

UNIVERZA V LJUBLJANI

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Poročilo vaje

Vaja 16 - Vrteneje in vztrajnostni moment telesa

Luka Orlič

Ljubljana, 7. januar 2023

Kazalo

Seznam uporabljenih simbolov	2
1 Teoretični uvod	3
2 Naloga	5
3 Potrebščine	5
4 Skica	5
5 Meritve	6
6 Obdelava meritev	6
6.1 Preverjanje izreka o kinetični energiji	7
7 Analiza rezultatov	8

Seznam uporabljenih simbolov

Oznaka	Pomen
Δ	TEXT, enota: <i>UNIT</i>

1 Teoretični uvod

Togo telo, ki je vrtljivo okoli nepremične osi, se vrtil enakomerno pospešeno, če deluje nanj konstanten navor v smeri osi. Kotni pospešek α in navor M sta sorazmerna:

$$J\alpha = M \quad (1)$$

Pri tem je J vztrajnostni moment telesa okoli dane osi, ki ga določa porazdelitev mase telesa Δm_i glede na oddaljenost od osi vrtenja r_i po formuli:

$$J = \sum_i r_i^2 \Delta m_i \implies \int_V r^2 dm = \int_V \rho(r) r^2 dV \quad (2)$$

kjer je $\rho(r)$ gostota na mestu r . Tako je vztrajnostni moment valjastega kolesa z radijem R glede na lastno os enak:

$$J = \frac{1}{2}mR^2 \quad (3)$$

Kadar pa se vrtil okoli osi, ki je vzporedna lastni, toda premaknjena za R_p , dobimo iz enačbe (2) vztrajnostni moment kot:

$$J = \frac{1}{2}mR^2 + mR_p^2 \quad (4)$$

Okoli vodoravne osi vrtljivo kolo poganjamo z utežjo preko vrvic, ki je navita na jermenico z radijem r_j . Utež se giblje s pospeškom:

$$a = g - T/m_u \quad (5)$$

kjer sila T napenja vrvico in povzroča na kolesu navor $r_j T$. Kotni pospešek kolesa dobimo iz zveze:

$$J\alpha = r_j m_u (g - a) = m_u (r_j g - r_j^2 \alpha) \quad (6)$$

ali

$$(J + r_j^2 m_u) \alpha = r_j m_u g \quad (7)$$

kjer je J skupni vztrajnostni moment kolesa, jermenice in morebitnih dodatkov pritrjenih na kolo. Poglejmo še, kako je z izrekom o kinetični energiji pri tem poskusu! Od začetka kolo in utež mirujeta. Ko se spusti utež za višino h , se vrti kolo s kotno hitrostjo ω . Kinetična energija sistema je enaka spremembi potencialne energije uteži:

$$m_u g h = J \frac{\omega^2}{2} + \frac{m_u v_u^2}{2} \quad (8)$$

kjer predstavlja zadnji člen kinetično energijo uteži. Odtod dobimo enačbo:

$$\frac{1}{2} [J + m_u r_j^2] \omega^2 = m_u g h \quad (9)$$

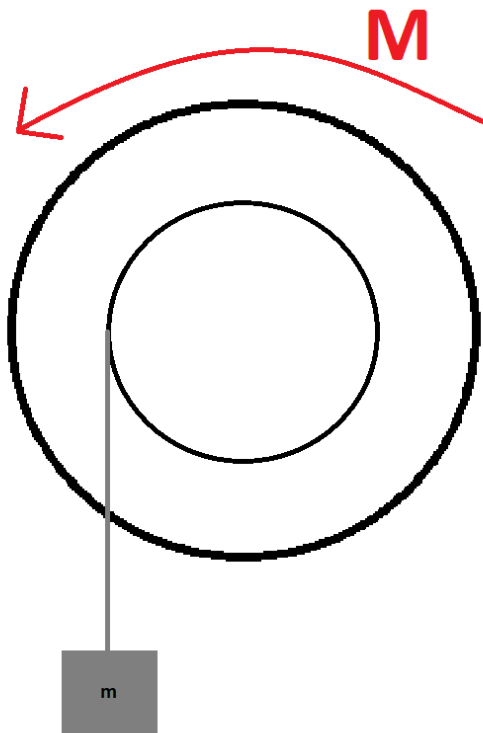
2 Naloga

- i.) Preveri, da je vrtenje, ki ga povzroča konstanten navor, enakomerno pospešeno in iz pospeška določi vztrajnostni moment praznega kolesa.
- ii.) Iz pospeška določi vztrajnostni moment priprave, potem ko si vpel manjši kolesi najprej togo in potem gibljivo v krogličast ležaj. Obe vrednosti primerjaj.
- iii.) Preveri veljavnost izreka o kinetični energiji.

3 Potrebščine

- Kolo z jermenico
- Dva para manjših koles
- Uteži
- vrvica
- Detektor časovnih intervalov (optična vrata)
- Zapisovalnik rezultatov (računalnik z ustreznim vmesnikom)

4 Skica



Slika 1: Shema poskusa

5 Meritve

Rezultati						
Vpetost	masa [kg]	a_1 [m/s ²]	a_2 [m/s ²]	a_3 [m/s ²]	avg J [kgm ²]	Izr. J [kgm ²]
Ni vpeto	0	-0.073	-0.068	-0.057	n/a	n/a
Ni vpeto	50	0.831	0.832	0.829	0,012	n/a
	100	1.700	1.683	1.684		
Togo	50	0.519	0.516	0.520	0,019	0,020
	100	1.040	1.040	1.040		
Giblivo	50	0.499	0.505	0.503	0,019	0,019
	100	1.040	1.040	1.040		

6 Obdelava meritev

$$(J + r^2 m) \alpha = r m g$$

$$J = r m \frac{g}{\alpha} - r^2 m$$

$$J = r m \left(\frac{g}{\alpha} - r \right) \tag{10}$$

$$J_{sis} = n_{diskov} J_{disk} + J_{brez\ disk}$$

$$J_{disk} = 0,0035\ kgm^2$$

6.1 Preverjanje izreka o kinetični energiji

$$\frac{1}{2}[J + m_u r_j^2] \omega^2 = m_u g h$$

$$W_k = \frac{1}{2}[J + m r^2] \omega^2$$

$$W_p = m g h$$

$$T_1 \text{ (2 s, } 3.244 \text{ s}^{-1}\text{)}$$

$$T_2 \text{ (5 s, } 5.641 \text{ s}^{-1}\text{)}$$

$$\Delta t = 3 \text{ s} \tag{11}$$

$$\Delta \omega = 2,397 \text{ s}^{-1}$$

$$\Delta h = 0,359 \text{ m}$$

$$W_k = 0,0355 \text{ J}$$

$$W_p = 0,0352 \text{ J}$$

$$\Delta W = 0,003 \text{ J}$$

Potrdili smo izreka o kinetični energiji, kajti napaka je največ 1%, kar je zanemarljivo.

7 Analiza rezultatov

Izračunali smo vztrajnostne momente sistemov, določili vztrajnostne momente diskov, ter potrdili izrek o kinetični energiji.