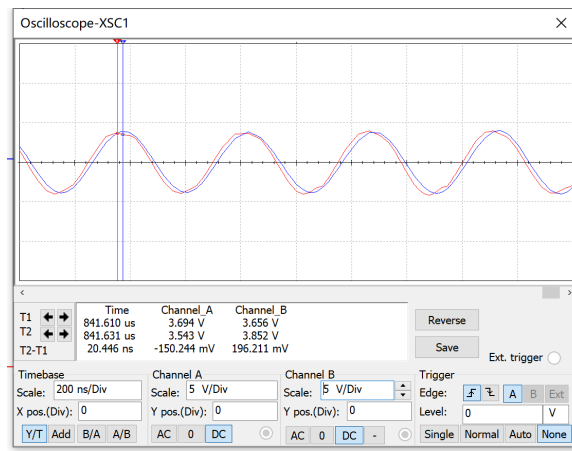
其中放大器采用 LM6171 型号，它具有高速低功耗工作频率高等优势，比较适合复现原论文中的波频以及实际应用场景。仿真电路中的 L_1 、 L_2 由两个以外径为 1cm 的铜管缠绕数圈形成的直径为 60cm 的相同螺线管组成， L_4 实际电路中不存在，是因为 L_1 、 L_2 之间存在互感而进行去耦等效的结果。 V_3 和开关 S_2 实际不存在，是仿真电路为了模拟噪声而添加的。值得说明的是， C_1 C_4 参数并不需要精确确定，只需要在实验中使得耦合电路两侧工作频率相同即可。

2.2 电路仿真

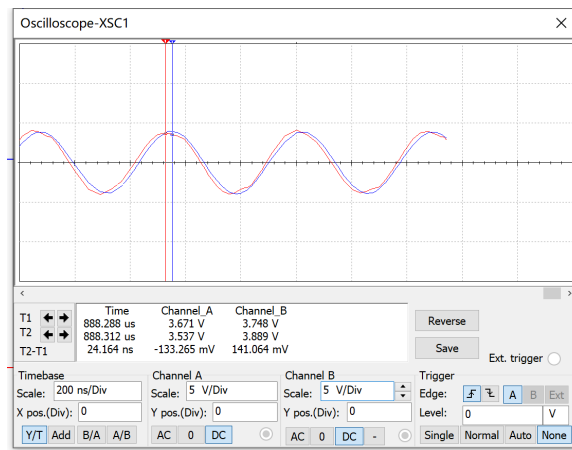
根据仿真电路图和实际实验情况，调整放大器供电电压为 $\pm 5V$ ，并调整 C_1 C_4 的参数使左右两侧完成调频，在此基础上，为改变耦合系数 κ ，需要调整经去耦等效的 L_1 、 L_2 、 L_4 的感值。改变 κ （从小到大）并对两边电压值进行仿真。



(a)



(b)



(c)

图 12: 改变 κ 值并对电路两侧电压值进行仿真

根据仿真结果，在较大范围内调整 κ 值对电路传输效率影响不大，这与耦合模的理论分析结果是一致的。

2.3 实验过程及调整

2.3.1 正弦波信号的发生与耦合

按照仿真电路在大面包板上连接实际电路，将两个铜螺线管架在同高的塑料框架中，并使二者同轴，相隔一定距离（约 30cm）。将示波器的两个通道分别接在正弦波的发生端和接收端。测量铜管的感值、内阻以及其他电路参数如下表：

表 1: 实际电路参数

$C_1 + C_3$	$R_4 + R_7$	L_1	L_2	R_2	R_3
370pF	5.6k	24 μ H	26.8 μ H	0.2	0.2

通电后发现两侧均有波形，但放大器发热明显，查看供电电源电流发现远大于放大器的工作电流，于是将放大器的供电电压由 $\pm 12V$ 下调至 $\pm 5V$ ，发现放大器能够正常工作且两侧均有波形。

