Aflevering 6

DELPRØVE 1

Opgave 1 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 2x.$$

a) Bestem $f(5)$.

$$f(5) = 5^2 - 2 \cdot 5 = 20$$

b) Bestem $f'(5)$.

$$f'(x) = 2x - 2$$
$$f'(5) = 2 \cdot 5 - 2 = 8$$

Opgave 2 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 6 \cdot \sqrt{x}\,.$$

a) Bestem $f'(x)$.

Vi bruger konstantgangeregelen:

$$f'(x) = 6 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}}$$

En anden funktion g er givet ved

$$g(x) = k \cdot \sqrt{x}, \quad \text{hvor } k \text{ er et tal.}$$

Det oplyses, at

$$g'(4) = 3.$$

b) Bestem tallet k.

Bruger vi konstantgangeregelen med k får vi

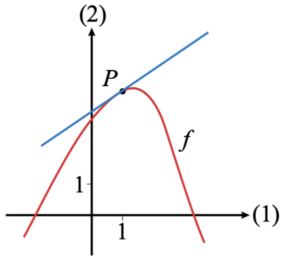
$$f'(x) = k \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

med $x = 4$ skal dette udtryk give 3, og vi har altså ligningen:

$$\begin{aligned} k \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{4}} &= 3 && \Leftrightarrow \\ \frac{k}{4} &= 3 && \Leftrightarrow \\ k &= 3 \cdot 4 = 12 \end{aligned}$$

Opgave 3 Figuren viser grafen for en differentiabel funktion f samt tangenten til grafen i punktet $P(1,4)$.

Det oplyses, at $f'(1) = 0{,}5$.



a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1,4)$.

Da $f'(1) = 0{,}5$ er hældningen i $x = 1$ altså $a = 0{,}5$. b-værdien kan vi finde med punktet og formlen $b = y_1 - a \cdot x_1$:

$$b = 4 - 0{,}5 \cdot 1 = 3{,}5$$

Ligningen for tangenten til grafen for f i punktet $P(1,4)$ bliver derfor

$$y = 0{,}5x + 3{,}5$$

Opgave 4 En funktion er givet ved

$$f(x) = x^3 \cdot \ln(x).$$

a) Bestem $f(1)$.

$\ln(1)$ er svaret på hvad e skal opløftes i for at få 1, så $\ln(1) = 0$, og vi får:

$$f(1) = 1^3 \cdot \ln(1) = 0$$

b) Bestem $f'(x)$.

Vi bruger produktregelen:

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \ln(x) + x^3 \cdot \frac{1}{x} = 3x^2 \cdot \ln(x) + x^2 = x^2(3\ln(x) + 1)$$

DELPRØVE 2

Opgave 5 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 5 \cdot \ln(x) + 4x.$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet med første-koordinat $x = 1$.

Først kan vi med CAS udregne y-værdien for punktet med $x = 1$:

$$y = f(1) = 4$$

Vi kan dernæst bruge CAS til at udregne tangentens hældning $f'(1)$:

$$a = f'(1) = 9$$

Herefter kan vi bruge formlen for b-værdien:

$$b = y - ax = 4 - 9 \cdot 1 = -5$$

I alt bliver ligningen for tangent til grafen for f i punktet med $x = 1$:

$$y = 9x - 5$$

Opgave 6 En funktion V har forskriften

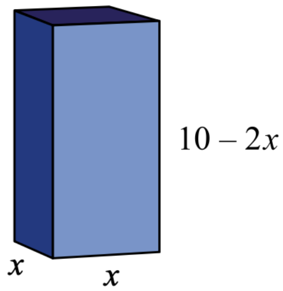
$$V(x) = -2 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2, \qquad 0 < x < 5.$$

a) Bestem maksimum for V ved brug af $V'(x)$.

Vi løser ligningen med CAS:

$$V'(x) = 0 \qquad \Leftrightarrow$$
$$x = 0 \quad V \quad x = \frac{10}{3}$$

Da $0 < x$ må maksimum være i $x = \frac{10}{3}$.



Figuren viser en retvinklet kasse med sidelængder x cm, x cm og $(10-2x)$ cm.

a) Argumentér for, at forskriften $V(x)$ beskriver kassens rumfang som funktion af x.

Kassens rumfang må være de tre sider ganget sammen:

$$x \cdot x \cdot (10-2x)$$

Ganger vi ind i parantesen får vi netop forskriften for $V(x)$:

$$x \cdot x \cdot (10-2x) = x^2(10-2x) = x^2 \cdot 10 - x^2 \cdot 2x = 10 \cdot x^2 - 2 \cdot x^3$$

Opgave 7 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot \ln\big(0,5x^2 - x + 1\big) + 3.$$

a) Bestem $f'(x)$.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(2,\ f(2))$.

Opgave 8 Funktionen f er givet ved

$$f(x) = x^2 + 4\sqrt{x}\,.$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(1,\ f(1))$.