

UNIVERZA V LJUBLJANI

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Poročilo vaje

Vaja 32 - Sklopljeno nihalo

Luka Orlić

Ljubljana, 8. november 2022

Kazalo

Seznam uporabljenih simbolov	2
1 Teoretični uvod	3
1.1 Lastni nihanji in lastni frekvenci	3
1.2 Splošno nihanje sestavljenega nihala - utripanje	3
2 Naloga	5
3 Potrebščine	5
4 Skica	5
5 Meritve	6
5.1 Metodologija	6
6 Obdelava meritev	6
6.1 Nihajni čas nihala brez uzmeti	6
6.2 Izračun prve lastne frekvence	7
6.3 Izračun prve lastne frekvence	7
6.4 Izračun utripanja	7
6.5 Izračun koeficienta vzmeti	8
6.6 Izračun pričakovanih vrednosti	8
6.7 Izračun faktorja sklopitve	9
7 Analiza rezultatov	10

Seznam uporabljenih simbolov

Oznaka	Pomen
m_n	masa objekta n, enota: g
T_n	temperatura objekta n, enota: $^{\circ}C$
C_n	toplotna kapaciteta objekta n, enota: $\frac{J}{K}$
c_n	specifična toplota objekta n, enota: $\frac{J}{kgK}$

Indeks	Pomen
1	objekt 1
2	objekt 2
3	objekt 3
k	kovinska kot objekt
v	voda kot objekt
m	mešalo kot objekt
p	posoda kot objekt
z	začetna vrednost količine, ponavadi opremljena z indeksom objekta
e	končna (end) količina celotnega sistem

1 Teoretični uvod

Sklopno nihalo sta dva težna nihala povezana z vzmetjo. Če bi ne bilo vzmeti, bi vsako nihalo nihalo zase s frekvenco $\omega_0 = \sqrt{D/J}$. Torej niha z nihajnim časom $t_0 = 2\pi\sqrt{J/D}$. Ko obe nihali povežemo z vzmetjo, temu rečemo sklopjeno nihalo. Opišemo jih z linearno kombinacijo dveh sinusnih nihanj, imenovani lastni nihanji. Frekvenca lastnih nihanj sta lastni frekvenci.

1.1 Lastni nihanji in lastni frekvenci

Poženimo nihali z enakima sunkoma v isto smer. Nihali nihata tedaj sočasno in z enakima amplitudama, vzmet pa je ves čas napeta in ne vpliva na nihanje. Nihali imata zato enako frekvenco, kot če sta ločeni, t.j. ω_0 . To je prva lastna frekvenca, nihanje pa prvo lastno nihanje. Opišemo ga lahko z izrazom:

$$\phi_1 = \phi_2 = A \cos(\omega_0 t) \quad (1)$$

kjer sta ϕ_1 in ϕ_2 odklona nihal iz ravnovesne lege, A pa je amplituda. Čas štejemo od trenutka, ko sta nihali v amplitudi. Poženimo sedaj nihali z enakima sunkoma v nasprotnih smereh. Nihali nihata drugo proti drugemu z enako amplitudo. Pri takem nihanju se napetost vzmeti neprestano spreminja, zaradi česar deluje na nihali dodaten spremenljiv navor:

$$M' = D'(\phi_1 - \phi_2) \quad (2)$$

kjer je D črtica koeficient odvisen od koeficienta vzmeti in od lege prijemališča vzmeti. Zaradi tega navora nihata nihali hitreje in sicer s frekvenco:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D + 2D'}{J}} \quad (3)$$

oziroma z nihajnim časom: $t_1 = 2\pi/\omega_1$. To sta druga lastna frekvenca in drugi lastni nihajni čas obeh nihal, opisano nihanje pa je drugo lastno nihanje. Opišemo ga z izrazom:

$$\phi_1 = -\phi_2 = A \cos(\omega_1 t) \quad (4)$$

1.2 Splošno nihanje sestavljenega nihala - utripanje

V splošnem opišemo nihanje sklopljenih nihal z vsoto in razliko lastnih nihanj, ki pa sta lahko še poljubno fazno premaknjeni:

$$\phi_1 = A \cos(\omega_0 t - \delta_1) + B \cos(\omega_1 t - \delta_2) \quad (5)$$

$$\phi_2 = A \cos(\omega_0 t - \delta_1) - B \cos(\omega_1 t - \delta_2) \quad (6)$$

