Opgave 1

For funktionen $f(x) = x^2 - 2x$ er

a) $f(5) = 5^2 - 2 \cdot 5 = 15$
b) $f'(x) = 2x - 2 \Leftrightarrow f'(5) = 2 \cdot 5 - 2 = 8$

Opgave 2

For funktionen $f(x) = 6 \cdot \sqrt{x}$ er

a) $f'(x) = 6 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}}$

For funktionen $g(x) = k \cdot \sqrt{x}$, når $g'(4) = 3$, kan k bestemmes ved at løse ligningen:

b) $\frac{k}{2 \cdot \sqrt{4}} = 3 \Leftrightarrow$
$k = 3 \cdot 4 = 12$

Opgave 3

For en funktion hvis graf går gennem punktet $P(1,4)$ og hvis hældning i $x = 1$ er $f'(1) = 0{,}5$ gælder følgende ligning for tangenten:

$$y = 0{,}5x + b$$

Indsættes punktet i denne ligning kan b isoleres:

$$4 = 0{,}5 \cdot 1 + b \Leftrightarrow$$
$$b = 3{,}5$$

Ligningen for tangenten bliver altså:

$$y = 0{,}5x + 3{,}5$$

Opgave 4

For funktionen $f(x) = x^3 \cdot \ln(x)$ er

a) $f(1) = 1^3 \cdot \ln(1) = 0$
b) Og $f'(x)$ kan bestemmes med produktreglen:

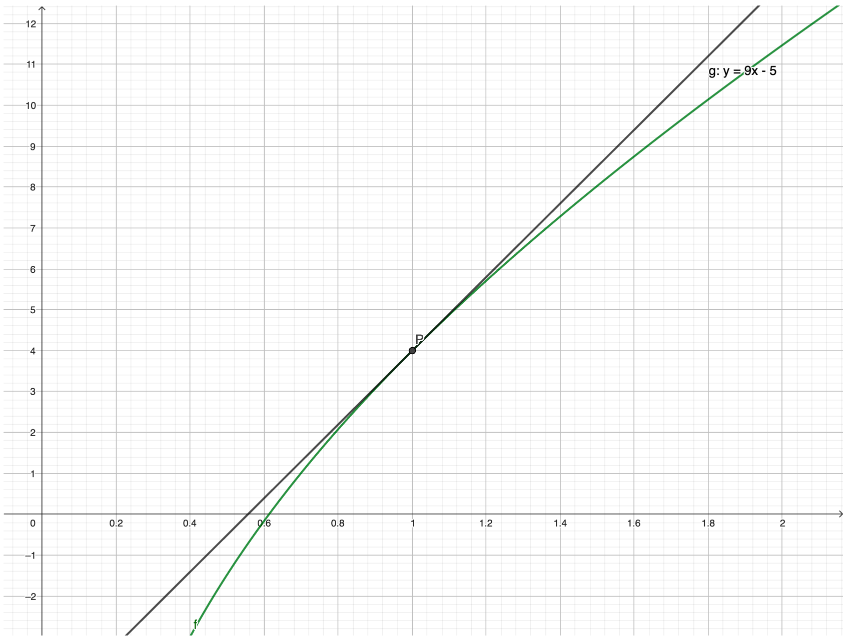
$$f'(x) = 3x^2 \cdot \ln(x) + x^3 \cdot \frac{1}{x} = 3x^2 \cdot \ln(x) + x^2 = x^2(3\ln(x) + 1)$$

Opgave 5

En funktion f er givet ved
$$f(x) = 5 \cdot \ln(x) + 4x.$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet med første-koordinat $x = 1$.

a) Hvis man tegner funktionen og punktet $(1, f(1))$ i geogebra kan man bruge tangentværktøjet og få følgende graf:



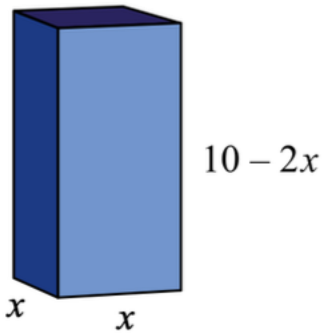
Geogebra giver os denne tangents ligning som:
$$y = 9x - 5$$

Opgave 6

En funktion V har forskriften

$$V(x) = -2 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2, \qquad 0 < x < 5.$$

a) Bestem maksimum for V ved brug af $V'(x)$.



Figuren viser en retvinklet kasse med sidelængder x cm, x cm og $(10 - 2x)$ cm.

a) Argumentér for, at forskriften $V(x)$ beskriver kassens rumfang som funktion af x.

a) Maksimum for en funktion kan findes ved at løse ligningen $f'(x) = 0$. Gør vi det for $V(x)$ i geogebra får vi

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow$$
$$x = \frac{10}{3}$$

Maksimum for $V(x)$ findes altså i $x = \frac{10}{3}$ og er

$$V\left(\frac{10}{3}\right) \approx 37{,}037$$

b) Kassens rumfang udregnes som produktet af længde, bredde, og højde:

$$x \cdot x \cdot (10 - 2x) = x^2(10 - 2x) = x^2 \cdot 10 - x^2 \cdot 2x = 10x^2 - 2x^3 = V(x)$$

Da udregningerne er ens beskriver $V(x)$ altså kassens rumfang.