

UNIVERZA V LJUBLJANI

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Poročilo vaje

Vaja 22 - viskoznost

Luka Orlič

Ljubljana, 11. oktober 2022

Kazalo

Seznam uporabljenih simbolov	2
1 Teoretični uvod	3
2 Naloga	4
3 Potrebščine	4
4 Skica	4
5 Meritve	5
5.1 Metodologija	6
6 Obdelava meritev	6
6.1 Vztrajnostni moment valja	6
6.2 Navor notranjega trenja viskozimetra	7
6.3 Koeficient viskoznosti	8
7 Analiza rezultatov	9
8 Priloga	9

Seznam uporabljenih simbolov

Oznaka	Pomen
η	koeficient viskoznosti: $kg * m^{-1} * s^{-1}$
ω	kotna hitrost vrtenja valja, enota: s^{-1}
J	vztrajnoistni moment valja, enota: $kg * m^2$
R_1	polmer (notranjega) gibljivega valja, enota: cm
R_2	polmer (zunanjega) stacionarnega valja, enota: cm
r_g	polmer kolesa na gredi, enota: cm
h	višina viskozne plasti med valjema, enota: cm

1 Teoretični uvod

Viskoznost je pojav v (realnih) tekočinah. Zaradi viskoznosti se plasti med seboj "vlečejo" oziroma "zadržujejo". Kot posledico viskoznosti lahko opazimo tako imenovano strižno silo, za katero velja formula:

$$F = \eta * \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad (1)$$

Viskoznost lahko določimo s koaksialnim viskozimetrom preko meritve navora ali pojemka vrtenja valja. Ob predpostavki, da tekočina ni stisljiva, lahko navor viskoznega trenja dobimo z reševanjem enačbe hidrodinamike:

$$M_t = -4\pi h\omega\eta \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (2)$$

Dodamo lahko, da se navor trenja lahko izračuna iz vztrajnostnega momenta in kotnega pospeška:

$$M_t = J\alpha \quad (3)$$

Merimo lahko tudi hitrost vrtenja v odvisnosti od navora, ki ga ustvarja teža uteži z maso m preko vrvica na gredi notranjega valja:

$$(J + r_g^2)\alpha = mgr_g - \eta k\omega; k = 4\pi h \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \quad (4)$$

Na začetku pospešeno gibanje, se ustali v enakomerno vrtenje. Takrat velja, da lahko viskoznost tekočine določimo iz hitrosti enakomerne vrtenja z enačbo:

$$\eta = \frac{mgr_g}{k\omega} \quad (5)$$

2 Naloga

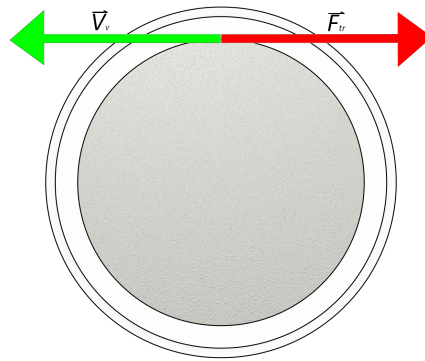
- i.) Izmeri viskoznost dane zelo viskozne tekočine.
- ii.) Določi navor trenja v ležajih koaksialnega viskozimetra

3 Potrebščine

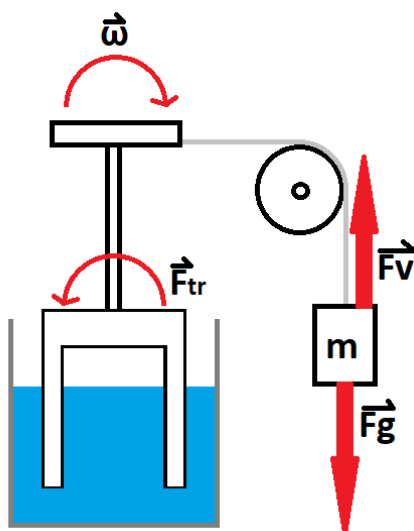
- koaksialni viskozimeter
- neznana zelo viskozna tekočina
- vrvica
- digitalni merilnik časovni intervalov (optična vrata)
- računalnik z merilnim vmesnikom

4 Skica

Skica prikazuje obodno hitrost valja kot vektor in silo trenja tekočine ob valj kot posledica viskoznosti tekočine. Razmerje velikosti vektorjev je na skici nepravilno, temveč le reprezentativno, da sta med sabo vzporedna in obratno usmerjena. Pomembno je dodati, da sila trenja ne deluje le na eni točki temveč po celi površini valja, ki je v tekočini.



Slika 1: Tloris valja v tekočini



Slika 2: Skica delovanja koaksialnega viskozimetra

Na skici je F_v zamaknjena v desno, da lahko vidimo skico vrvici, sicer pa sila deluje natanko po vrvici.

5 Meritve

Splošni pogoji izvajanja poskusa	
Merjenec	Vrednost
T	23.7°C
P	1018 hPa
Rel. Vlažnost	51%

Dimenzije koaksialnega viskozimetra	
Dimenzija	Vrednost
R_1	30,0 mm \pm 0,05 mm
R_2	34,7 mm \pm 0,05 mm
r_g	26,5 mm \pm 0,1 mm
h	45,0 mm \pm 10,0 mm

Mase uteži	
Indeks mase	masa [g]
1	5
2	9
3	19
4	30

Meritve za vztrajnostni moment valja; masa uteži = 50g	
Naklon Lin. Fit	vrednost [s ⁻²]
α_1	21,76
α_2	21,46
α_3	21,30
α_4	21,38

Meritve za silo trenja valja	
Naklon Lin. Fit	vrednost [s ⁻²]
α_1	-1,43
α_2	-1,56
α_3	-1,36
α_4	-1,55

Meritve za silo trenja valja				
Začetna vrednost Lin. Fit	m_1 [g]	m_2 [g]	m_3 [g]	m_4 [g]
β_1	1,57	2,58	5,65	7,30
β_2	1,55	2,53	5,70	6,56
β_3	1,54	2,56	5,89	7,23
β_4	1,56	2,60	5,57	7,51

* v prilogah so grafi vseh meritev

5.1 Metodologija

Podatke za splošne pogoje smo pridobili s pomočjo stenskega aparata za merjenje rleativne vlažnosti, pritiska in teperature. Pogoji v sobi so ob začetku in kocu bili enaki. Dimenzije radija kolesa z vrvico smo dobili s pomočjo kljunastega merila, tako da smo izmerili diameter ter ga razpolovili. Radija valjev smo dobili iz dokumentacije, ter jih potrdili s kljunastim merilom na isti način kot radij kolesa z vrvico. Višino potopljenega valja smo izmerili z ravnilom. Zaradi refrakcije, nismo mogli natančno odčitati višine, zato smo prvzeli veliko napako (22%). Računalniški vmesnik je bil nastavljen tako, da snema največ 10 sekund s 1000 podatkov na sekundo.

6 Obdelava meritev

* Vsi računi bodo zapisani v prilogi

6.1 Vztrajnostni moment valja

* utež ima maso 50g Kot prvo želimo dobiti $\bar{\alpha}$ z napako.

$$\bar{\alpha}_J = \sum_{i=1}^{n=4} \frac{\alpha_i}{n} \quad (6)$$

Iz te formulo pridobimo podatek, da je:

$$\bar{\alpha}_J \approx 21,5s^{-2} \pm 0,3s^{-2} \quad (7)$$

Iz naslednje formule izpostavimo vztrajnostni moment valja in ga izračunamo:

$$(J + r_g^2)\bar{\alpha}_J = mgr_g - \eta k\omega; \eta = 0 \implies J = \frac{mgr_g}{\bar{\alpha}_J} - r_g^2 \quad (8)$$

$$J = (5,70 \pm 0,1)10^{-4}kg * m^2 \quad (9)$$

6.2 Navor notranjega trenja viskozimetra

Za navor notranjega trenja, bomo uporabili zgoraj že omenjeno formulo za pridobitev povprečja, na kar jo bomo vstavili v formulo za navor ter ven pridobili navor notranjega trenja viskozimetra (M_{tr}):

$$\bar{\alpha}_{tr} = \sum_{i=1}^{n=4} \frac{\alpha_i}{n} \quad (10)$$

$$\bar{\alpha}_{tr} = -1,48s^{-2} \pm 0,12s^{-2} \quad (11)$$

$$M_{tr} = J\bar{\alpha}_{tr} \quad (12)$$

$$M_{tr} = (8,43 \pm 0,8) * 10^{-4}Nm \quad (13)$$

6.3 Koefficient viskoznosti

Za vsako skupino uteži bomo posebi izračunali η , katerega indeks bo enak indeksu mase, katerih podatke bomo računali.

$$\bar{\omega} = \sum_{i=1}^{n=4} \frac{\omega_i}{n} \quad (14)$$

$$\eta = \frac{mgr_g}{k\bar{\omega}}; k = 4\pi h \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \implies k = (2,02 \pm 0,5)10^{-3}m^3 \quad (15)$$

