.

.

Klasična fizika

Rešena 2. domača naloga

Napisal : Luka Orlić, Vpis. Št.: 28221084
Tutor : Marcel Malovrh

20. november 2023

Kazalo

1 Prva naloga

1.1 Povzetek navodil

Za podane konstantne: v_0, ϕ in R, določi $v(\phi)$.

1.2 Komentar pred reševanjem

Če bi ta primer obravnavali v horizontalni legi, bi smučar enakomerno krožil, ker pa je v realnosti ta primer v vertikalni smeri, smučar pospešuje a je sila podlage (oz. centripetalna sila kroženja) še vedno pravokotna na podlago, torej pospešuje zaradi gravitacijskega pospeška in ne kroženja. Privzamemo, da se od trenutka po tem, ko se smučar odrine premika prosto oziroma, da je $A = 0$ delo enako nič.

1.3 Reševanje naloge

$$\begin{aligned}
A = \Delta W = W_{kf} - W_{ki} + W_{pf} - W_{pi}\,;\ W_{pf} = 0 \wedge A \ &= 0 \\
-W_{kf} &= -W_{ki} + \Delta W_p \\
-\frac{mv^2}{2} &= -\frac{mv_0^2}{2} - mg\Delta h \\
v(\Delta h) &= \sqrt{v_0^2 + 2g\Delta h} \\
v(\phi) &= \sqrt{v_0^2 + 2gR(1 - \cos(\phi))}
\end{aligned} \tag{1}$$

2 Druga naloga

2.1 Povzetek navodil

Centripentalno silo zanemarimo. Za podane konstantne: v_0, ϕ in R, ter predpisom $k_{tr} = k_t = C \cdot e^{\phi}$, določi $v(\phi)$.

2.2 Reševanje naloge

$$
\begin{aligned}
&A = \vec{F_t} \cdot d\vec{s} = \Delta W_k + \Delta W_p \\
&\int_0^r k_t \cdot F_n \; ds = \Delta W_k - mgR(1 - \cos(\phi))\,;\; F_n = mg\cos(\phi) \\
&\int_0^r Cmge^{\phi} \cos(\phi) \; ds = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) - mgR(1 - \cos(\phi)) \\
&ds = R \cdot d\phi \\
&\int_0^r Cmge^{\phi} \cos(\phi) \; dr = RCmg \int_{\phi}^0 e^{\phi} \cos(\phi) \; d\phi \\
&RCmg \cdot (1 - e^{\phi} \cdot (\sin(\phi) + \cos(\phi)) = m(v^2 - v_0^2) - 2mgR(1 - \cos(\phi)) \\
&v(\phi) = \sqrt{v_0^2 + 2gR(1 - \cos(\phi)) - RCg(e^{\phi}(\sin(\phi) + \cos(\phi)) - 1)}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Tu vidimo, da v primeru $k_t = 0 \implies C = 0$, da je naša enačba ista kot v prvi nalogi. Vemo tudi, da je za $R, g, C \in \mathbb{R}^+$ izraz $RCg \cdot exp(\phi)(\sin(\phi) + \cos(\phi)) - 1 < 0$, kar nam pove da za vsak $k_t > 0$, je končna hitrost manjša kot v primeru kjer dela ni.

3 Tretja naloga

3.1 Povzetek navodil

Poznamo R, H in M, ter da se težišče nahaja na višini $H/2$. Poišči h, tako da je to višina najnižje možne lege težišča.

3.2 Komentar pred reševanjem naloge

Rog si lahko predstavljamo kot točkasto telo na višini $H/2$ z maso M, kakor tudi tekočino, ki je točkasto telo na višini $\frac{3}{4}h_f$, kajti vemo, da je na tej višini težišče polnega stožca s konstantnno gostoto in višino h_f. Torej lahko uporabimo formulo za težišče med dvema točkastima telesoma z različno maso. Maso potem lahko izrazimo iz volumna in gostote, vendar se pojavi radij stožca, ki ga zapolnjuje tekočina. Na srečo se tega da izraziti s podobnim trikotnikom preseka stožca roga, ter na koncu odvajamo in dobimo polinom četrte stopnje oblike $ax^4 + cx + d = 0$. Žal tak polinom nima lepih splošnih rešitev ter rezultat pustimo v obliki polinoma.

ϕ je kot med navpičnico oziroma pravokotnico na osnovnico stožca in poljubno nosilko stranice plašča.

3.3 Reševanje naloge

$$h(h_f) = \frac{(M\frac{H}{2} + m_f h_f \frac{3}{4})}{M + m_f}$$

$$m = \rho V = \rho \pi r^2 h \frac{1}{3}$$
$$\frac{R}{H} = \tan(\phi) = \frac{r}{h_f} \implies r = h_f \frac{R}{H}$$

$$\begin{aligned}
h(h_f) &= \frac{M\frac{H}{2} + (\rho\pi h_f^2 \frac{1}{4} r^2)}{M + (\rho\pi h_f \frac{1}{3} r^2)} \\
h(h_f) &= \frac{M\frac{H}{2} + (\rho\pi h_f^2 \frac{1}{4} (\frac{h_f R}{H})^2)}{M + (\rho\pi h_f \frac{1}{3} (\frac{h_f R}{H})^2)} \\
h(h_f) &= \frac{M\frac{H}{2} + \frac{1}{4}\rho\pi h_f^4 (\frac{R}{H})^2}{M + \frac{1}{3}\rho\pi h_f^3 (\frac{R}{H})^2}
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{\delta}{\delta x}\left(\frac{\frac{MH}{2} + \frac{b}{4}x^4}{M + \frac{b}{3}x^3}\right) = \frac{3bx^2(bx^4 + 12Mx - 6HM)}{4(bx^3 + 3M)^2}$$

$$\frac{\delta h}{\delta h_f} = \frac{3(\rho\pi(\frac{R}{H})^2)h_f^2((\rho\pi(\frac{R}{H})^2)h_f^4 + 12Mh_f - 6HM)}{4((\rho\pi(\frac{R}{H})^2)h_f^3 + 3M)^2} \implies$$
$$0 = 3(\rho\pi(\frac{R}{H})^2)h_f^2((\rho\pi(\frac{R}{H})^2)h_f^4 + 12Mh_f - 6HM)$$
$$0 = (\rho\pi(\frac{R}{H})^2) \cdot h_f^4 + (12M) \cdot h_f - 6MH$$