

Problème d'assemblée de délégués

Jarod STRECKEISEN, Timothée VAN HOVE

15 juin 2024

1 Description du problème

L'assemblée des délégués, organe central de l'association cantonale vaudoise de gymnastique, est composée, entre autres, d'un membre de chacune des p sociétés de gymnastique du canton. Parmi tous les membres de ces sociétés, n se sont portés volontaires pour siéger à l'assemblée des délégués. Pour chaque candidat, on connaît son district de résidence et les sociétés dont il est membre (certaines personnes sont membres de plusieurs clubs de gymnastique).

L'objectif est de créer, si possible, une assemblée formée de p membres, un par société de gymnastique, et assurant pour chacun des 10 districts du canton un nombre de délégués compris entre un minimum l_j et un maximum u_j (bornes incluses), $j = 1, \dots, 10$.

Nous supposons que $n \geq p > 1$ et que la somme $\sum_{j=1}^{10} l_j \leq p \leq \sum_{j=1}^{10} u_j$.

2 Modélisation du problème

Nous avons décidé de modéliser ce problème sous la forme d'un problème de flots dans un réseau.

2.1 Construction du réseau

Construire le réseau $R = (V, E, u)$ comme suit :

- Un sommet s , représentant la source.
- Un sommet t , représentant le puits.
- Les sommets S_i représentant les sociétés, pour $i = 1, \dots, p$.
- Les sommets C_i représentant les candidats, pour $i = 1, \dots, n$.
- Les sommets D_j représentant les districts, pour $j = 1, \dots, 10$.
- Deux sommets fictifs T' et T'' pour gérer les contraintes de représentation minimale et maximale par district.
- De la source s à chaque S_i , une arête de capacité 1.
- De chaque S_i à chaque C_i , une arête de capacité 1 si le candidat C_i est membre de la société S_i .
- De chaque C_i à son district D_j , une arête de capacité 1.
- De chaque D_j à T' , une arête de capacité l_j (le minimum de représentants pour le district j).
- De chaque D_j à T'' , une arête de capacité $u_j - l_j$ (la différence entre le maximum et le minimum de représentants pour le district j).
- De T' à t , une arête de capacité $\sum_{j=1}^{10} l_j$.
- De T'' à t , une arête de capacité $p - \sum_{j=1}^{10} l_j$.

2.2 Illustration d'une construction d'un tel réseau

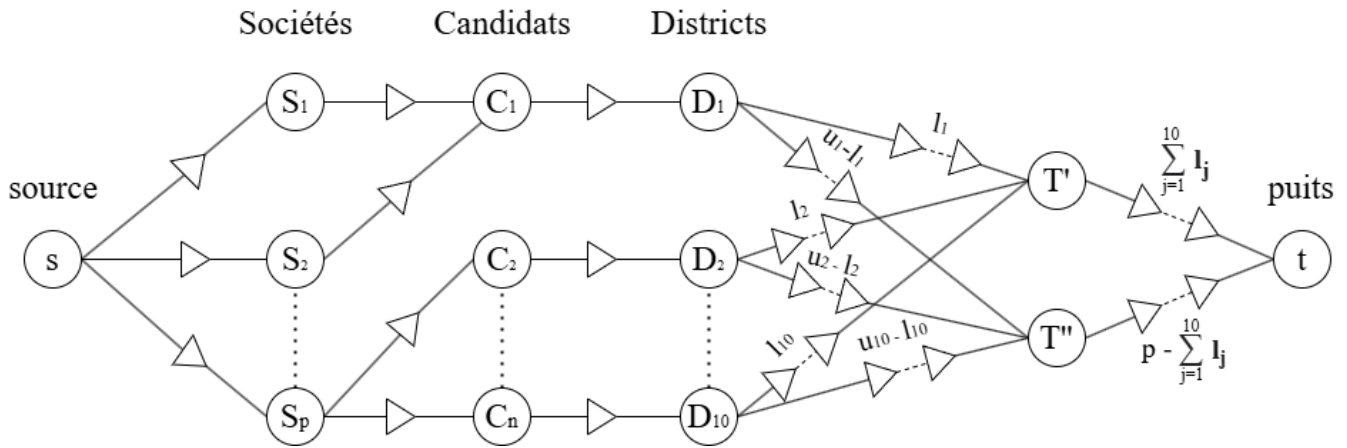


FIGURE 1 – Exemple de Réseau

3 Résolution du problème

Pour résoudre ce problème, nous utilisons un algorithme pour le calcul d'un flot compatible de valeur maximale (comme l'algorithme de Ford-Fulkerson) pour trouver le flot maximum de s à t dans R .

3.1 Interprétation des résultats

- Si le flot maximum trouvé est égal à p , alors il est possible de sélectionner p candidats respectant toutes les contraintes de représentation.
- Si le flot maximum est inférieur à p , alors il n'est pas possible de former une assemblée respectant toutes les contraintes.

Dans le cas où le flot maximum est égal à p , nous analysons les arêtes saturées pour déterminer les candidats sélectionnés pour former l'assemblée.