Meritve za silo trenja valja				
Oznaka	$m_1 = 5g$	$m_2 = 9g$	$m_3 = 19g$	$m_4 = 30g$
ω_1	$1,57s^{-1}$	$2,58s^{-1}$	$5,65s^{-1}$	$7,30s^{-1}$
ω_2	$1,55s^{-1}$	$2,53s^{-1}$	$5,70s^{-1}$	$6,56s^{-1}$
ω_3	$1,54s^{-1}$	$2,56s^{-1}$	$5,89s^{-1}$	$7,23s^{-1}$
ω_4	$1,56s^{-1}$	$2,60s^{-1}$	$5,57s^{-1}$	$7,51s^{-1}$
$\bar{\omega}(m_i)$	$1,56s^{-1} \pm 0,2s^{-1}$	$2,57s^{-1} \pm 0,4s^{-1}$	$5,69s^{-1} \pm 0,14s^{-1}$	$7,15s^{-1} \pm 0,59s^{-1}$
$\eta(\bar{\omega}_i)$	$0,132Pa * s \pm 0,077Pa * s$	$0,247Pa * s \pm 0,128Pa * s$	$0,343Pa * s \pm 0,103Pa * s$	$0,464Pa * s \pm 0,162Pa * s$

$$\bar{\eta}_{1,2,3,4} = (0,303 \pm 0,129)Pa * s \quad (16)$$

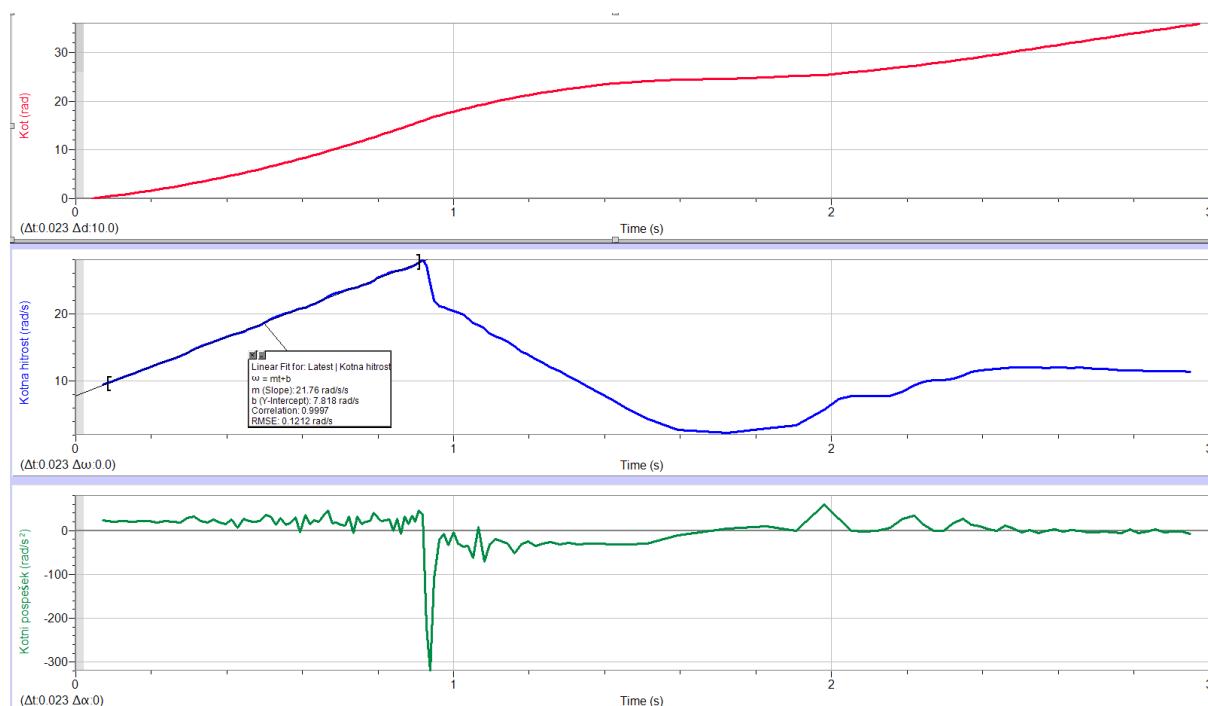
Izračun povprečne η brez η za maso 30g:

$$\bar{\eta}_{1,2,3} = (0,249 \pm 0,112)Pa * s \quad (17)$$

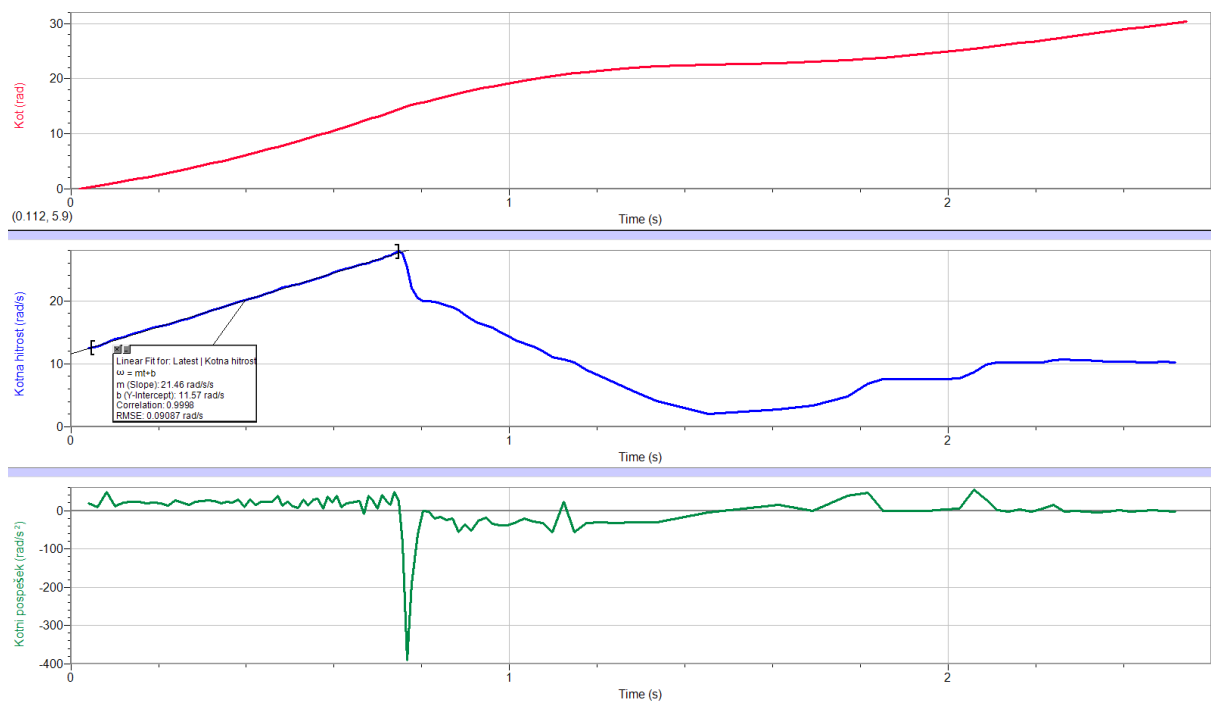
7 Analiza rezultatov

Ob pregledu rezultatov in napak, ugotovimo, da na koncu imamo $\approx 40\%$ napako. Vsi koeficienti viskoznosti ležijo znotraj interavla napake ostalih izračunanih koeficientov, razen za $m_4 = 30\text{g}$. Iz tega in grafa hitrosti ter pospeška uteži, lahko sklepamo, da pri dani masi 30g , sistem ni dosegel pravega ravnovesja, temveč je še vedno pospeševal. Zato bomo te meritve izvzeli iz končnega izračuna $\bar{\eta}$. Napake so prisotne zaradi slabega odčitavanja višine potopljenega dela valja. Na rezultat je zagotovo vplivalo dejstvo, da se valja ni dalo spustiti v čašo, temveč smo čašo morali podstaviti s plastiko pod valj, kar je prispevalo, k dejstvu, da valj ni bil centriran, ter da je na različne dele trenje delovalo z različno močjo.