2.3.2 调频

保持信号发生端的 C_1 、 C_3 参数不变，连续调整可变电容 C_4 的容值，输出幅值达到最大值时完成调频。

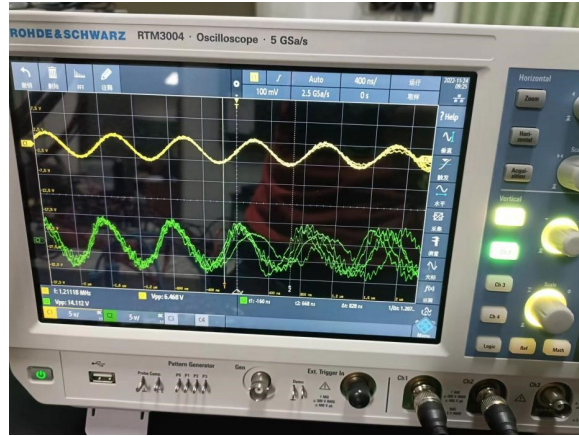
2.3.3 波形分析与改善

在接收端能产生调频后波形的前提下，分析波形本身的问题，主要有三。一是幅值过大；二是波形不稳定，会产生自激振荡；三是波形不好，发生端正弦波有畸变且有高次谐波出现。并且接收端波形较发生端要好一些。

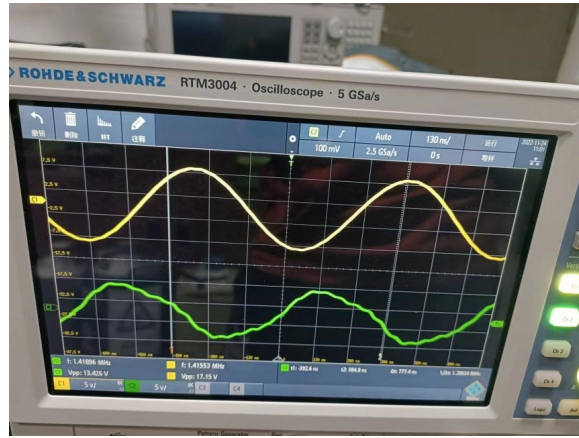
针对幅值过大的问题，发现初始电路设计的负载电阻 ($R_4 + R_7$) 为 5.6k，在这样的负载电阻下，调频时接收端幅值超过了发送端的两倍。降低负载电阻阻值，可以降低电路的功率，从而降低放大器的输入电流以及接收端的幅值。为方便后续对无线电能传输效率的分析，应调整接收端幅值在两铜螺线管距离很近时与发送端大致相等。实验中调整后的负载电阻为 2.2k。

针对波形不稳定产生自激振荡的问题，分析是由于放大器内部负反馈回路在高频下 $\dot{A}\dot{F}$ 产生滞后相移所致，为消除电路的自激振荡，在 R_5 、 R_6 之间接入一个电容值约为 200 μ F 的接地电容后波形清晰稳定，且正弦波幅值与之前没有大的变化。

针对高次谐波的问题，分析是 LC 选频网络的特性导致高次谐波不可避免出现。



(a) 改善前的波形（黄色通道为接收端波形）



(b) 图 6: 改善后的波形（黄色通道为接收端波形）

图 13: 改善前后波形对比

在完成调频和波形改善的步骤后记录此时波形以及电路各参数如下表：

表 2: 完成波形改善后波形及电路参数

$C_2 + C_4$	C_p (补偿电容)	f	V_{pp1} (发送端)	V_{pp2} (接收端)
560pF	207pF	1.42MHz	13.43V	17.15V

