University *of Ljubljana*
Faculty *of Mathematics and Physics*

Fizikalni praktikum 3

Vaja: Zemljsko magnetno polje

Poročilo

Avtor: Orlić, Luka
Nosilec: Kladnik, Gregor
Asistent: Brecelj, Tilen

Ljubljana, 6. november 2024

Kazalo

Seznam uporabljenih simbolov in indeksov

Oznaka	Pomen

Indeks	Pomen

Slika 1: Slika meritvenih inštrumentov za Gaussovo metodo.

1 Teoretični uvod

1.1 Kompenzacijska metdoa

Pri merjenju vodoravne komponente zemeljskega magnetnega polja s kompenzacijo postavimo tuljavo v smer silnic magnetnega polja Zemlje, kakor jo kaže kompas. Velikost toka v tuljavi I nastavimo tako, da je polje v sredini tuljave ravno enako merjenemu polju, toda nasprotno obrnjeno. V primeru, ko je vsota obeh poljskih gostot enaka nič, postane magnetna igla indiferentna – nima preferenčne smeri, saj njena magnetna energija ni odvisna od orientacije. Polje tuljave računamo iz dimenzij tuljave in toka in tako določimo neznano polje $\vec{B}_Z$. Pri tem moramo upoštevati, da tuljava ni neskončno dolga; magnetna poljska gostota v njeni sredini je

$$B_t = \frac{\mu_0 NI}{\sqrt{L^2 + (2r)^2}} \tag{1}$$

kjer je L dolžina tuljave, $2r$ njen premer in N število ovojev. Indiferentno ravnotežje je v praksi težko natančno doseči, saj je v njegovi bližini navor na iglo zelo majhen (teoretično nič) in posledično je ravnovesna lega igle težko določljiva. Zato je bolje opravljati meritve izven indiferentne lege, kjer se igla v končnem času izniha v ravnovesno lego. Pri tem tuljavo zasukamo za majhen kot δ, glede na smer sever-jug, in izmerimo tok, pri katerem se postavi magnetna igla v smeri simetrale smeri sever-jug in osjo tuljave. Obe poljski gostoti sta takrat spet enaki, o čemer se prepričaj s pomočjo slike (3)

