

DELPRØVE 1**Opgave 1***Billedkilde: videnskab.dk*

Billedet viser en vindmølle. I et forsøg måles én af vingespidsernes højde over jorden. Højden kan beskrives ved en harmonisk svingning

$$f(x) = 50 \cdot \sin\left(1,5 \cdot x + \frac{\pi}{2}\right) + 70,$$

hvor $f(x)$ er vingespidsens højde over jorden (meter), og x er antal sekunder efter forsøgets start.

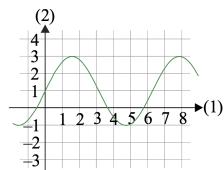
- a) Bestem $f(0)$, og forklar, hvad dette tal fortæller om vingespidsens højde over jorden.

Opgave 2 En harmonisk svingning er givet ved forskriften

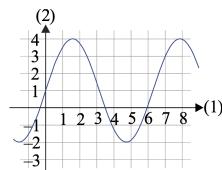
$$f(x) = 3 \cdot \sin(x) + 1.$$

Netop én af de tre nedenstående figurer viser grafen for f .

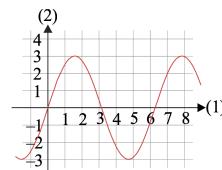
- a) Forklar hvilken af de tre figurer, der viser grafen for f , og forklar, hvorfor det ikke kan være de to andre.



Figur 1



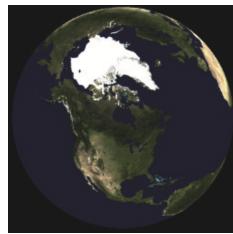
Figur 2



Figur 3

DELPRØVE 2

Opgave 3



*Den arktiske havis
Billedkilde: sos.noaa.gov*

Tabellen viser størrelsen af den arktiske havis i udvalgte måneder i 2023.

Antal måneder efter januar 2023	1	3	5	7	9	11
Størrelse af havisen (mio. km ²)	12,6	12,5	8,7	3,5	4,9	10,3

I en model beskrives sammenhængen ved en harmonisk svingning

$$f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x + C) + D,$$

hvor $f(x)$ er størrelsen af havisen, målt i mio. km², og x er antal måneder efter januar 2023.

- a) Benyt sinus-regression til at bestemme en forskrift for f .
- b) Bestem den maksimale størrelse af havisen ifølge modellen.

Kilde: nsidc.org

Opgave 4



Billedkilde: wikipedia.org

Billedet viser pariserhjulet *Singapore Flyer*. En rundtur med en af gondolerne tager 30 minutter. I en model kan en gondols højde over jordoverfladen beskrives ved funktionen

$$f(x) = 75 \cdot \sin(0,209 \cdot x - 1,57) + 90,$$

hvor $f(x)$ er gondolens højde over jordoverfladen (målt i meter) x minutter efter start af en rundtur.

- a) Tegn grafen for f . Man skal kunne se gondolens højde over jordoverfladen mellem $x = 0$ og $x = 30$.
- b) Bestem gondolens største højde over jordoverfladen.

Sætning 1

Den afledede funktion til $f(x) = \sin(x)$ er

$$f'(x) = \cos(x).$$

Udvalgte tabelværdier for sinus- og cosinus-funktionerne	$\sin(0) = 0$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ $\sin(\pi) = 0$	$\cos(0) = 1$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ $\cos(\pi) = -1$
--	--	---

Definition 1

En *harmonisk svingning* er en funktion med en forskrift på formen

$$f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x + C) + D,$$

hvor A, B, C og D er reelle tal.

A kaldes *amplituden*, og $A > 0$.

B kaldes *vinkelhastigheden*.

C kaldes *faseforskydningen*.

D kaldes *ligevægtsværdien* (*den lodrette forskydning*).

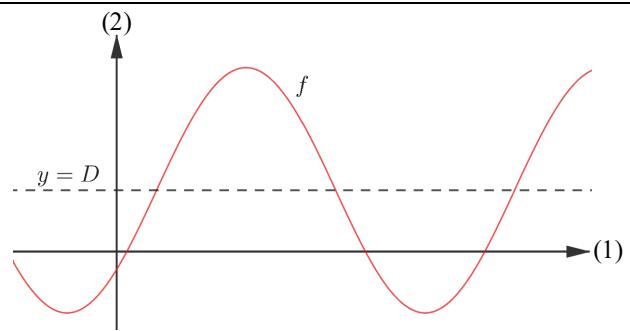
Sætning 2

For den harmoniske svingning

$$f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x + C) + D$$

kan ligevægtsværdien D beregnes ud fra funktionens maksimum y_{max} og minimum y_{min} ved formlen

$$D = \frac{y_{max} + y_{min}}{2}.$$



Sætning 3

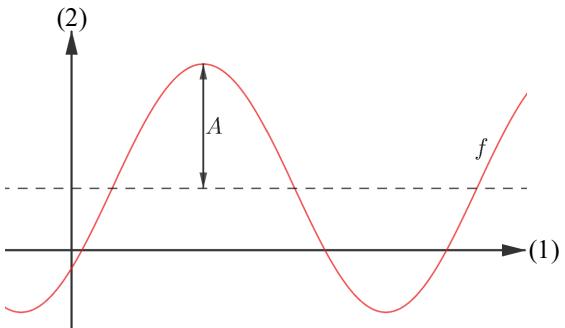
For den harmoniske svingning

$$f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x + C) + D ,$$

angiver amplituden A størrelsen af udsvinget fra ligevægtsværdien.

A kan beregnes ud fra funktionens maksimum y_{max} og minimum y_{min} ved formlen

$$A = \frac{y_{max} - y_{min}}{2} .$$

**Sætning 4**

Maksimum y_{max} og minimum y_{min} for den harmoniske svingning $f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x + C) + D$ er givet ved

$$y_{max} = D + A$$

$$y_{min} = D - A .$$

Sætning 5

For en harmonisk svingning

$$f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x + C) + D ,$$

er svingningstiden T afstanden mellem to bølgetoppe.

T kan beregnes ved formlen $T = \frac{2\pi}{B}$.