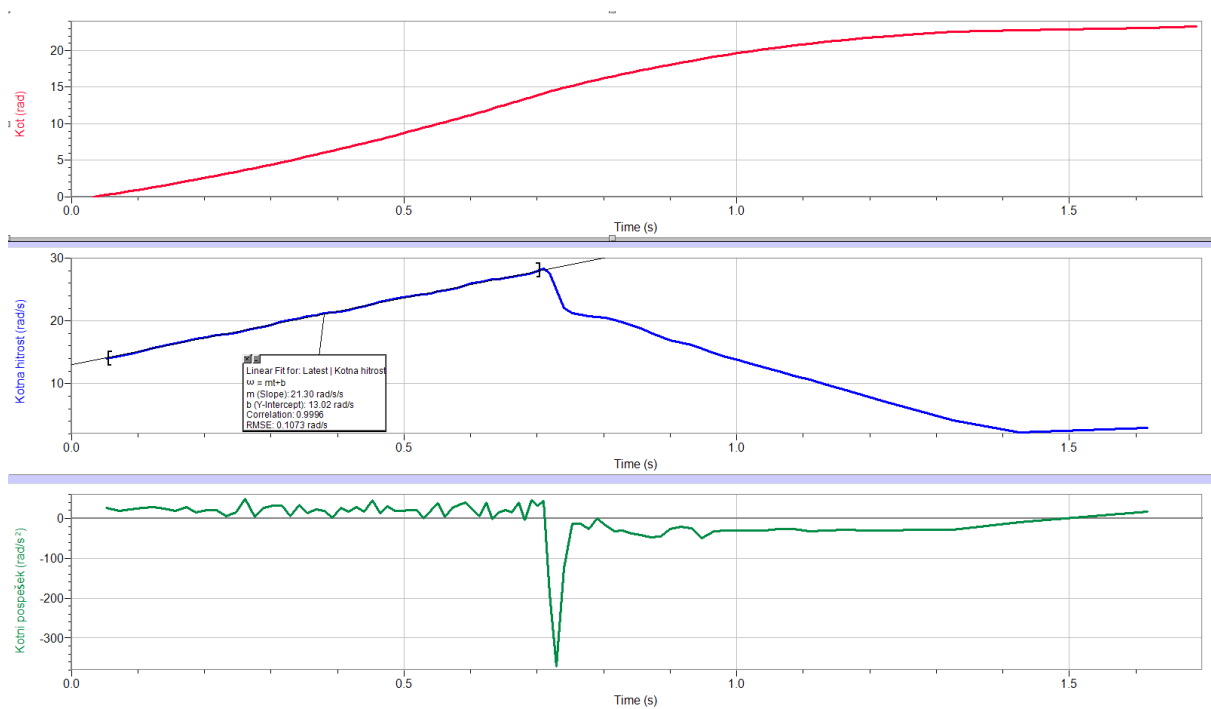
8 Priloga



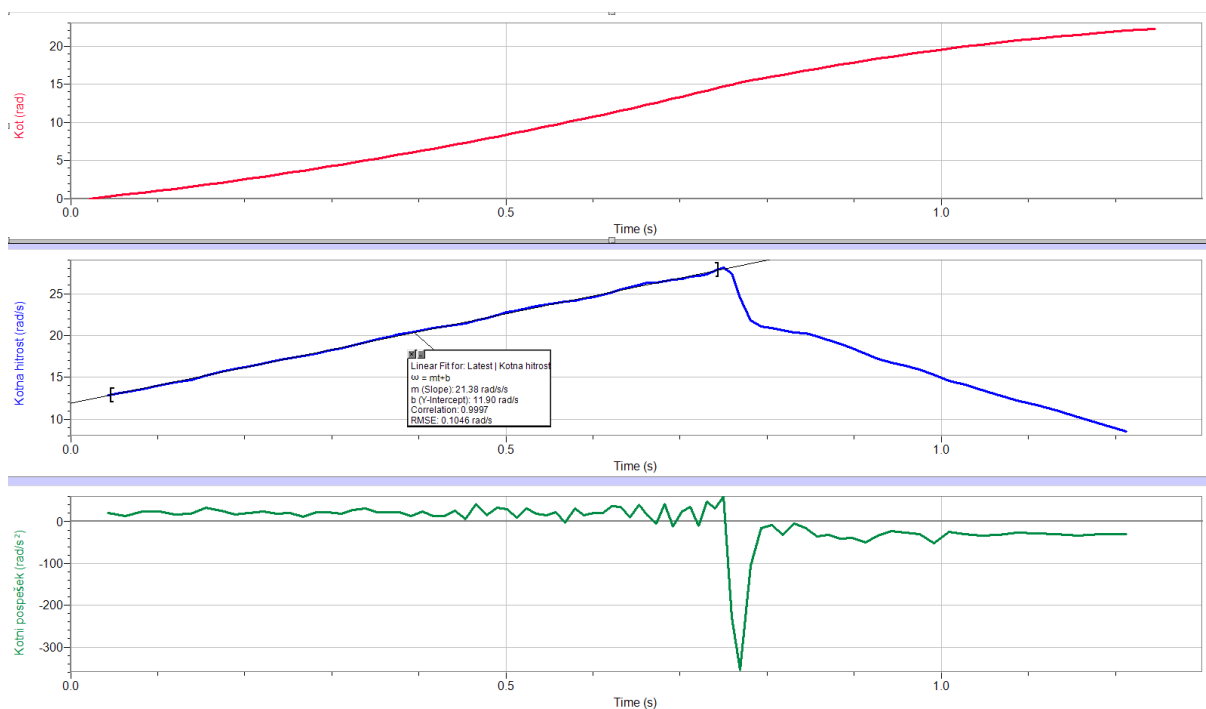
Slika 3: Vztrajnost 1



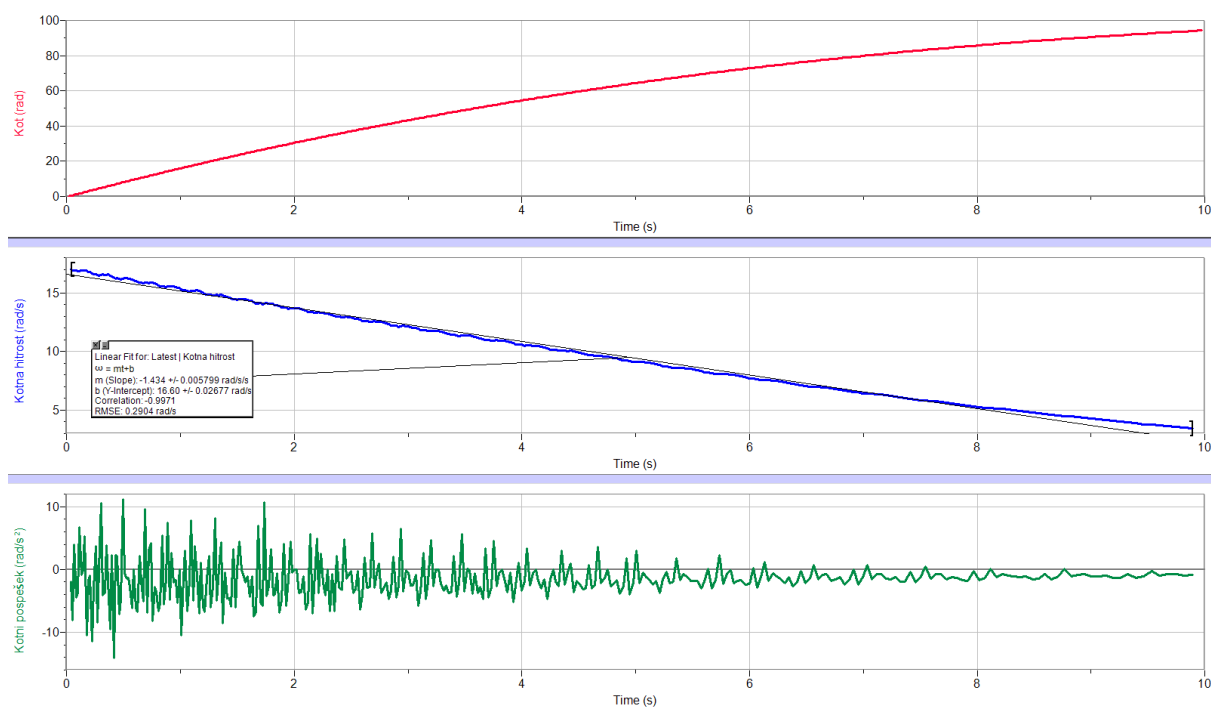
Slika 4: vztrajnost 2



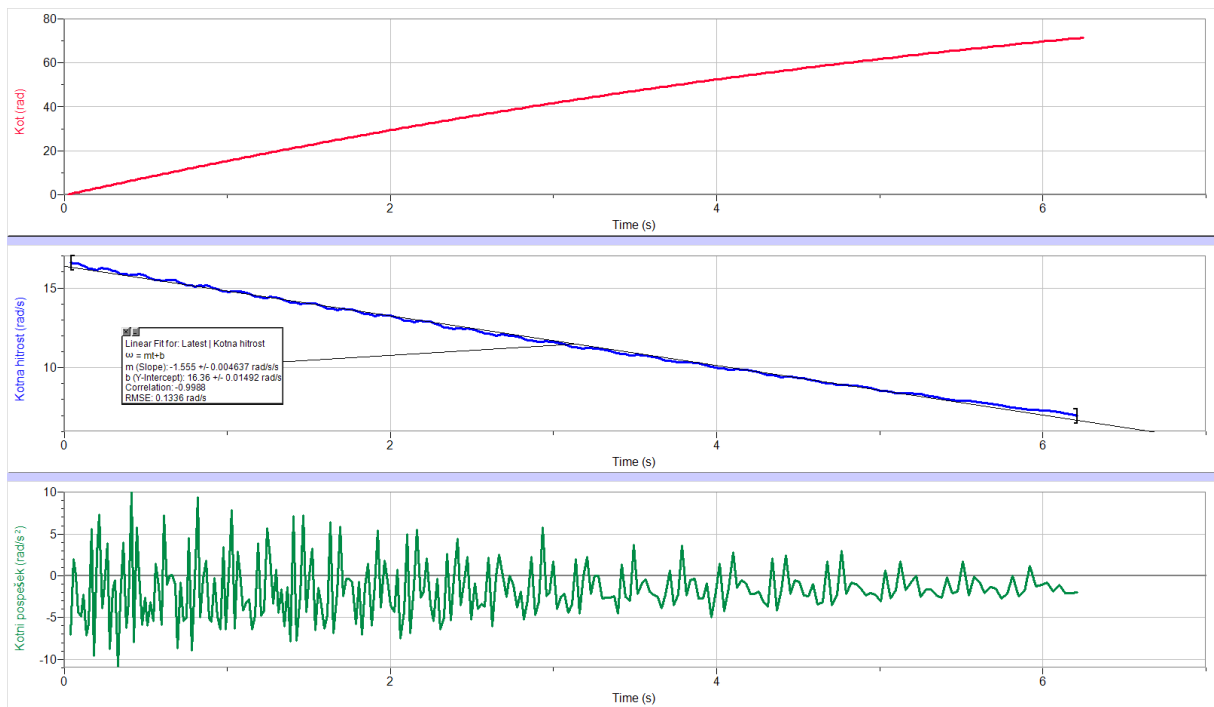
Slika 5: vztrajnost 3