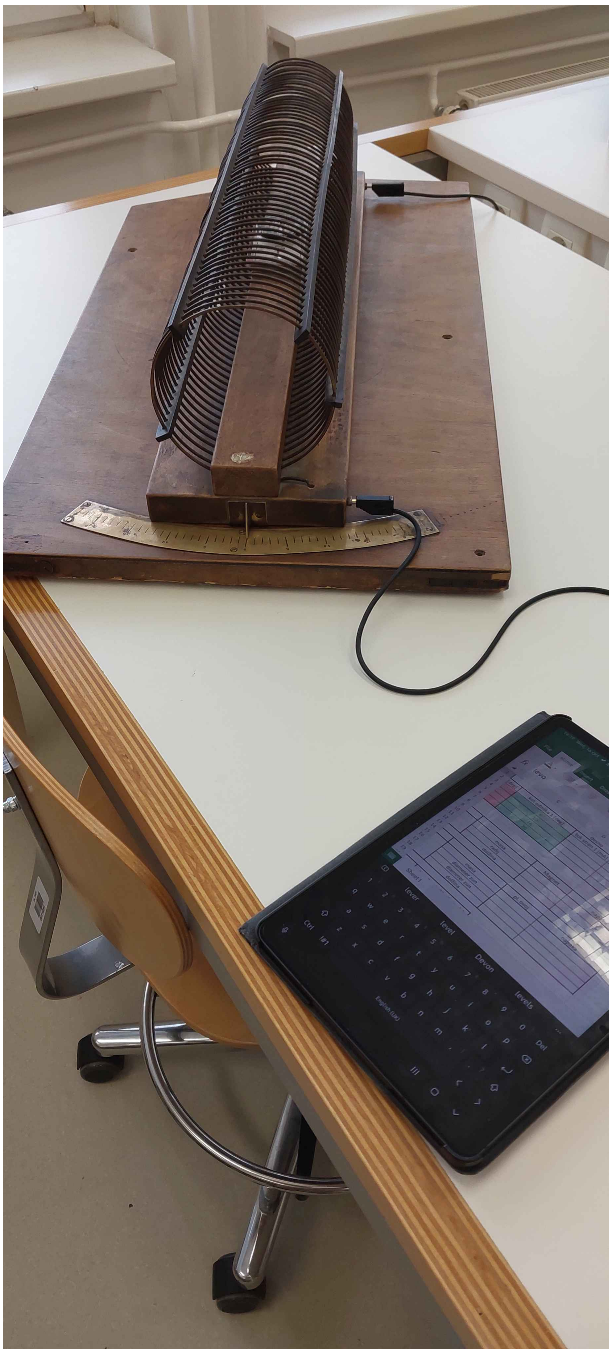
1.2 Gaussova metoda

Pri Gaussovi metodi izmerimo hkrati dve količini; vodoravno komponento magnetnega polja $\vec{B}_Z$ in magnetni moment $\vec{p}$ paličastega magneta. Zato moramo napraviti dve meritvi. Pri prvi meritvi izmerimo nihajni čas, s katerim niha prosto viseči vodoravni magnet okrog mirovne lege. Okrog navpične osi deluje nanj navor $\vec{M} = \vec{p}\vec{B}_Z(|\vec{M}| = pB_Z sin\varphi)$ in nihanje magneta opisuje naslednja enačba

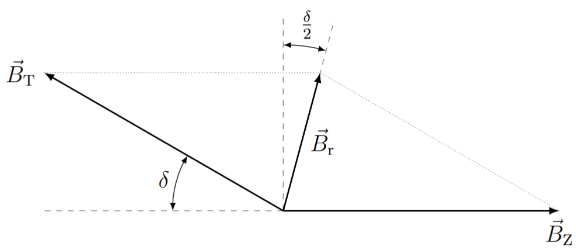
$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -pB_Z \sin(\varphi) \tag{2}$$

kjer smo z $J = m(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12})$ označili vztrajnostni moment magneta mase m okoli navpične osi, ki je oblike valja višine h in radija r. Pri majhnih amplitudah je krožna frekvenca enaka

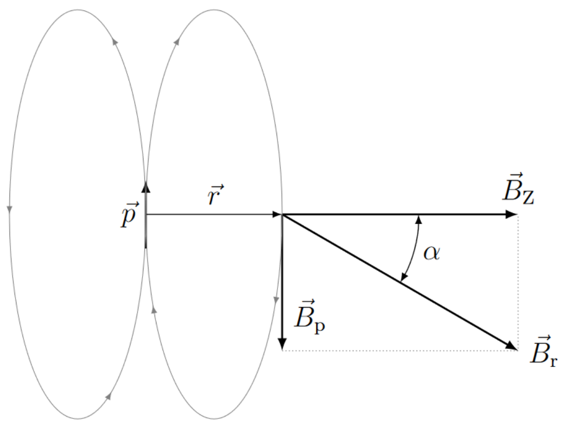
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{pB_Z}{J}} \tag{3}$$



Slika 2: Slika inštrumentov za kompenzacijsko metodo.



Slika 3: Lorem Ipsum CHANGE



Slika 4: Lorem Ipsum CHANGE

Iz meritve ω_0 določimo produkt pB_Z, druga meritev pa je potrebna, da določimo še kvocient p/B_Z. Uporabimo isti paličasti magnet kot prej in primerjamo njegovo polje z zemeljskim magnetnim poljem. Magnetno polje paličastega magneta ima v veliki oddaljenosti glede na dimenzije magneta obliko polja točkastega dipola, ki je

$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[-\frac{\vec{p}}{r^3} + \frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5}\right] \tag{4}$$

Za lažjo obdelavo rezultatov se zanimamo le za polje dipola v njegovi ekvatorialni ravnini. Takrat je produkt $\vec{p}\cdot\vec{r} = 0$ in v zgornji enačbi ostane le prvi člen. Meritev opravimo tako, da paličasti magnet postavimo pravokotno na zemeljsko magnetno polje in potem v različnih oddaljenostih od magneta v njegovi ekvatorialni ravnini z magnetno iglo določimo smer rezultante obeh polj, kakor je definirana na sliki (4). Iz naslednje relacije določimo iskani kvocien.

$$\tan(\alpha) = \frac{B_p}{B_Z} = \frac{\mu_0}{r\pi r^3}\frac{p}{B_Z} \tag{5}$$

1.3 Dodatne formule

1.3.1 Vztrajnostni moment magneta

Vztrajnostni moment magneta je isti kot polnega valja okoli centralnega diametra, torej njegov vztrajnostni moment opiše enačba (6)

$$J_{mag} = m\left(\frac{r^2}{4} + \frac{l^2}{12}\right) \tag{6}$$

1.3.2 Vztrajnostni moment plastičnega ovoja

Vztrajnostni moment plastičnega ovoja je isti kot annularnega valja okoli centralnega diametra, torej njegov vztrajnostni moment opiše enačba (7)

$$J_{ovoj} = \frac{m}{12}\left(3\left(r_{outer}^2 + r_{inner}^2\right) + h^2\right) \tag{7}$$

