

Øvelse 1 Givet funktionen $f(x) = x^3 - 2x + \sqrt{2x + 12}$.

a) Bestem $f(2)$.

Øvelse 2 Bestem den afledte funktion $f'(x)$ for hver af de følgende funktioner:

a) $f(x) = x^3 + e^x$

b) $f(x) = \ln(x) + 5x^2$

c) $f(x) = \sqrt{x} + 3x^3$

d) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$

e) $f(x) = e^x + x^{-2}$

Øvelse 3 Løs følgende ligninger.

a) $3x - 7 = 2x + 1$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Øvelse 4 Bestem den afledte funktion $f'(x)$ for hver af de følgende funktioner:

a) $f(x) = x \cdot e^x$

b) $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$

c) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \cos(x)$

d) $f(x) = e^x \cdot \sin(x)$

e) $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

f) $f(x) = (x^2 + 1) \sin(x)$

g) $f(x) = (3x - 2) \ln(x)$

h) $f(x) = x^4 \cos(x)$

i) $f(x) = (x^3 + 1)e^{-x}$

j) $f(x) = (2x^2 - 5)\sqrt{x}$

Øvelse 5 Husk følgende begreber

Tangenthældning Hældningen på den rette linje, der rører grafen i ét punkt. Fortæller hvor stejl grafen er netop dér.

Differentialkvotient Den grænseværdi, der definerer den præcise hældning af tangenten i et punkt. Svarer til øjeblikkelig ændringshastighed.

Afledt funktion $f'(x)$ En funktion, der giver tangenthældningen i hvert punkt på grafen for f .

Monotoniforhold Angiver hvor en funktion er voksende, aftagende eller konstant. Afgøres af fortegnet på $f'(x)$.

Ekstremum (maksimum/minimum) Punkter hvor funktionen skifter fra at være voksende til aftagende (maksimum) eller omvendt (minimum). Finder man ofte ved at løse $f'(x) = 0$.

Stationært punkt Et punkt på grafen, hvor den afledte funktion er nul, dvs. steder med vandret vendetangent (inklusive ekstrema).

Tangentligning En ligning for en tangent i punktet $(x_0, f(x_0))$.

Differentiabel funktion En funktion, der kan differentieres (dvs. har en veldefineret tangent) i det pågældende punkt eller interval.

Kontinuitet Et krav om, at grafen kan tegnes uden "hop" – ofte en forudsætning for differentiability.

Regneregler for differentiation

- Sum- og differensregel: $(f \pm g)' = f' \pm g'$
- Konstantgangeregler: $(k \cdot f)' = k \cdot f'$
- Produktregel: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- Kæderegel (lineær): $(f(ax + b))' = a \cdot f'(ax + b)$

Standardafledninger

- $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Tretrinsreglen Metode til at finde differentialkvotienten uden formel:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