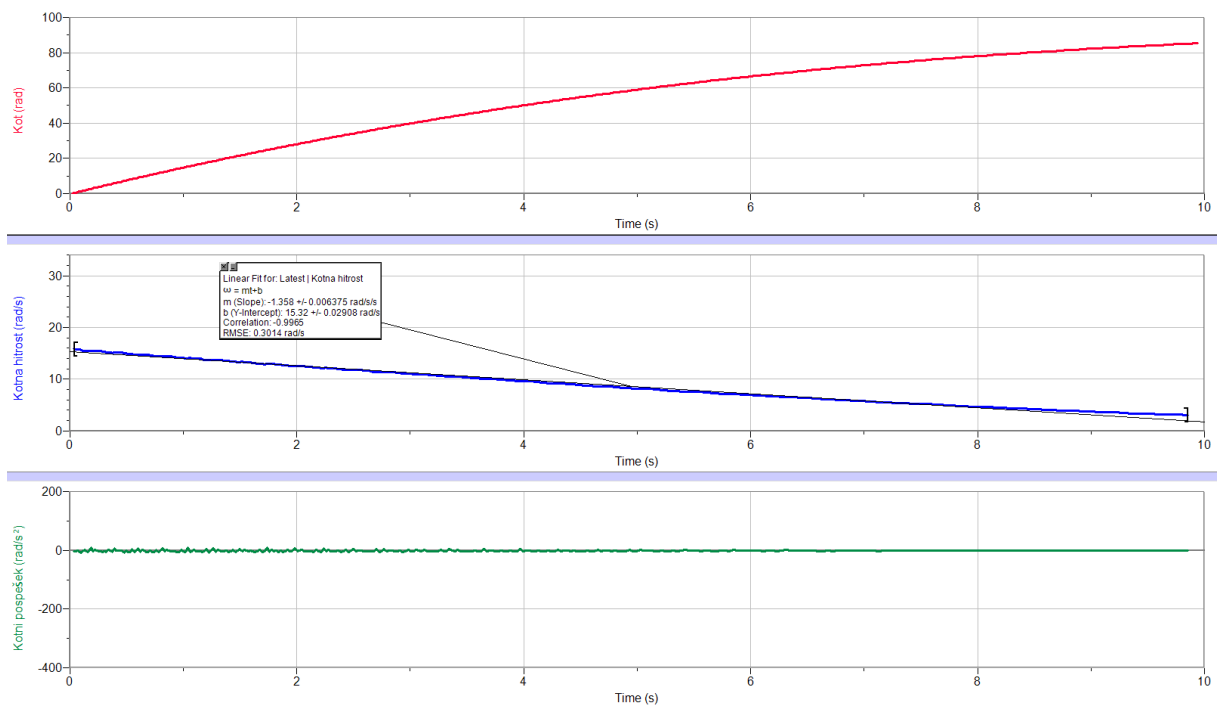
Slika 6: vztrajnost 4



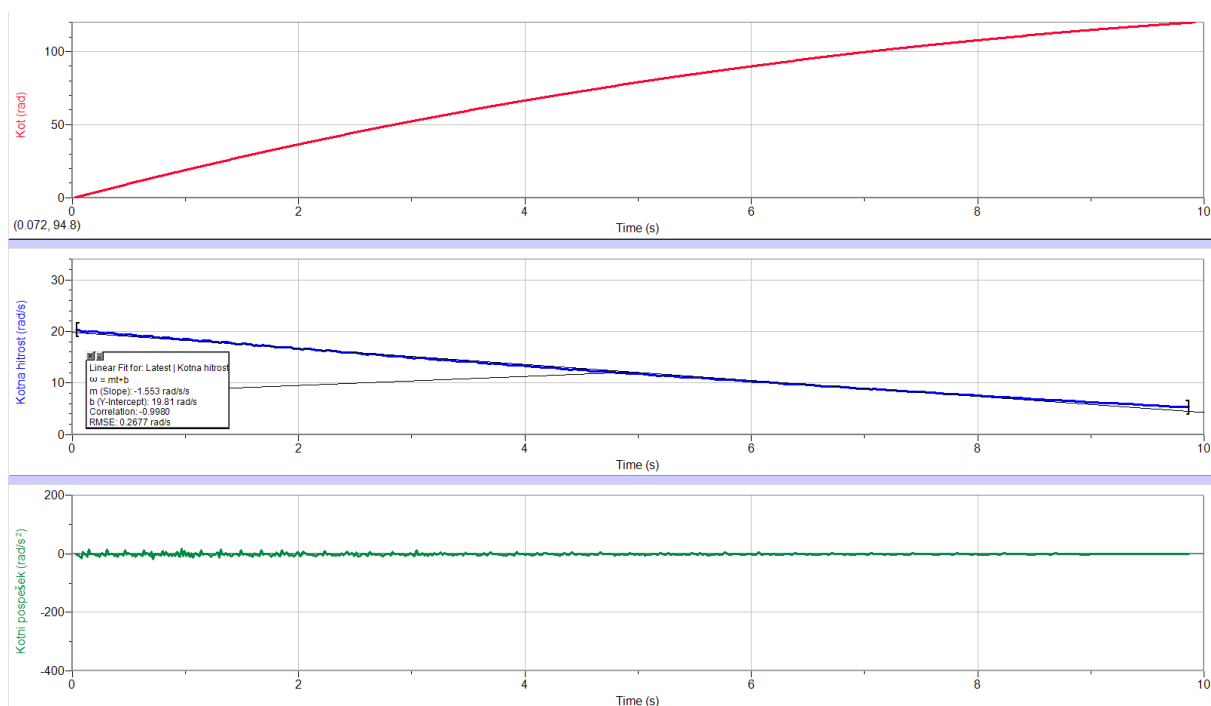
Slika 7: Trenje 1



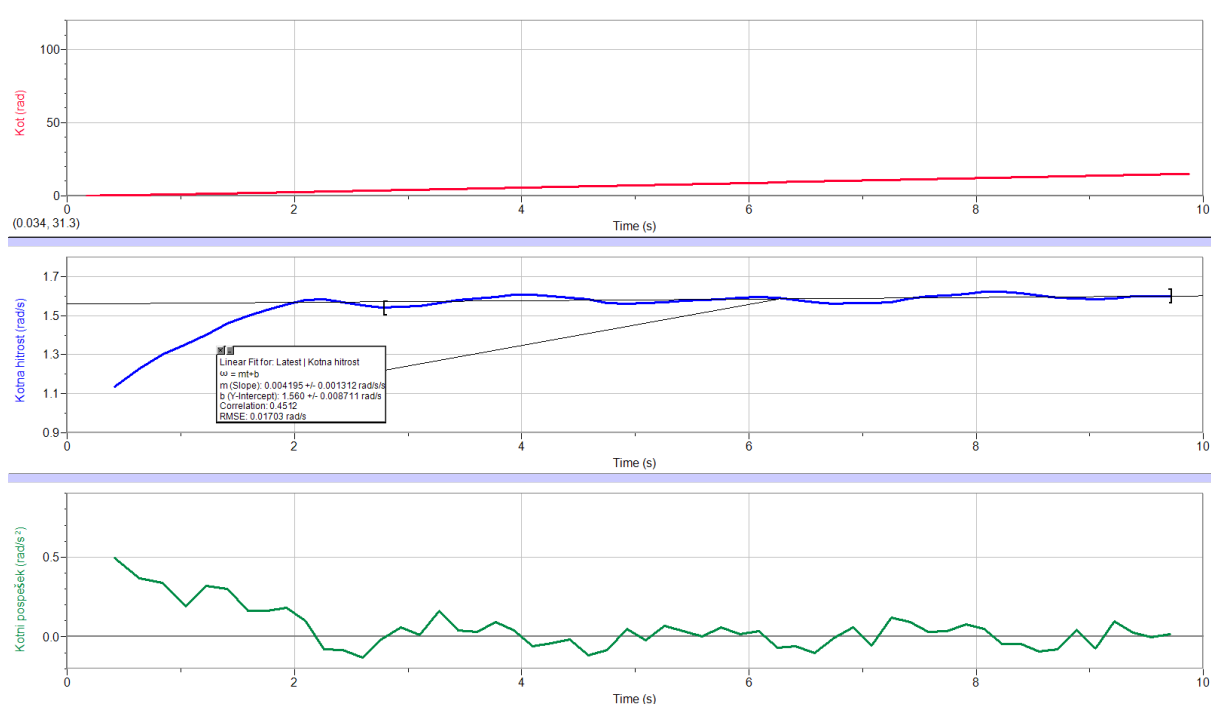
Slika 8: Trenje 2



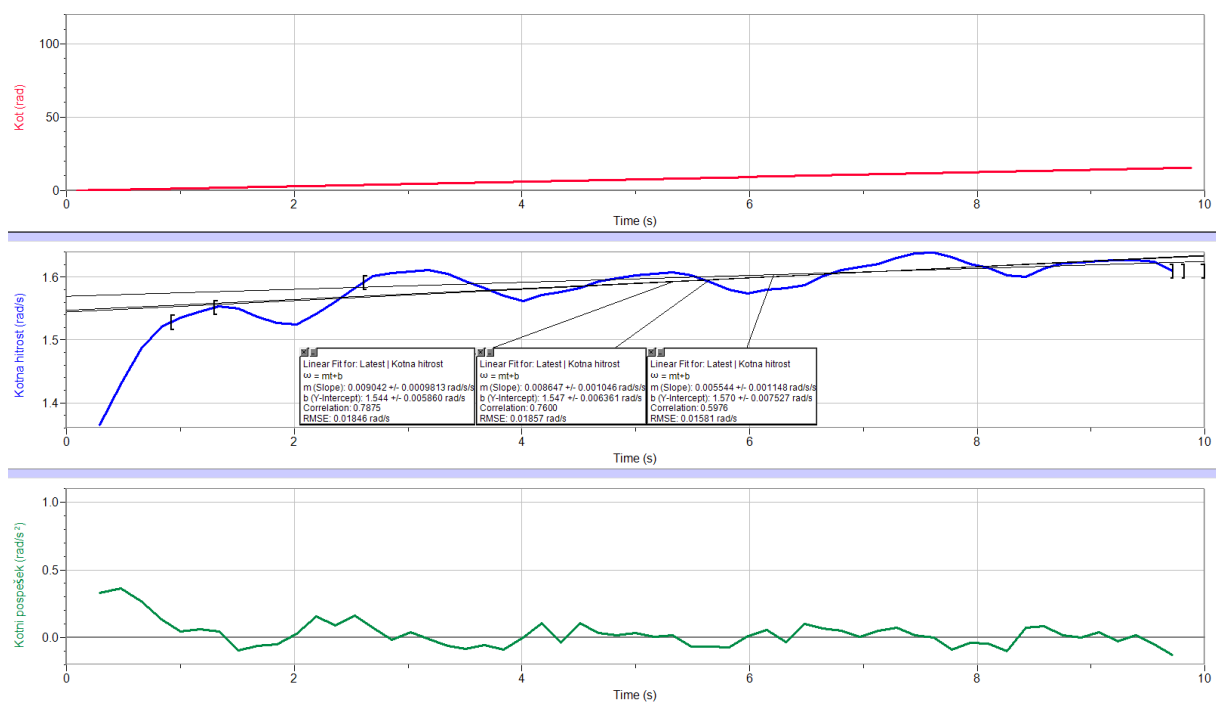
Slika 9: Trenje 3



