

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

**Elektrotechnika pro informační
technologie
2017/18**

SEMESTRÁLNÍ PROJEKT

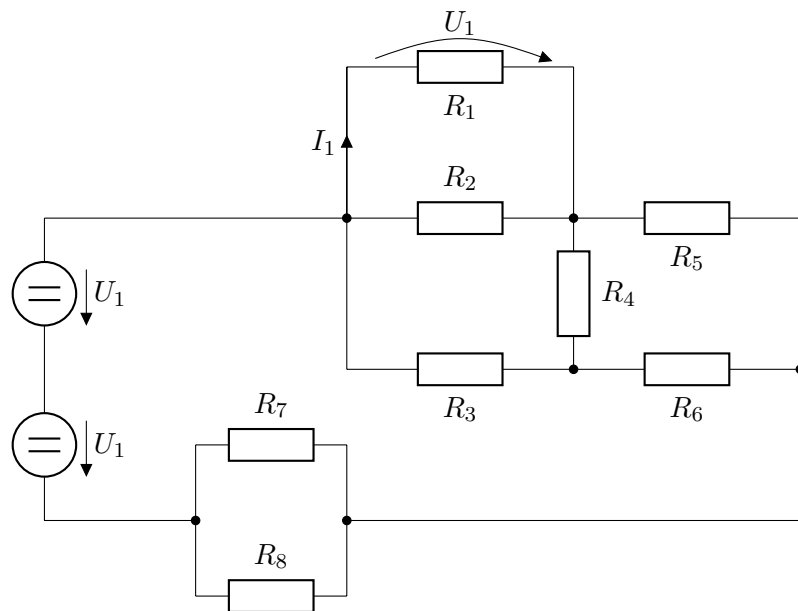
Kamil Vojanec
xvojan00

11. října 2017

1 Úloha 1.

1.1 Zadání (varianta B)

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu. Hodnoty jsou varianta B.



1.2 Řešení

Začneme zjednodušením dvou zdrojů napětí. Jsou zapojeny v sérii, proto platí:

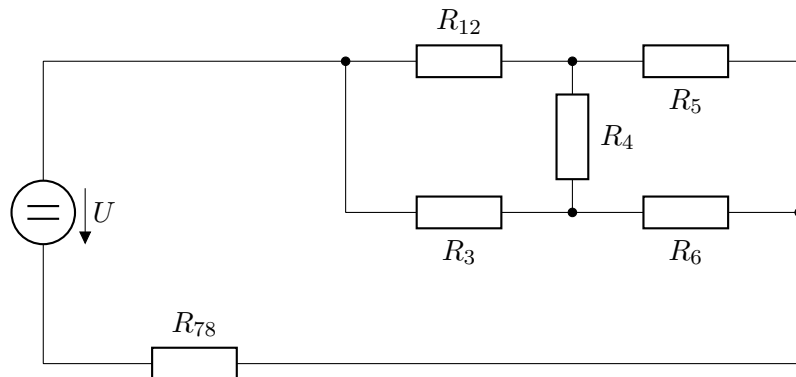
$$U = U_1 + U_2$$

Dále vidíme, že R_7 a R_8 jsou vzájemně paralelně zapojeny. Podobně jsou zapojeny rovněž R_1 a R_2 . Můžeme je tedy zjednodušit následovně:

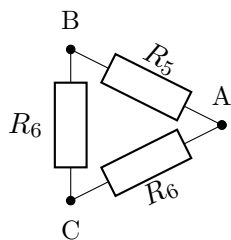
$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \implies R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{R_{78}} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8} \implies R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8}$$

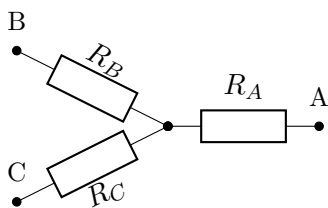
Dostáváme se tedy k následujícímu obvodu:



Je zřejmé, že rezistory R_4 , R_5 a R_6 se rovněž dají znázornit takto:



Z čehož vyplývá možnost zjednodušení transpozicí trojúhelník-hvězda:



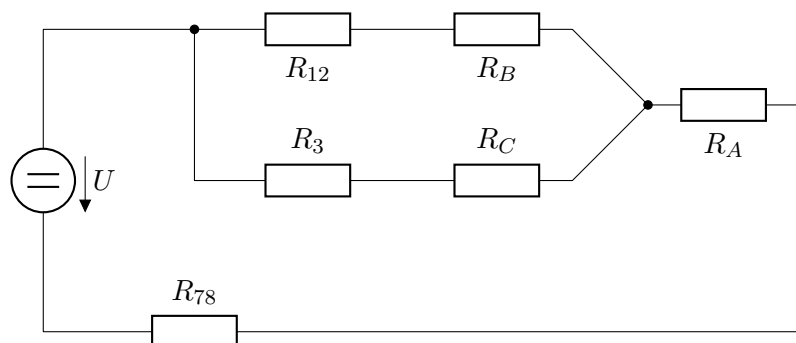
Potřebné odpory R_A , R_B a R_C můžeme získat z odvozených vzorců:

$$R_A = \frac{R_5 R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R_B = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R_C = \frac{R_4 R_6}{R_4 + R_5 + R_6}$$

Po zjednodušení vypadá obvod následovně:

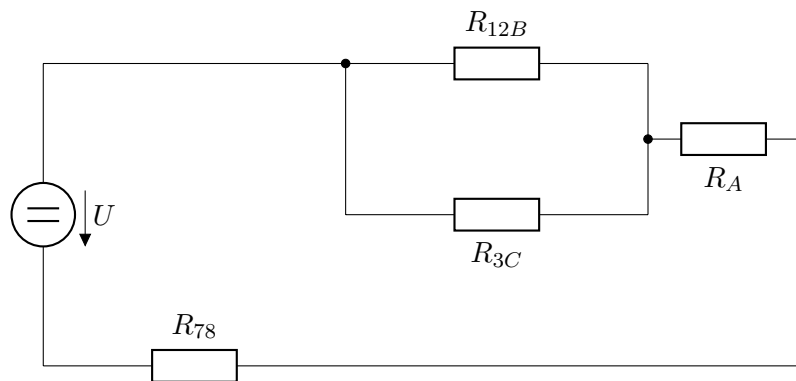


Odpory R_{12} a R_B , podobně jako odpory R_3 a R_C jsou vzájemně zapojeny sériově, lze je tedy zjednodušit:

$$R_{12B} = R_{12} + R_B$$

$$R_{3C} = R_3 + R_C$$

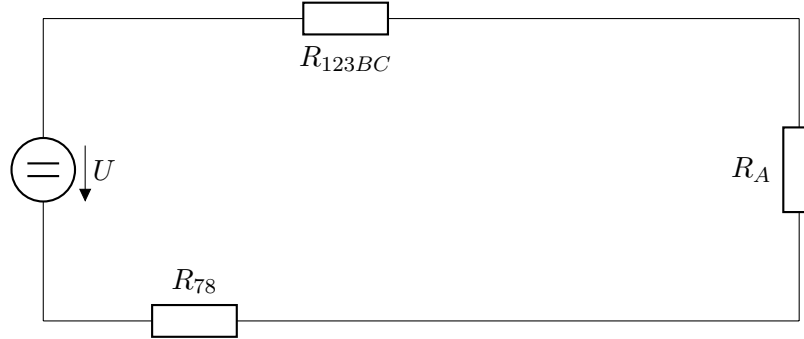
Vzájemně paralelně nám tedy zůstaly odpory R_{12B} a R_{3C} . Obvod teď vypadá takto:



Zjednodušíme odpory R_{12B} a R_{3C} :

$$R_{123BC} = \frac{R_{12B}R_{3C}}{R_{12B} + R_{3C}}$$

V obvodu nám zůstaly sériově zapojené odpory R_{123BC} , R_A a R_{78} :



Tyto můžeme nahradit ekvivalentním odporem R_{ekv} .

$$R_{ekv} = R_{123BC} + R_A + R_{78}$$

Nyní můžeme na základě Ohmova zákona vypočítat celkový proud procházející obvodem.

