2s Ma: mundtlig eksamen

Individuelle spørgsmål

Her følger de spørgsmål I vil kunne trække til den mundtlige eksamen i matematik. I vil således kunne forberede en præsentation af en besvarelse af hvert spørgsmål inden selve prøven. Herefter er prøveformen sådan at I trækker ét af spørgsmålene, og skal, efter 24 minutters forberedelse, eksamineres i dette, ligeledes i 24 minutter. God fornøjelse med læsningen.

Vækst

1. Gør, for en lineær funktion $f(x) = ax + b$, rede for formlerne til beregning af a og b, når grafen går gennem punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2):

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$b = y_1 - a \cdot x_1$$

Giv eksempler på lineære funktioner og forklar hvad a og b betyder i de konkrete eksempler.

G: Sætning 5
Eksempel 127

Videobevis

Vækst

2. Gør, for en eksponentiel funktion $f(x) = b \cdot a^x$, rede for formlerne til beregning af a og b når grafen går gennem punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2):

$$a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}}$$
$$b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

Giv eksempler på eksponentielle funktioner og forklar hvad a og b betyder i de konkrete eksempler.

B1: Sætning 1.3
Eksempel 130

Videobevis

Vækst

3. Gør, for en eksponentiel funktion $f(x) = b \cdot a^x$, rede for formlen til beregning af fordoblingskonstanten:
$$T_2 = \frac{\log 2}{\log a}$$
Giv eksempler på eksponentielle funktioner og forklar hvad fordoblings- og halveringskonstanten betyder i de konkrete eksempler.

B1: Sætning 1.5 Eksempel 142

Videobevis

Vækst

4. Gør, for en potens funktion $f(x) = b \cdot x^a$, rede for formlerne til beregning af a og b når grafen går gennem punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2):

$$a = \frac{\log \frac{y_2}{y_1}}{\log \frac{x_2}{x_1}}$$
$$b = \frac{y_1}{x_1^a}$$

Giv eksempler på potenssammenhænge fra videnskaben.

B1: Sætning 1.7
Eksempel 156

Videobevis

Vækst

5. Definer lineær vækst, eksponentiel vækst og potensvækst. Bevis for hver af de tre væksttyper hvad der sker med y-værdien når: G: Sætning 3 B1: Sætning 1.4 B1: Sætning 1.8

   Lineær vækst: x-værdien øges med 1 (Udregn $f(x+1)$)

   Eksponentiel vækst: x-værdien øges med 1 (Udregn $f(x+1)$)

   Potensvækst: x-værdien ganges med k (Udregn $f(x \cdot k)$)

Polynomier

6. Gør, for et andengradspolynomium $f(x) = ax^2 + bx + c$, rede for formlerne til udregning af polynomiets rødder: B1: Sætning 2.2 Videobevis

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

   og forklar hvordan grafen for andengradspolynomiet afhænger af a og diskriminanten d.

7. Gør, for et andengradspolynomium $f(x) = ax^2 + bx + c$, rede for formlerne til udregning af polynomiets toppunkt: B1: Sætning 2.5 Videobevis

$$T = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a} \right),$$

   og forklar, hvordan grafen for andengradspolynomiet afhænger af a, b og c.

Geometri

8. Gør, for en ret linje i et koordinatsystem der går gennem punktet (x_0, y_0) og har $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ som normalvektor, rede for ligningen: B2: Sætning 4.2

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

   og forklar, med et eksempel, sammenhængen mellem denne og forskriften for en lineær funktion.

9. Gør, for en ret linje i et koordinatsystem der går gennem punktet (x_0, y_0) og har $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$ som retningsvektor, rede for denne linjes parameterfremstilling: B2: Sætning 4.1 Eksempel 413

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$$

   og forklar, med et eksempel, hvordan man kan finde et skæringspunkt mellem to linjer.

10. Gør, for en cirkel i et koordinatsystem med centrum i (x_0, y_0) og radius r, rede

for cirklens ligning

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

og forklar, med et eksempel, hvordan man kan afgøre om en linje er tangent til en cirkel.

B2: Sætning 4.7
Eksempel 438

11. Gør rede for definitionen af cosinus og sinus, og udled formlerne til beregning af vinkler og sider i retvinklede trekanter:

$$\cos(v) = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenuse}}$$
$$\sin(v) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenuse}}$$

B1: Sætning 4.14
Eksempel 432
Eksempel 435
Videobevis

12. Gør rede for formlerne til beregning af areal i vilkårlige trekanter:

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(C)$$
$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$
$$T = \frac{1}{2} \cdot c \cdot a \cdot \sin(B)$$

og udled på baggrund heraf sinusrelationerne:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

B1: Sætning 4.17 - 4.19
Eksempel 451

Differentialregning

13. Gør, for funktionen $f(x) = x^2$, rede for formlen for dennes afledte i x_0:

$$f'(x_0) = 2 \cdot x_0$$

og forklar hvordan differentialregning kan bruges til at løse et geometrisk optimeringsproblem.

B2: Sætning 5.1
Videobevis

14. Gør, for funktionen $f(x) = g(x) + h(x)$, rede for formlen for dennes afledte i x_0:

$$f'(x_0) = g'(x_0) + h'(x_0)$$

og forklar hvordan differentialregning kan bruges til at løse et geometrisk optimeringsproblem.

B2: Sætning 5.7

Sandsynlighedsregning

15. Gør, for en binomialfordelt stokastisk variabel X, rede for formlen til udregning af sandsynligheden:

$$P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1 - p)^{n-r}$$

og forklar hvordan man med en såkaldt binomialtest kan afprøve en statistisk hypotese.

B2: Sætning 3.6
Eksempel 433

16. Gør, for en binomialfordelt stokastisk variabel X, rede for formlen til udregning af sandsynligheden:

$$P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1 - p)^{n-r}$$

og forklar, med et eksempel, hvordan man med et såkaldt konfidensinterval kan undersøge parametre i hele populationer ud fra stikprøver.

B2: Sætning 3.6
Eksempel 332