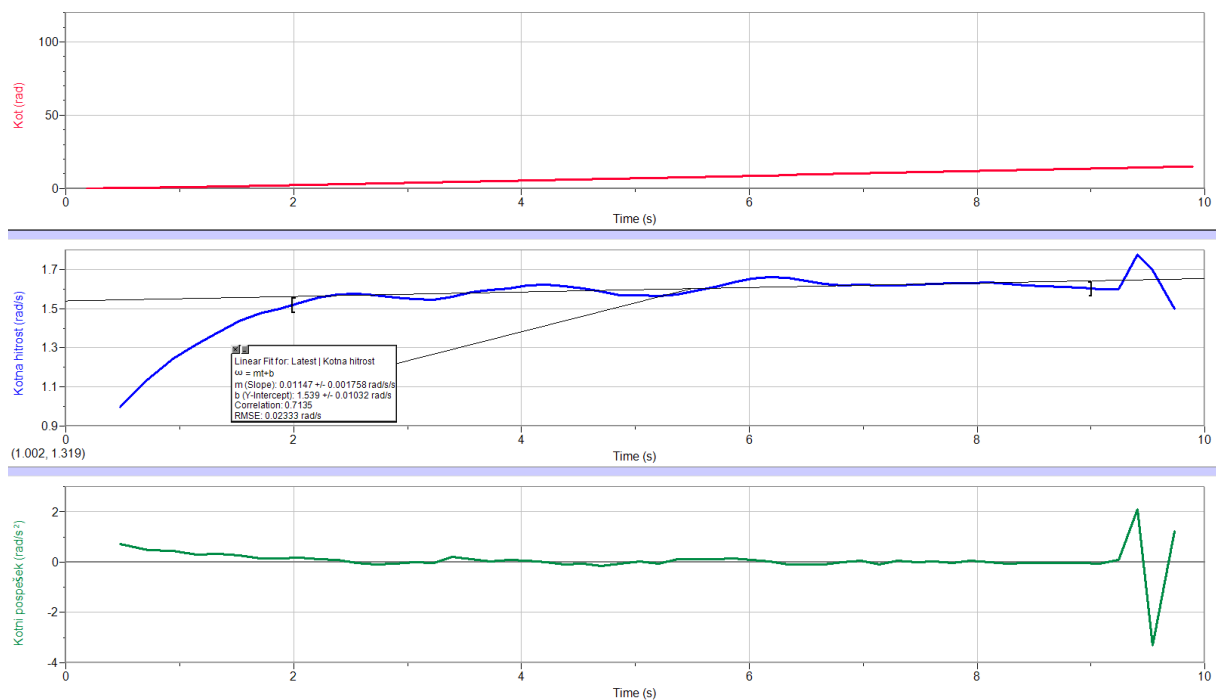
Slika 10: Trenje 4



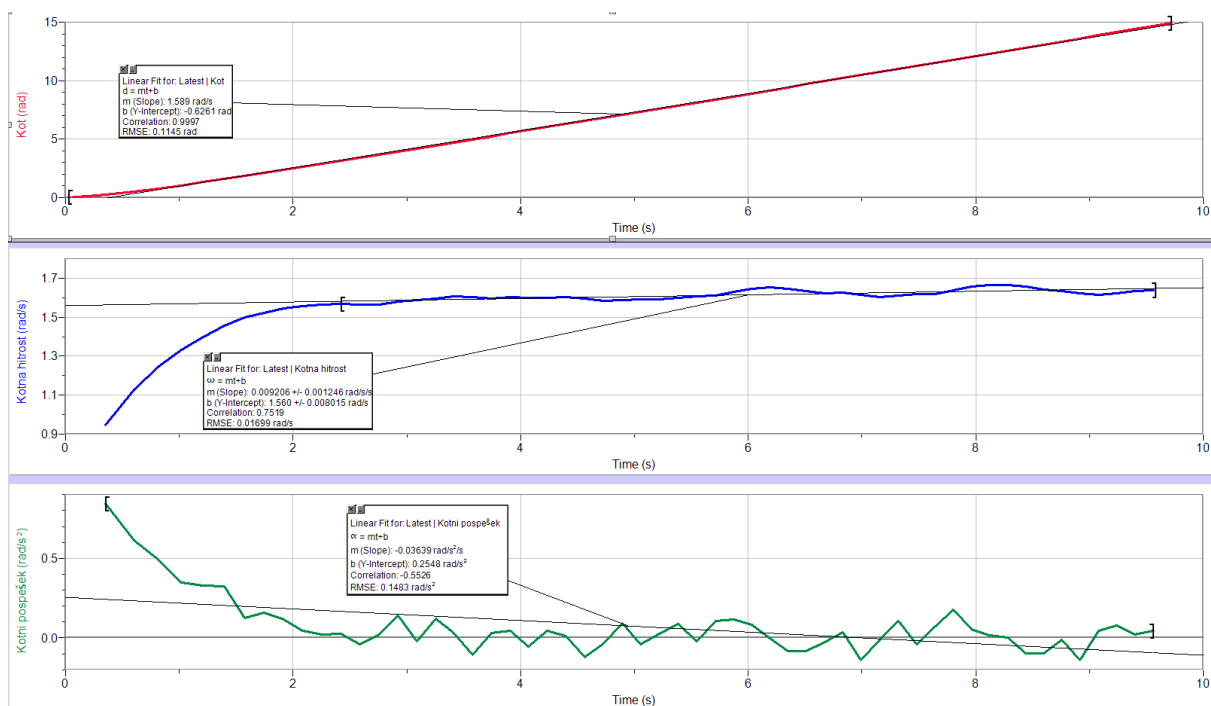
Slika 11: Viskoznost 5g 1



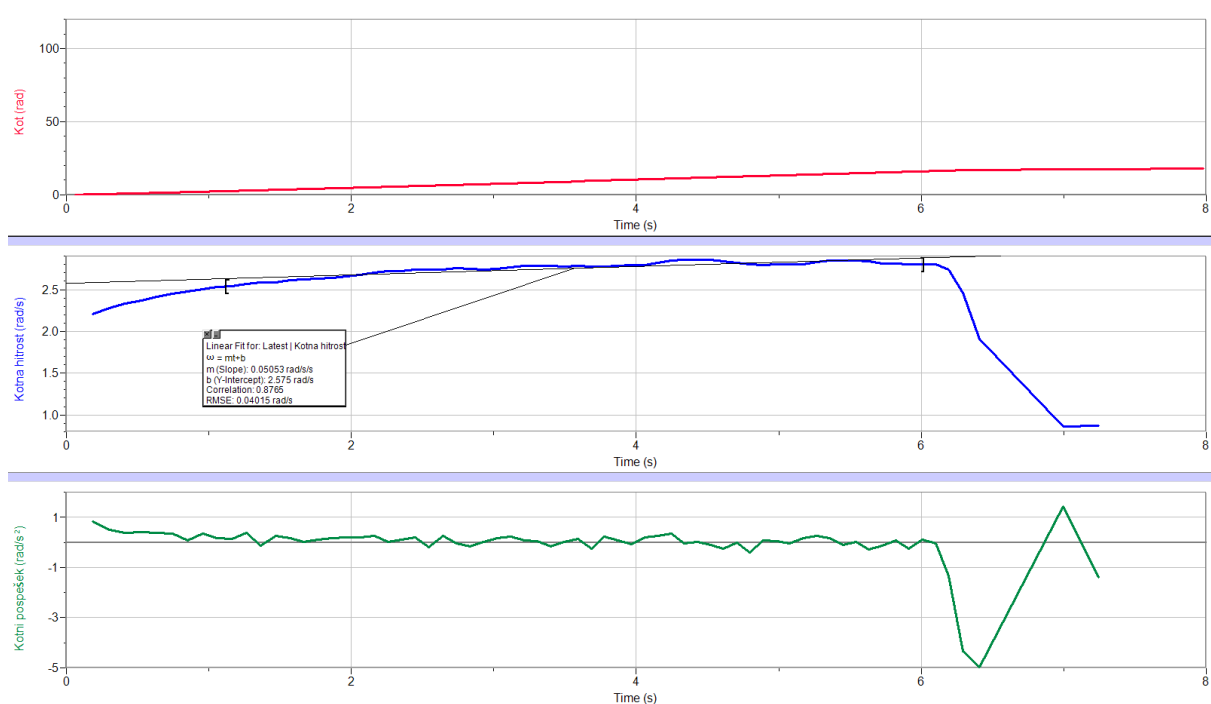
Slika 12: Viskoznost 5g 2



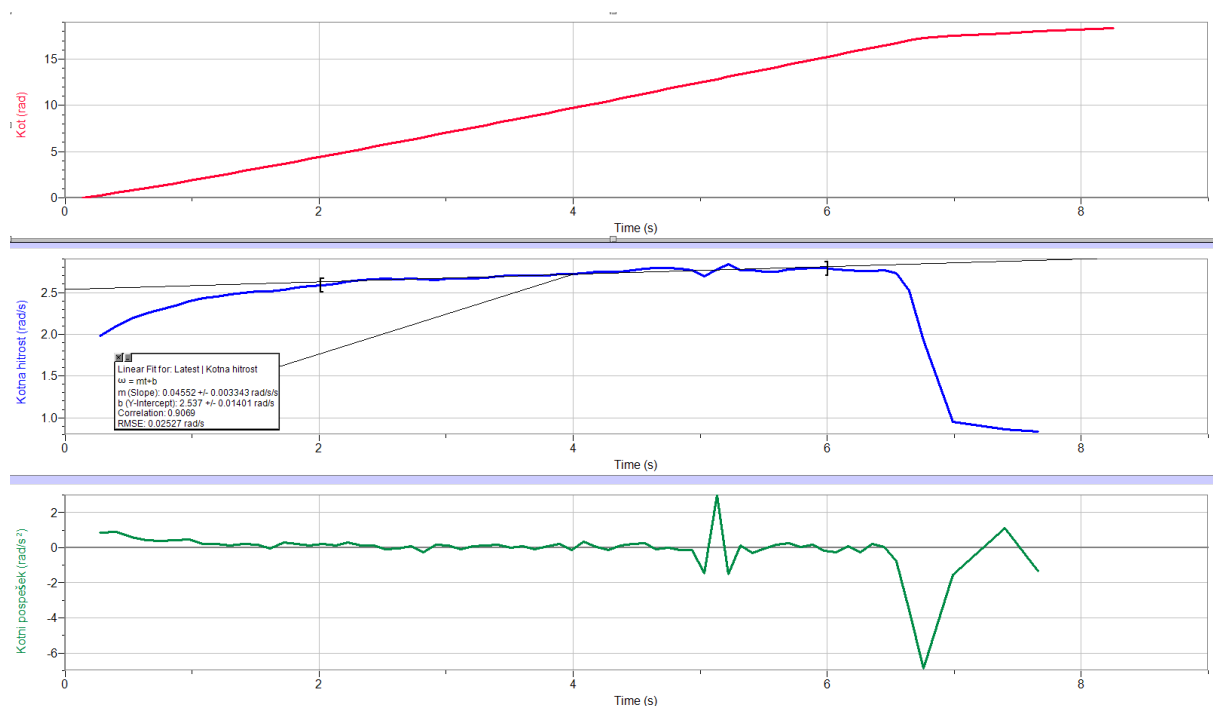
Slika 13: Viskoznost 5g 3