$$I = \frac{U}{R_{ekv}}$$

Požadované hodnoty napětí U_{R_1} a proudu I_{R_1} teď zjistíme postupným návratem k původnímu obvodu. Na základě sériového zapojení odporů R_{78} a R_{123BC} můžeme říci, že:

$$I_{R_{123ABC}} = I_{R_{78}} = I$$

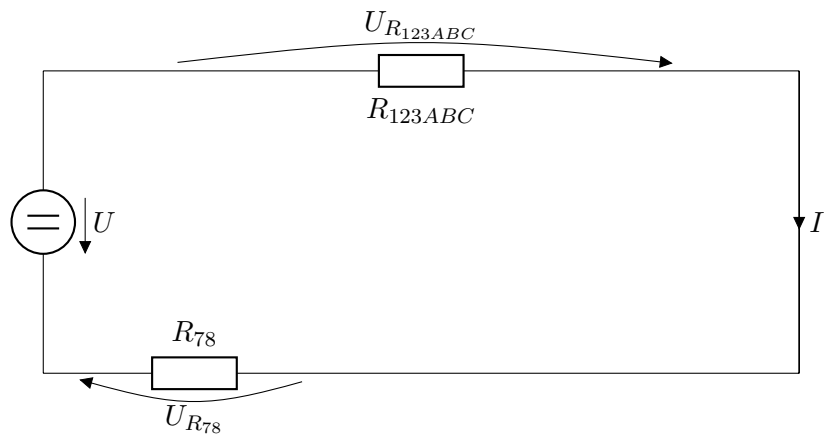
Z čehož vyplývá, že napětí na odporech zjistíme pomocí Ohmova zákona:

$$U_{R_{123ABC}} = R_{123ABC} \times I$$

$$U_{R_{78}} = R_{78} \times I$$

Můžeme provést kontrolu pomocí II. Kirchhoffova zákona, který říká, že celkové napětí ve smyčce musí být rovno nule:

$$U_{R_{123ABC}} + U_{R_{78}} - U = 0$$

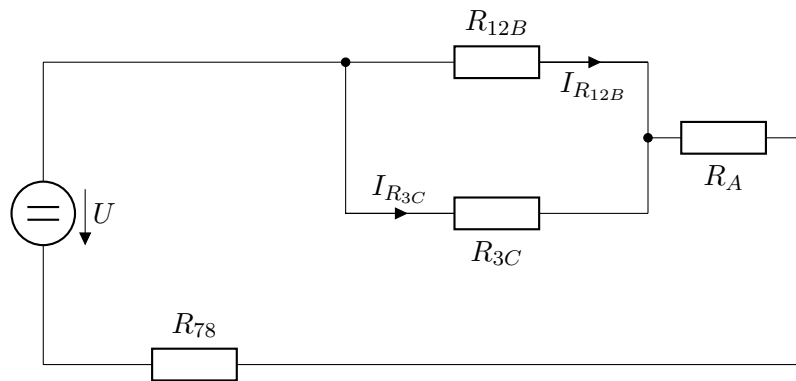


Nyní rozložíme R_{123ABC} na R_A a R_{123BC} . Odpory jsou zapojeny sériově, použijeme Ohmův zákon takto:

$$U_{R_{123BC}} = I \times R_{123BC}$$

$$U_{R_A} = I \times R_A$$

Odpory R_{3C} a R_{12B} jsou nyní vzájemně zapojeny paralelně:



Na základě I. Kirchhoffova zákona jsme schopni určit:

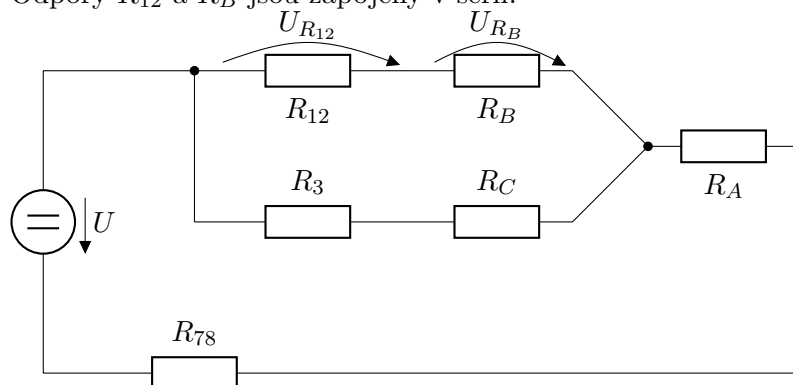
$$U_{R_{3C}} = U_{R_{12B}} = U_{R_{123BC}}$$

Ohmův zákon tedy použijeme takto:

$$I_{R_{12B}} = \frac{U_{R_{123BC}}}{R_{12B}}$$

$$I_{R_{3C}} = \frac{U_{R_{123BC}}}{R_{3C}}$$

Odpory R_{12} a R_B jsou zapojeny v sérii:



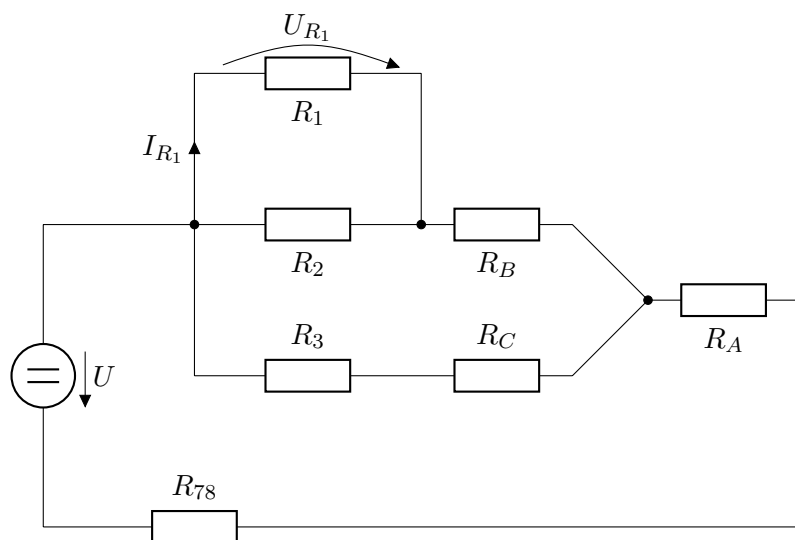
$$I_{R_{12}} = I_{R_B} = I_{R_{12B}}$$

Můžeme tedy opět použít Ohmův zákon:

$$U_{R_{12}} = I_{R_{12B}} \times R_{12}$$

Nyní nám stačí jen rozdělit odpor R_{12} na odpory R_1 a R_2 . Tyto jsou vzájemně zapojeny paralelně, proto platí:

$$U_{R_1} = U_{R_2} = U_{R_{12}}$$



Toto nám již stačí k výpočtu hledaného U_{R_1} a I_{R_1} . Použijem Ohmův zákon:

$$U_{R_1} = U_{R_2}$$

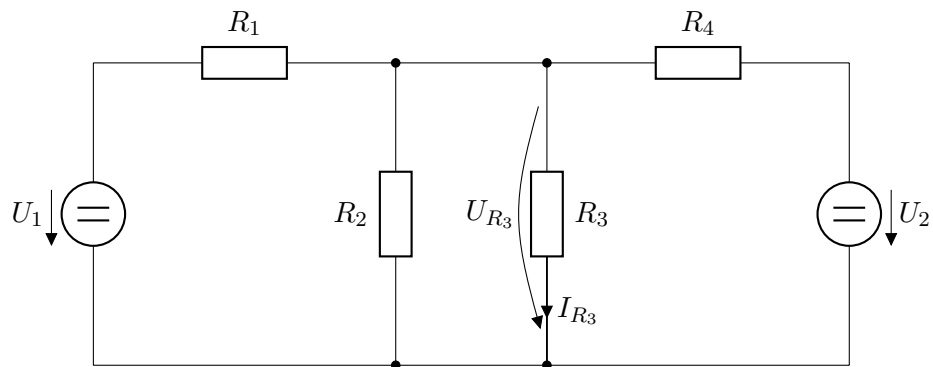
$$I_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1}$$

Tabulka s vypočtenými hodnotami se nachází v závěru tohoto protokolu.

2 Úloha 2

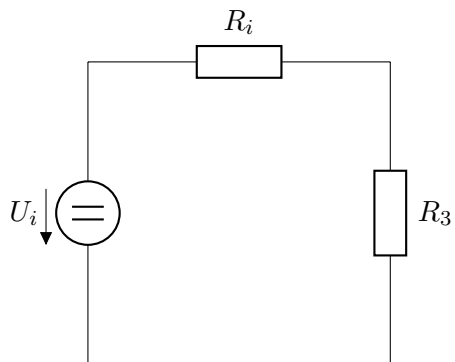
2.1 Zadání (varianta G)

Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu Théveninovy věty. Hodnoty jsou varianta G.