Konstanti A in B , pa fazna kota δ_1 in δ_2 so odvisni od tega, kako vzbudimo nihanje in od kdaj štejemo čas. Oglejmo si poseben primer sestavljenega nihanja. Odklonimo eno nihalo za amplitudo A , drugo pa zadržimo v ravnovesni legi in obe hkrati spustimo! Poskus pokaže, da nihali utripata - energija se prenaša s prvega nihala na drugo, pa spet nazaj. Tako nihanje lahko opišemo z zgornjo enačbo, če postavimo, da imata obe lastni nihanji enaki amplitudi in enaki fazi:

$$\phi_1 = A[\cos(\omega_0 t) + \cos(\omega_1 t)] \quad (7)$$

$$\phi_2 = A[\cos(\omega_0 t) - \cos(\omega_1 t)] \quad (8)$$

Nihali nihata torej s frekvenco:

$$\omega' = \frac{\omega_0 + \omega_1}{2} \quad (9)$$

ki ji ustreza nihajni čas: $t' = 2t_1 t_0 / (t_1 + t_0)$. Njuni amplitudi pa se spreminjata, kot kažeta oglata oklepaja v enačbah. Prvo nihalo ima največji odklon, ko drugo miruje in obratno. To je utripanje, ki nam ga je pokazal poskus. Čas T med dvema zaporednima mirovanjema istega nihala dobimo tedaj iz:

$$\pi = T \frac{\omega_1 - \omega_0}{2} \quad (10)$$

torej $1/T = 1/t_1 - 1/t_0$. Temu ustreza frekvenca utripanja: $\omega_u = \omega_1 - \omega_0$.

2 Naloga

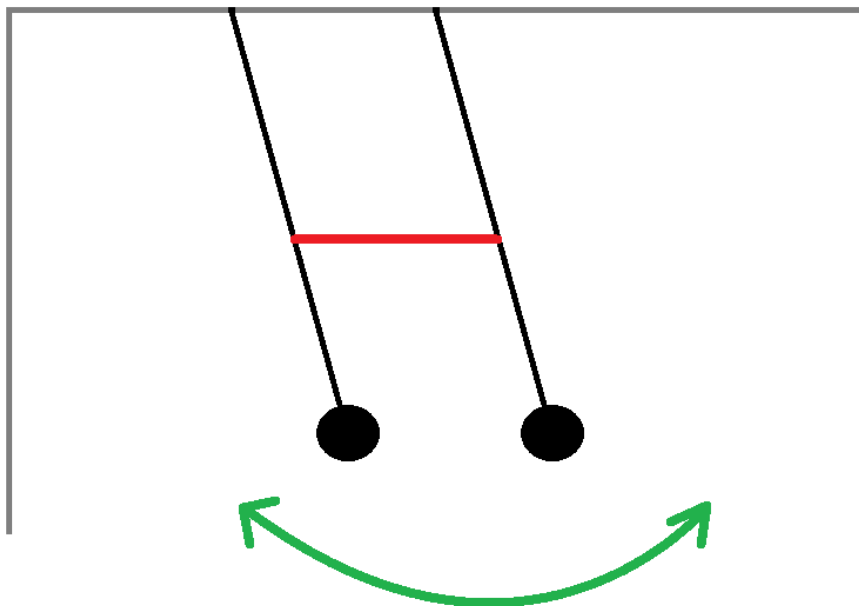
- i.) Opazuj sklopljeno nihanje dveh enakih fizičnih nihali! Izmeri in izračunaj lastni krožni frekvenci ω_0 in ω_1 ter še ω' in ω_u ! Določi koeficient vzmeti, izračunaj D' in faktor sklopitve $K = D'/(D + D')$!

3 Potrebščine

- Nihali na stojalu
- vzmeti za sklopitev
- merilo za določevanje koeficienta vzmeti
- centimetrsko merilo
- kljunasto merilo
- tehnica
- uteži
- stoparica

4 Skica

Groba skica eksperimentalne meritve temperature. Na skici primankuje prikaz obstoja izolacije, ter objektni niso v velikostnem razmerju. Modra barva označuje vodo.



Slika 1: Skica nihala

5 Meritve

Neskopljeni nihali		
Merjenec	Meritev L.	Meritev D.
Št. nihajev	40	40
Čas	74,3 s	74,4 s
masa	1268 g	1268 g
dolžina nih	78,5 cm	78,2 cm
Skopljeni nihali : $\delta = 0$ in $n = 40$		
Čas 1	73,9 s	73,9 s
Čas 2	74,7 s	74,7 s
Čas 3	74,2 s	74,2 s
Čas 4	73,9 s	73,9 s
Čas 5	74,2 s	74,2 s
Skopljeni nihali : $\delta = \pi$ in $n = 40$		
Čas 1	67,1 s	67,2 s
Čas 2	67,6 s	67,5 s
Čas 3	67,2 s	67,1 s
Čas 4	67,2 s	67,2 s
Čas 5	67,7 s	67,8 s
Skopljeni nihali : $\delta = \pi/2$ in $n = 20$		
Čas 1	37,1 s	36,9 s
Čas 2	36,9 s	36,9 s
Skopljeni nihali : $\delta = \pi/2$ in n (utrip) = 4		
Čas 1	75,2 s	76,1 s
Čas 2	75,1 s	75,7 s
Čas 3	75,3 s	75,1 s
Koeфициent vzmeti		
1 x,m	2,0 cm	42,9 g
2 x,m	3,9 cm	85,8 g
3 x,m	5,8 cm	135,9 g
Os-vzmet $r = 20,3cm$		