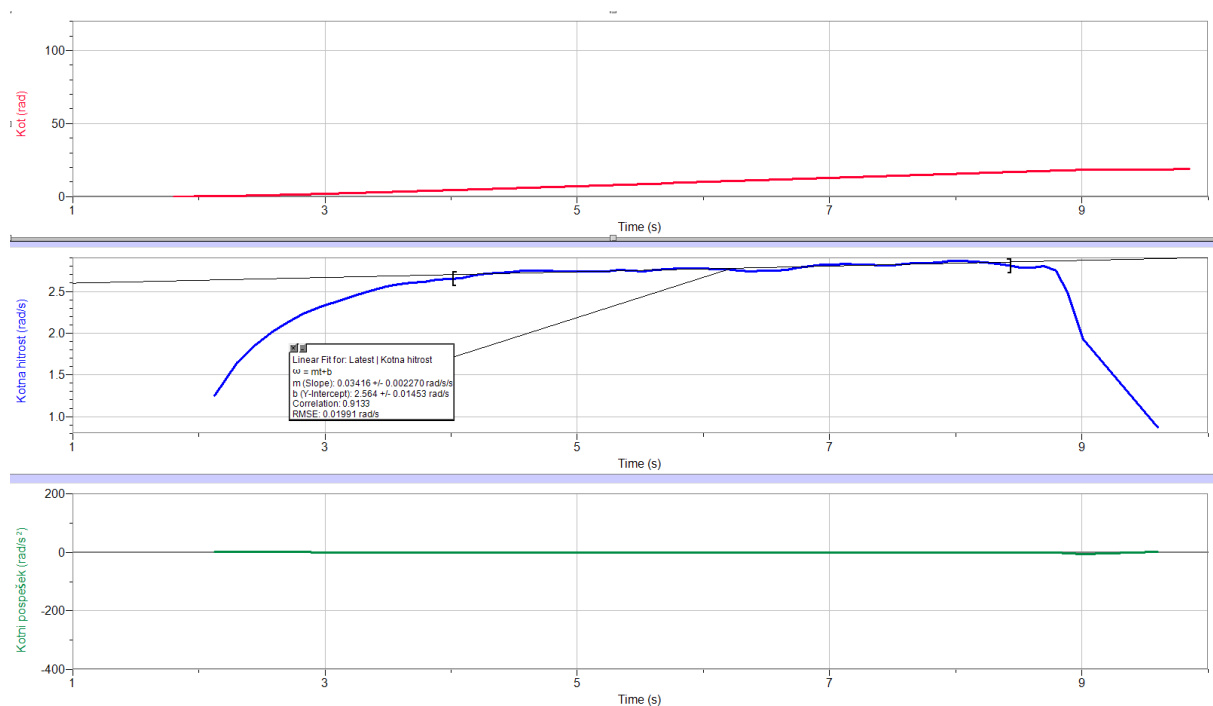
Slika 14: Viskoznost 5g 4



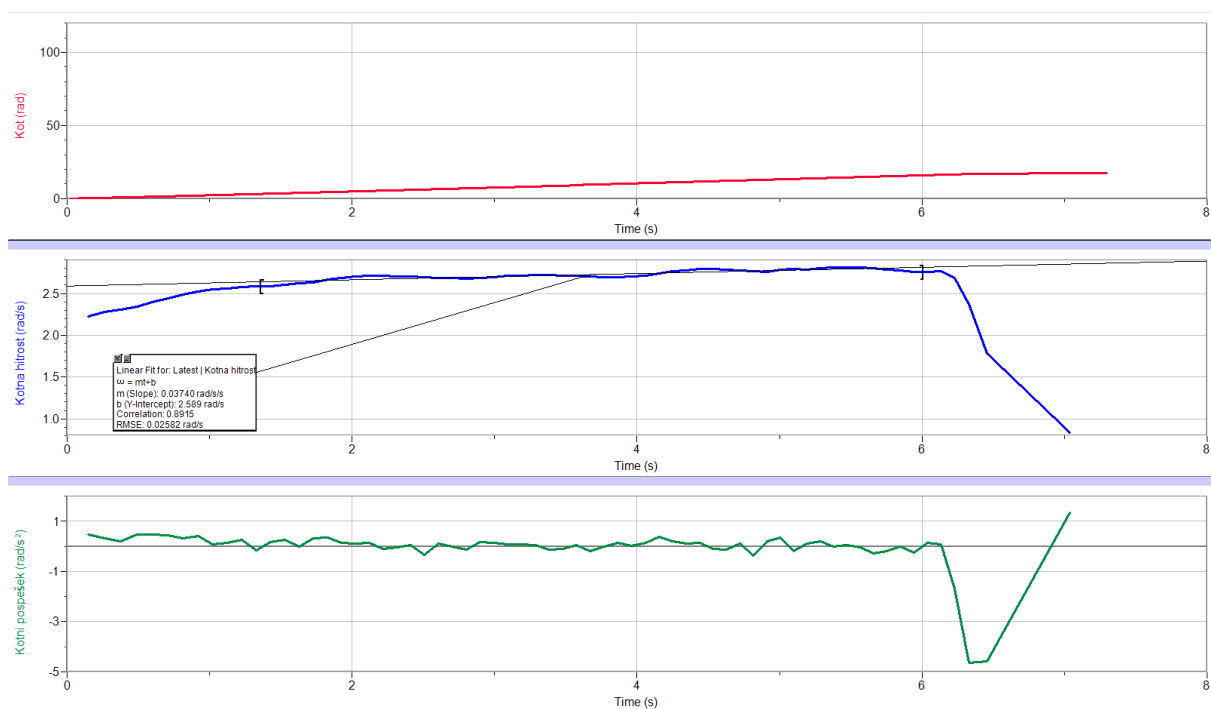
Slika 15: Viskoznost 9g 1



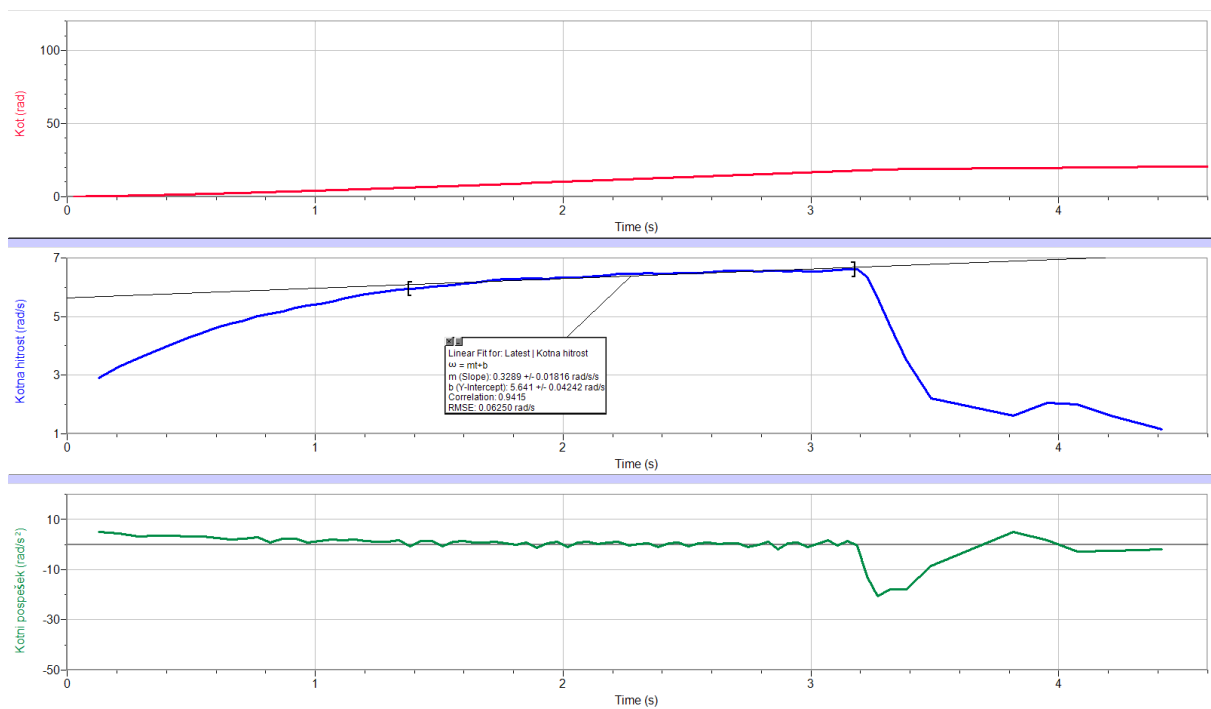
Slika 16: Viskoznost 9g 2



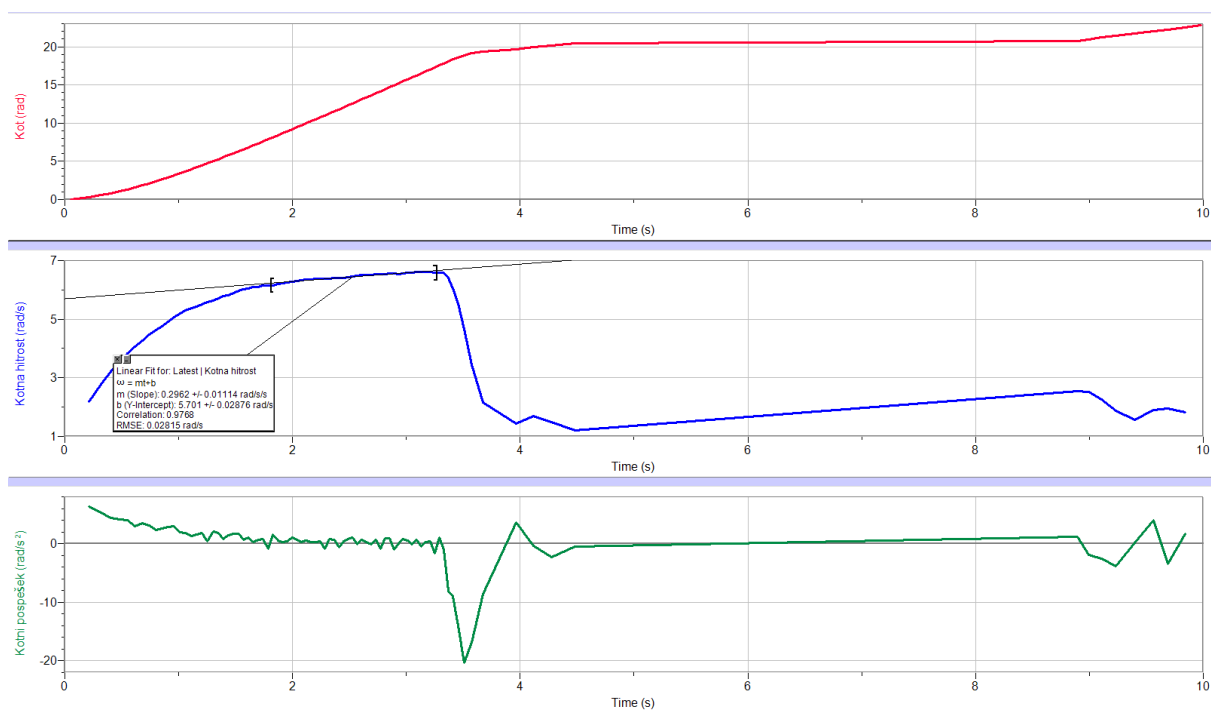
Slika 17: Viskoznost 9g 3