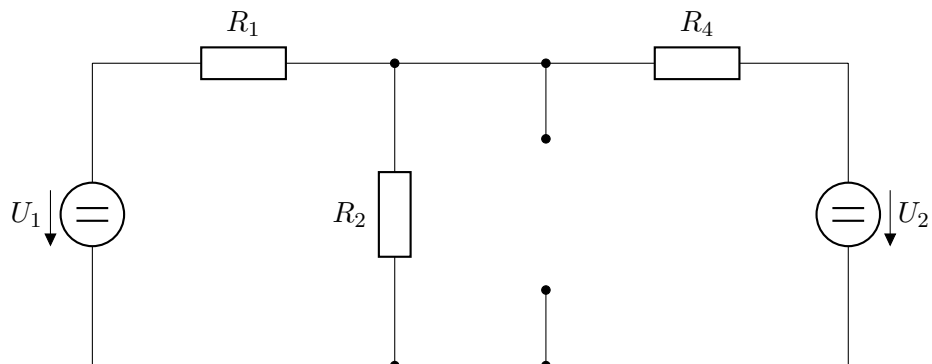


2.2 Řešení

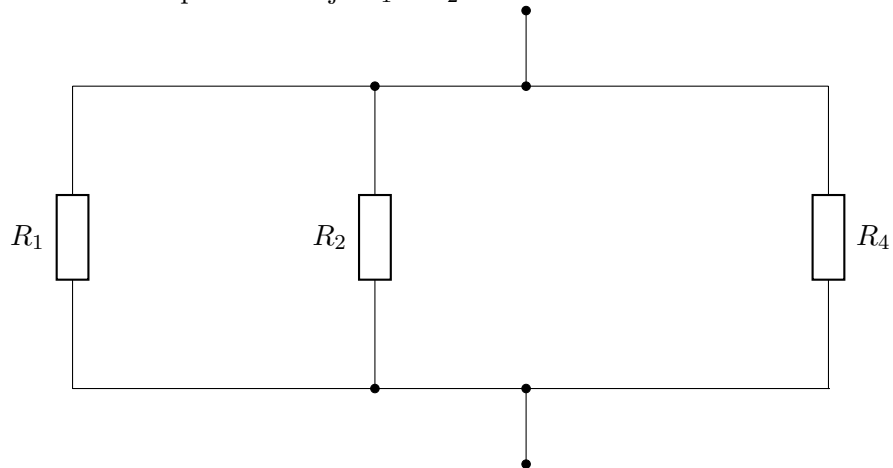
Začneme zavedením ekvivalentního obvodu pro řešení R_3 .



Překreslíme původní obvod s odpojeným rezistorem R_3 .



Nahradíme napěťové zdroje U_1 a U_2 zkratem:



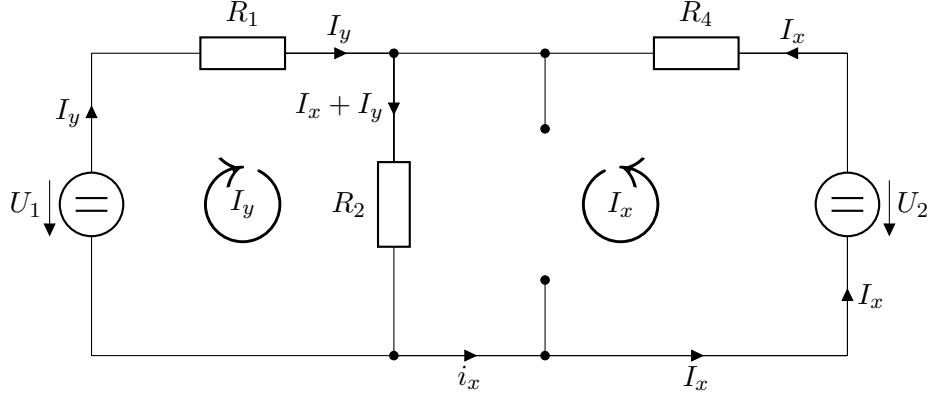
Vypočítáme celkový odpor R_i . Jedná se o paralelní zapojení rezistorů, čili platí vztah:

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_i = \frac{R_{12}R_4}{R_{12} + R_4}$$

Kde R_{12} vypočítáme:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

Nyní se vrátíme zpět k obvodu s napěťovými zdroji



Musíme vypočítat proud I_x procházející pravou částí obvodu. Pro tento výpočet použijeme metodu smyčkových proudů. Pro smyčku I_x platí:

$$U_{R_4} + U_{R_2} - U_2 = 0 \implies I_x R_4 + R_2(I_x + I_y) - U_2 = 0$$

Na základě I. Kirchhoffova zákona můžeme tvrdit, že vchází-li proudy I_x a I_y do uzlu ze dvou větví, pak třetí větví musí vycházet proud $I_x + I_y$.