5.1 Metodologija

Podatke za splošne pogoje smo pridobili s pomočjo stenskega aparata za merjenje rleativne vlažnosti, pritiska in teperature. Pogoji v sobi so ob začetku in kocu bili enaki. Meritve mas smo opravili z ustavljanjem časa na stoparici, ko smo opazili, da je nihalo doseglo željeno vrednost.

6 Obdelava meritev

6.1 Nihajni čas nihala brez uzmeti

$$t_0 = \frac{\bar{t}}{k}; k = stnihajev \quad (11)$$

$$t_{0L} = 1,9s \quad (12)$$

$$t_{0D} = 1,85s \quad (13)$$

6.2 Izračun prve lastne frekvence

ω_0 je enak med Levim in desnim nihalom, saj je $t_{0L} = t_{0D}$ in se izračuna po formuli:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0} \quad (14)$$

$$\omega_0 = 3,39s^{-1} \quad (15)$$

6.3 Izračun prve lastne frekvence

ω_0 je enak med Levim in desnim nihalom, saj je $t_{0L} = t_{0D}$ in se izračuna po formuli:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{t_0} \quad (16)$$

$$\omega_1 = 3,73s^{-1} \quad (17)$$

6.4 Izračun utripanja

Izračun utripanja se računa isto kot prejšnji dve frekvenci. Navkljub razlikam pride da je $t'_D = t'_L$, zato imamo ponovno le en omega.

$$\omega' = 3,40s^{-1} \quad (18)$$

Pri izračunu ω_u dobimo, da je vrednost levega in desnega nihala ponovno identična.

$$\omega_u = 0,33s^{-1} \quad (19)$$

6.5 Izračun koeficienta vzmeti

$$F_k = F_g; kx = mg; k = \frac{mg}{x} \quad (20)$$

$$k = \frac{\overline{k}}{i} \quad (21)$$

kjer i je število k-jev v povprečju

$$k = 21,87 N/m \quad (22)$$

6.6 Izračun pričakovanih vrednosti

$$D = m * g * d; d = \text{len}(\text{palice}) \quad (23)$$

$$D = 9,75 Nm \quad (24)$$

$$J = \frac{D}{\omega_0^2} \quad (25)$$

$$J = 0,84 kg * m^2 \quad (26)$$

$$D' = kr^2 \quad (27)$$

r je razdalja os-vzmet

$$D' = 0,90 Nm \quad (28)$$

$$\omega_0 = \sqrt{D/J} \quad (29)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D + 2D'}{J}} \quad (30)$$

$$\omega' = \frac{\omega_0 + \omega_1}{2} \quad (31)$$

$$\omega_u = \omega_1 - \omega_0 \quad (32)$$

za vsako to dobimo tudi t_i po zgoraj navedenih enačbah

Tabela izračunov in meritev		
Merjenec	Meritev	Izračun
t_0	1,85 s	1,85 s
t_1	1,68 s	1,70 s
t'	1,85 s	1,77 s
T	18,85 s	20,89 s
ω_0	3,39 s ⁻¹	3,40 s ⁻¹
ω_1	3,73 s ⁻¹	3,70 s ⁻¹
ω'	3,40 s ⁻¹	3,55 s ⁻¹
ω_u	0,33 s ⁻¹	0,30 s ⁻¹

6.7 Izračun faktorja sklopitve

za merjeno vrednost faktorja sklopitve (l) velja:

$$l = \frac{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2}; l = 0,085 \quad (33)$$

za idealno vrednost pa velja:

$$l = \frac{D'}{D + D'}; l = 0,085 \quad (34)$$

7 Analiza rezultatov

Rezultati so prišli precej natančno, tako natančno, da je napaka zanemarljiva. Nihala sta med seboj bila odlično umerjena, ter merjenje nihanjev je bilo presenetljivo natančno, da smo večkrat tudi na stotinko natančno izmerili isti rezultat. Le redko se je zgodilo, da se je za več kot pol desetinke razlikoval izmerjen čas. To priševamo največ k človeški napaki pri merjenju.