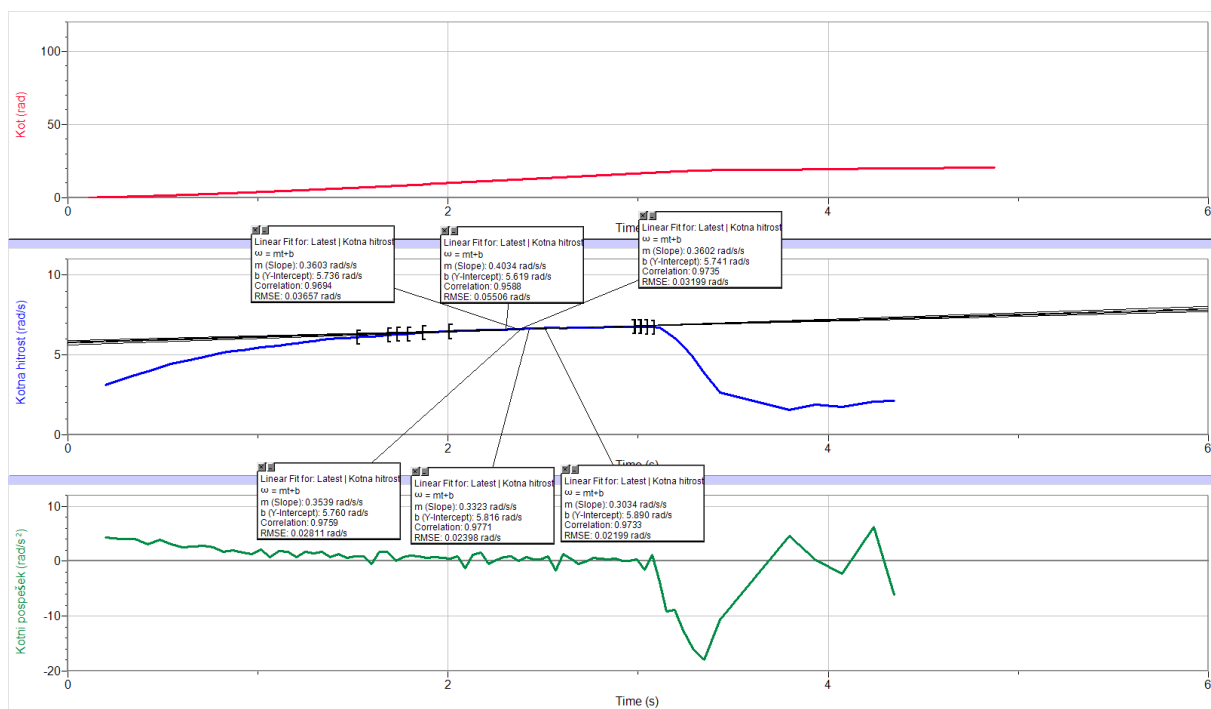
Slika 18: Viskoznost 9g 4



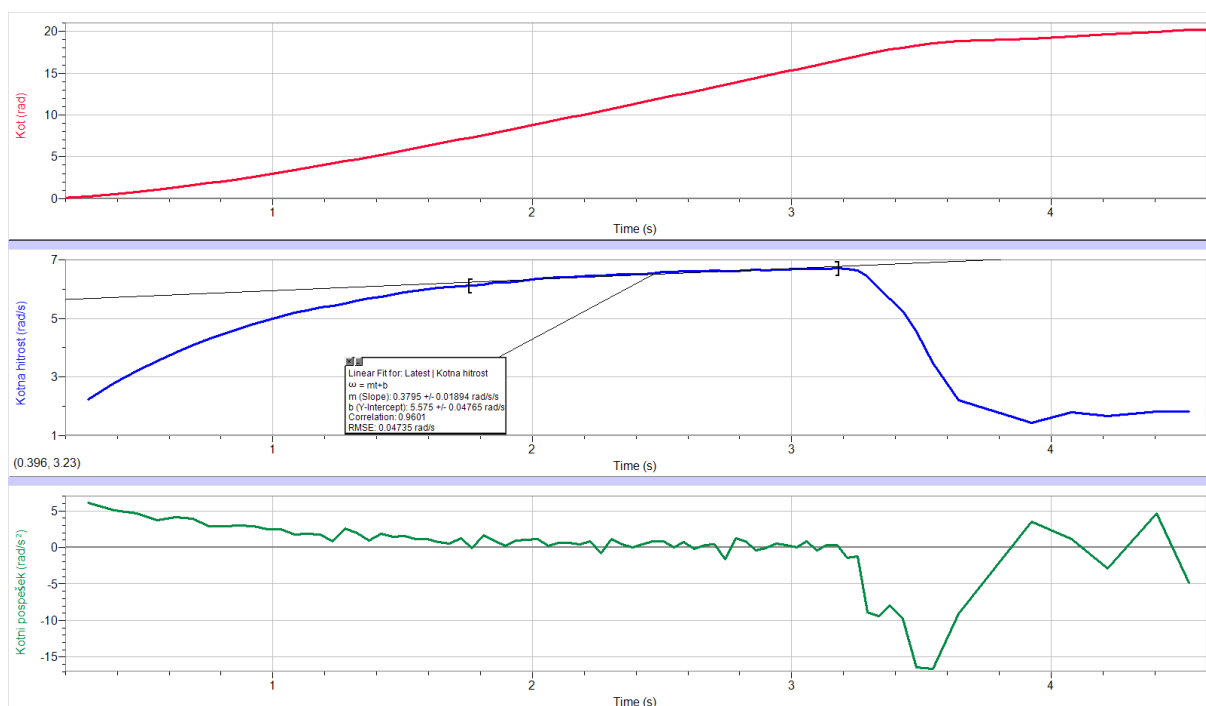
Slika 19: Viskoznost 19g 1



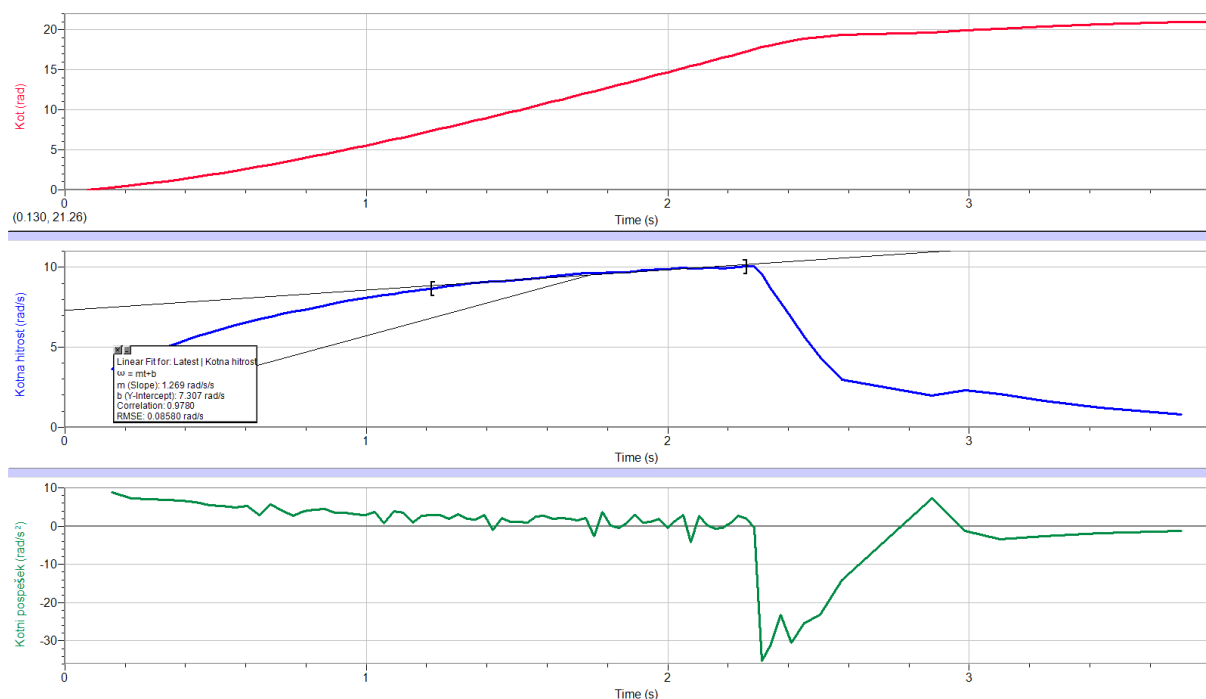
Slika 20: Viskoznost 19g 2



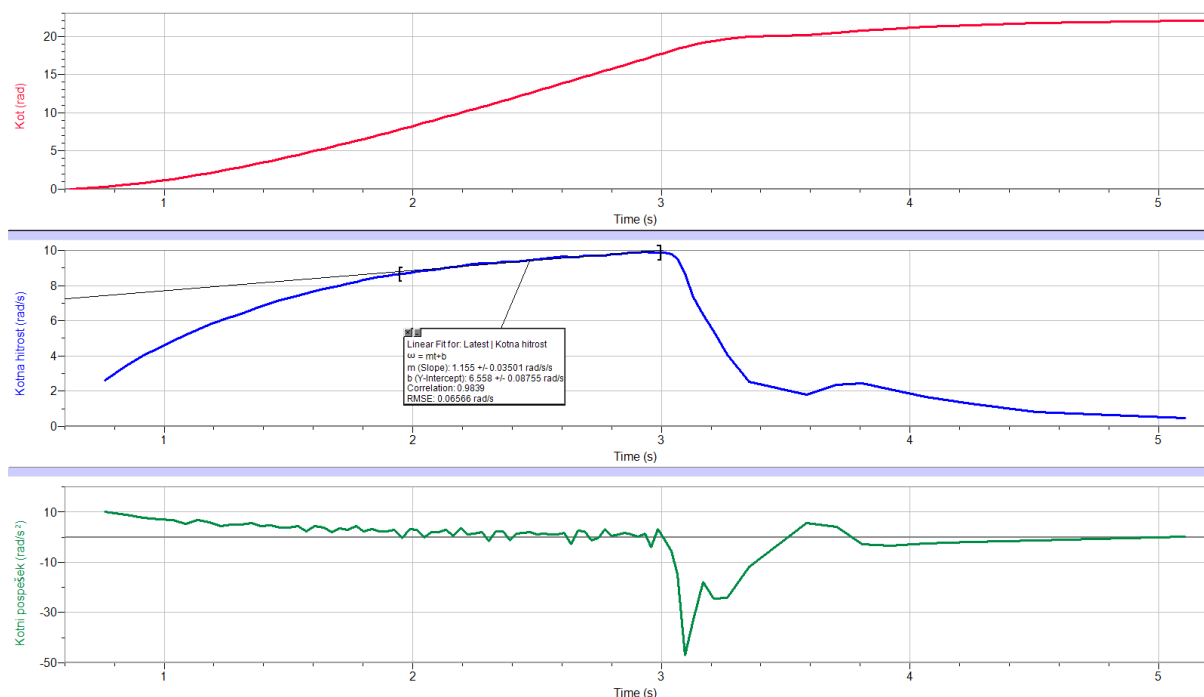