Podobně pak pro smyčku I_y platí:

$$U_{R_1} + U_{R_2} - U_1 = 0 \implies I_y R_1 + R_2(I_x + I_y) - U_1 = 0$$

Dostáváme tedy soustavu dvou rovnic o dvou neznámých. Můžeme z první rovnice vyjádřit I_x .

$$I_x R_4 + R_2(I_x + I_y) - U_2 = 0 \implies I_x R_4 + I_x R_2 = U_2 - I_y R_2 \implies I_x = \frac{U_2 - R_2 I_y}{R_4 + R_2}$$

Takto vyjádřené I_x nyní vložíme do druhé rovnice:

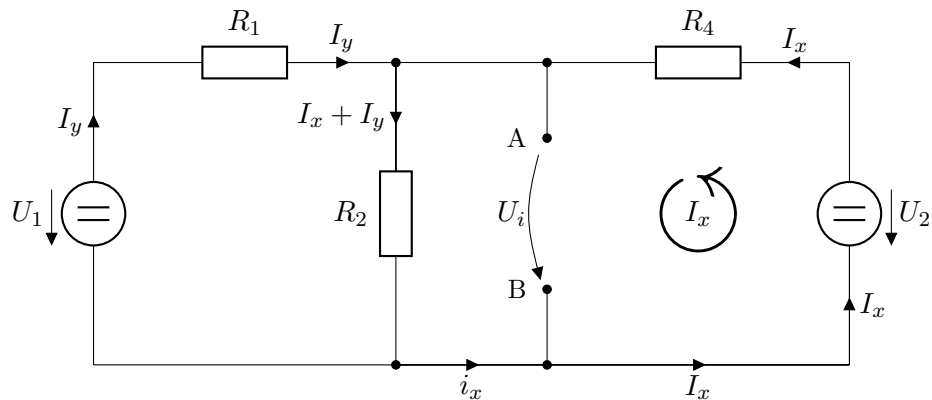
$$I_y R_1 + I_y R_2 + R_2 \times \frac{U_2 - R_2 I_y}{R_4 + R_2} - U_1 = 0$$

Z této rovnice vyjádříme I_y a vypočteme jej.

$$\begin{aligned} I_y R_1 + I_y R_2 + R_2 \times \frac{U_2 - R_2 I_y}{R_4 + R_2} - U_1 &= 0 \implies \\ \implies I_y R_1(R_4 + R_2) + I_y R_2(R_4 + R_2) + R_2(U_2 - R_2 I_y) - U_1(R_4 + R_2) &= 0 \implies \\ \implies I_y R_1 R_4 + I_y R_1 R_2 + I_y R_2 R_4 + I_y R_2^2 + R_2 U_2 - I_y R_2^2 - U_1 R_4 - U_1 R_2 &= 0 \implies \\ \implies I_y &= \frac{U_1 R_4 + U_1 R_2 - U_2 R_2}{R_1 R_4 + R_1 R_2 + R_2 R_4} \end{aligned}$$

Po dosazení vypočtené hodnoty do vztahu pro výpočet I_x (výše) získáme hledanou hodnotu proudu v pravé smyčce obvodu.

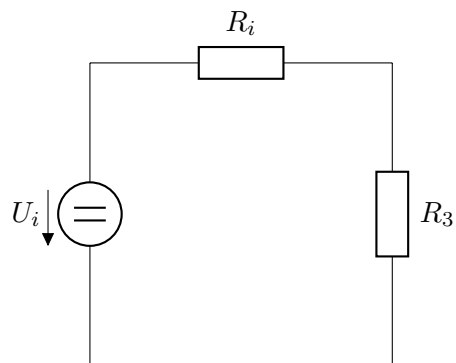
Nyní je potřeba vypočítat napětí U_i mezi volnými konci obvodu (v nákrese body A, B).



Postupujeme podle II. Kirchhoffova zákona:

$$U_{R_4} + U_i - U_2 = 0 \implies -I_x R_4 + U_2 = U_i$$

Následuje návrat ke zjednodušenému obvodu s odporem R_3 a R_i v sérii:



V tomto obvodu velmi snadno určíme proud dle Ohmova zákona:

$$I = \frac{U_i}{R_i + R_3}$$

Nyní už zbývá jen dopočítat pomocí Ohmova zákona i napětí na rezistoru R_3 .

$$U_{R_3} = R_3 \times I$$

Vypočtené hodnoty jsou uvedeny v tabuce v závěru tohoto dokumentu.