2.3.4 调整铜管间距，测量并确定传输效率曲线

保持铜管同轴，保持给放大器供电电压为 $\pm 5V$ 不变，将两侧铜管各自的中心距离从 28cm 不断增大（改变 κ 值）。在整个调整过程中放大器供电电流维持在 0.02mA 左右。测量 V_{pp1} 、 V_{pp2} 和电路的频率 f ，并计算接收端和发送端电压幅值比值 A 以及无线电能传输电路的总效率：

$$\eta = \frac{V_{pp2}}{(2\sqrt{2})^2 \times (R_4 + R_7) \times 10 \times 0.02}$$

处理后数据如下表：

表 3: Add caption

Distance/cm	V_{pp1}/V	V_{pp2}/V	$A = V_{pp2}/V_{pp1}$	效率 η	f/MHz
28	13.33	17.35	1.301575	0.085518	1.41
28.5	12.84	18.28	1.423676	0.094931	1.4
29	12.74	18.03	1.415228	0.092353	1.34
29.5	13.43	14.55	1.083395	0.060143	1.3
31	13.58	13.77	1.013991	0.053867	1.3
32	13.38	14.26	1.06577	0.057769	1.31
32.5	13.43	13.8	1.02755	0.054102	1.31
33.5	13.48	13.33	0.988872	0.05048	1.32
34	13.38	12.64	0.944694	0.045389	1.32
34.5	13.38	12.35	0.923019	0.04333	1.32
36	14.16	9.16	0.646893	0.023837	1.42
36.5	14.01	8.87	0.633119	0.022351	1.42
38	14.11	8.48	0.600992	0.020429	1.42
40	14.21	7.79	0.548205	0.01724	1.42
42	14.11	7.25	0.51382	0.014933	1.42
43.5	14.16	6.86	0.484463	0.013369	1.42
46.5	14.31	6.27	0.438155	0.011168	1.42
50.5	14.11	5.78	0.409639	0.009491	1.41
56	14.26	4.7	0.329593	0.006276	1.41
63.5	14.26	3.77	0.264376	0.004038	1.41
78	14.36	1.92	0.133705	0.001047	1.41
95	14.31	1.18	0.08246	0.000396	1.41

根据上表数据做出 $A = V_{pp2}/V_{pp1}$ 随铜管中心距离变化的曲线图：

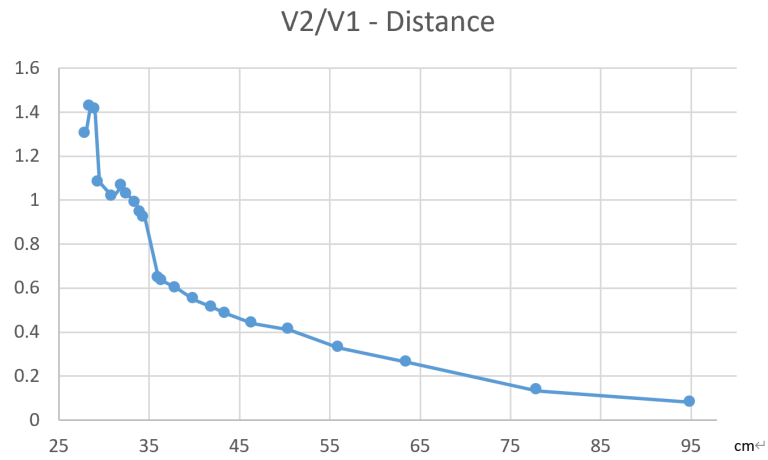


图 14: $A = V_{pp2}/V_{pp1}$ 随铜管中心距离变化的曲线

对比 Assawaworrarit¹, Xiaofang Yu¹ & Shanhui Fan 在论文中呈现的相同参数的曲线可以发现两者都有一段近似随距离变化而电压传输效率不变的一段区间, 并且也都有存在一个幅值、相位和频率的跳变点 (在本次实验中出现在 $d=34.5\text{cm}$ 至 $d=36\text{cm}$ 之间), 因此本次实验与理论计算、仿真结果以及现有实验的数据相吻合。