Slika 21: Viskoznost 19g 3



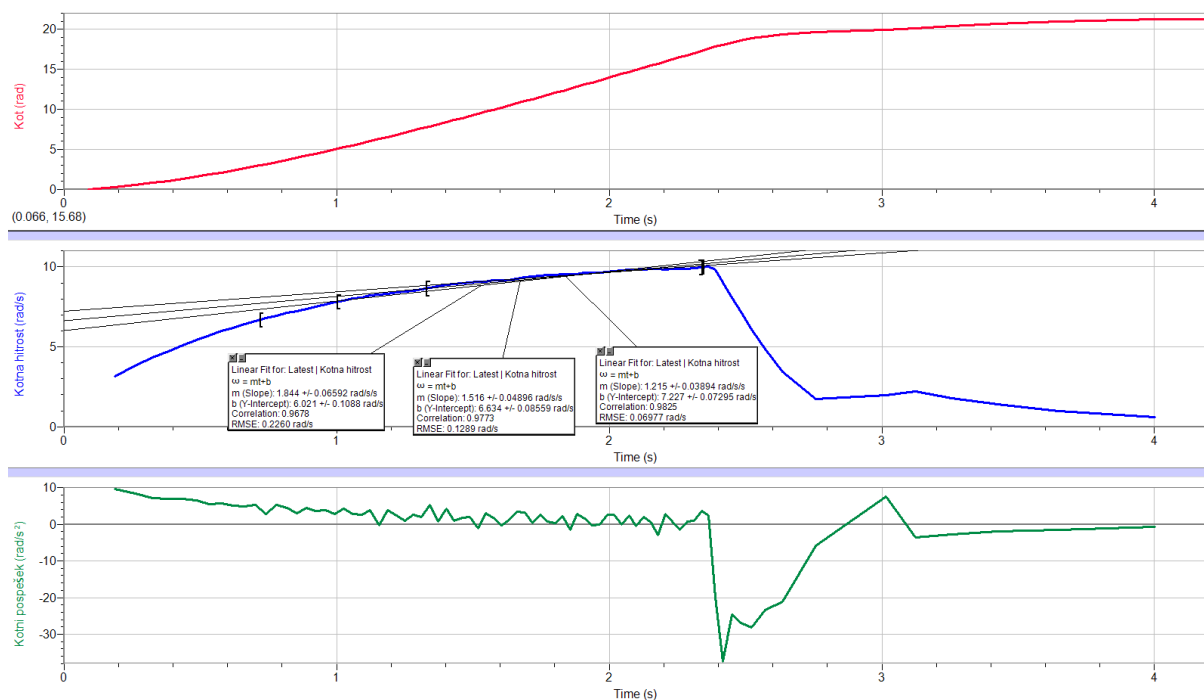
Slika 22: Viskoznost 19g 4



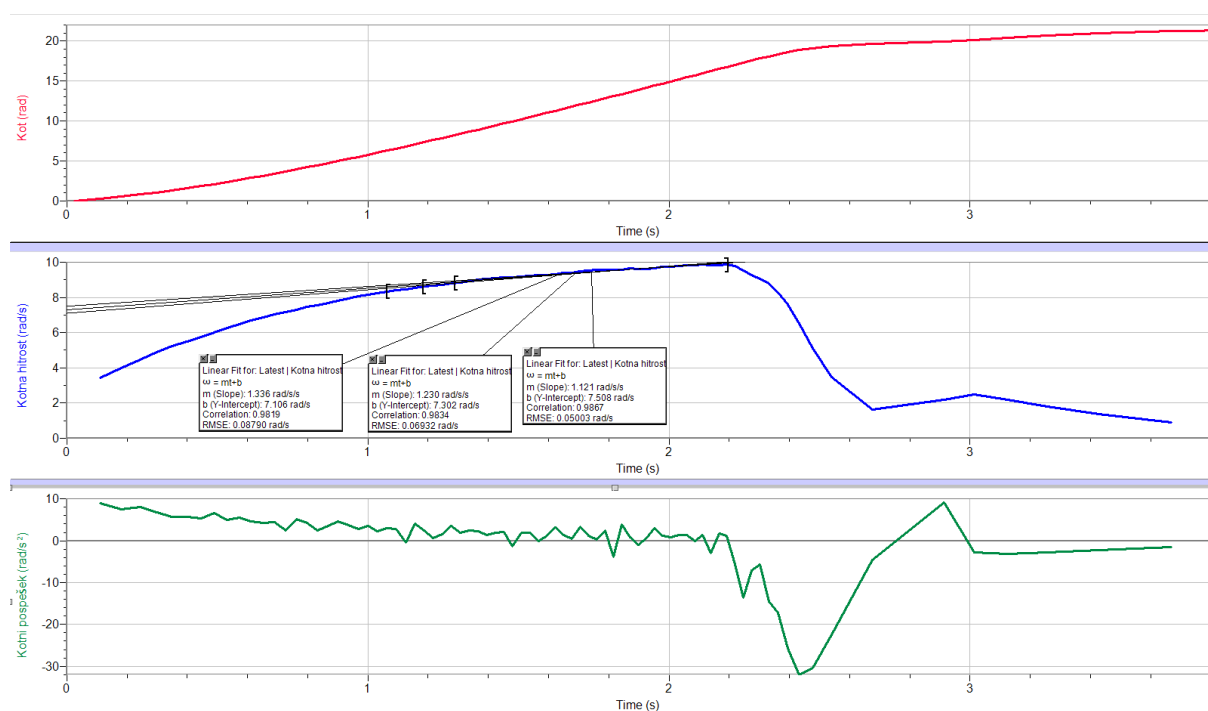
Slika 23: Viskoznost 30g 1



Slika 24: Viskoznost 30g 2



Slika 25: Viskoznost 30g 3



Slika 26: Viskoznost 30g 4