3 实验总结

本实验基于宇称时间守恒原理, 利用负电阻特性结构建立电路系统模型, 实现了鲁棒性较好的无线电能传输。由于随着距离改变互感也会变化, 最高能量传输效率的对应频率也随之变化, 传统方法只能通过不断调整频率或内部耦合参数来保持高传输效率, 实用性和便捷性较差。

而本实验利用有源元件运算放大器实现了自适应的负电阻, 随着互感的改变负电阻能够自动调节自身阻抗以保证始终输出饱和电压 U_{sat} , 由此保证在一定范围内基本不变的高能量传输效率。理论分析表明, 当距离较近、耦合系数较大时, 系统有两个实频, 可以保持接近 100% 的传输效率。当随着距离增大、耦合系数减小, 系统只有一个实频, 传输效率迅速衰减。

在实际实验中, 我们在原实验的基础上通过加入滞后补偿消除了自激振荡, 提高了能量传输的稳定性。实验效果也与理论计算和仿真相一致, 较好地实现了传输效率对工作条件的变化具有鲁棒性的无线电能传输。在 35cm 的范围内, 无需任何手动调节系统便能够自动改善工作频率, 使得传输效率保持接近 100%。而在 35cm 以外, 传输效率迅速衰减至 60% 以下。对比斯坦福大学的实验, 我们所得到的传输效率、频率、相位随距离变化的关系均与其一致。虽然斯坦福大学的实验能够实现大约 60cm 范围内的效果, 但考虑到其实验所用线圈的电感与耦合系数均大于本实验, 因而本实验效果总体较好。

由于缺乏大功率的高速运算放大器, 同时为实现高互感所需线圈体积较大, 本实验目前适用于小负载小电流的情况, 暂时还不能实现大电流大功率场合的应用。但是本实验实现频率自动调节的原理思路是值得借鉴的, 下一步改进方案可以聚焦于实现大电流大功率的负电阻, 便能够实现大功率场合的无线电能传输。

除此之外, 系统从两个实频跃迁至一个实频的具体机制, 以及能量传输效率在此之后迅速衰减的原因还有待进一步实验探究。

4 改进方案

- (1) 就硬件层面而言, 可以改进实验装置, 增大电感线圈缠绕方式、线圈匝数等以增大自感与互感系数, 实现更远距离的稳定能量传输效率接近 100%。
- (2) 就输出波形的稳定性而言, 利用密勒效应对自激振荡现象进行补偿可以利用较小电容获得更好的补偿效果。
- (3) 就电路结构而言, 利用如下图所示的流控电流源结构构成负电阻, 能够稳定输出电流, 实现大电流场合的应用。

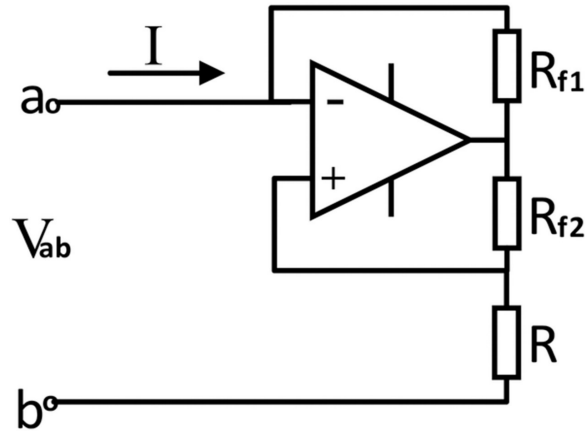


图 15: 流控电流源结构构成负电阻

参考文献

- [1] Assawaworrarit, S., Yu, X. & Fan, S. Robust wireless power transfer using a nonlinear parity-time-symmetric circuit. *Nature* 546, 387-390 (2017).
- [2] Dong, W., Li, C., Zhang, H. & Ding, L. Wireless power transfer based on current non-linear PT-symmetry principle. *IET Power Electronics* 12, 1783-1791 (2019).