1.3.3 Vztrajnostni moment celotnega telesa

Vztrajnostni moment celega telesa je vsota, torej njegov vztrajnostni moment opiše enačba (8)

$$J_{total} = J_{ovoj} + J_{mag} \tag{8}$$

1.3.4 Produkt pB_z

Produkt določimo z enačbo (9)

$$pB_z = \frac{4\pi^2}{t_0^2} J_{tot} \tag{9}$$

1.3.5 Kovcient p/B_z

Produkt določimo z enačbo (10). Kot α je kot odmika od položaja sever-jug, r je razdalja med magnetom in kompasom, ostalo so znane konstante.

$$\frac{p}{B_z} = \frac{4\pi r^3}{\mu_0} \tan(\alpha) \tag{10}$$

1.3.6 Kvocient in produkt

Lahko dobimo magnetno polje s pomočjo enačb (9,10) in namreč za nas sta pomembni enačbi (11, 12)

$$B_z = \sqrt{\frac{pB_z}{\left(\frac{p}{B_z}\right)}} \tag{11}$$

$$p = \sqrt{pB_z \frac{p}{B_z}} \tag{12}$$

2 Empirični del

2.1 Naloge

1. Izmeri vodoravno komponento gostote zemeljskega magnetnega polja s kompenzacijsko in Gaussovo metodo,
    - najmanjši kot δ, pri kateremu meritev s kompenzacijsko metodo še uspe.
2. določi magnetni moment paličnega magneta.

2.2 Potrebščine

- Tuljava na vrtljivi letvi s pritrjenim kompasom,
- nastavljiv tokovni izvor,
- ampermeter,
- žiče,
- upor $(68 \pm 7)\ \Omega$
- ravnilo s kompasom,
- paličasto magnet,
- nihalo - togo vpeta viseća vrvica s plastičnim držalom v obliki votlega valja,
- štoparica,
- tehtnica,
- kljunasto merilo.

2.3 Meritve

Kot odmika [°]	Tok na ravnovesni legi [A]
4	0.177
8	0.176
12	0.175
20	0.174

Tabela 3: Tok pri danem odmiku tuljave od položaja sever-jug, napaka vseh meritev je $\Delta = \pm 0.010\,\mathrm{A}$

	Tuljava
št. navojev []	60 ± 2
dolžina tuljave [m]	0.60 ± 0.0050
diameter 1 [m]	0.13 ± 0.0050
diameter 2 [m]	0.12 ± 0.0050

Tabela 4: Izmerjene dimenzije tuljave uporabljeni za poskus.

	Plastični ovoj	Magnet
masa [kg]	0.0054 ± 0.00001	0.03460 ± 0.00001
dolžina [m]	0.04960 ± 0.00010	0.04600 ± 0.00010
zun. diameter [m]	0.01870 ± 0.000010	0.01540 ± 0.00010
not. diameter [m]	0.01600 ± 0.00010	

Tabela 5: Meritve dimenzij magneta (polni valj) in plastičnega tulca (votli valj).

2.4 Rezultati

Prvo s podatki iz tabele (3) in enačbo (1), lahko z kompenzacijsko metodo, določimo magnetno polje Zemlje, ki je:

$$B_z = (22 \pm 1)\ \mu\mathrm{T}. \tag{13}$$

Za določanje magnetnega polja s pomočjo Gaussove metode moramo najprej narediti nekaj korakov. Prvo moramo izračunati vztrajnostni moment telesa, ki ga lahko dobimo s pomočjo podatkov iz tabele (5) in enačbu (6, 7, 8), ter dobimo:

$$J_{tot} = (10 \pm 0,04)\ \mathrm{mg\,m^2}, \tag{14}$$

Od tod dalje lahko enostavno dobimo tudi povprečni čas nihaja s pomočjo povprečenja in standardne deviacije meritev iz tabele (6), ter dobimo:

$$\overline{t_0} := t_0 = (2,71 \pm 0,01)\ \mathrm{s}. \tag{15}$$

Posledično z podanimi vrednostmi in enačbo (9), lahko dobimo produkt pB_z, katerega vrednost je:

$$pB_z = (68 \pm 1)\ \mu\mathrm{J}, \tag{16}$$

podobno lahko tudi z enačbo (10), dobimo kvocient p/B_z, katerega vrednost je:

$$\frac{p}{B_Z} = (135 \pm 0,4)\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{T}^2}. \tag{17}$$

Končno z malo osnovne matematike in premetavanja lahko z enačbama (11, 12), dobimo magnetni moment paličastega magneta in magnetno polje Zemlje:

$$p = (3 \pm 0,03)\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{T}} \tag{18}$$

$$B_z = (22,4 \pm 0.2)\ \mu\mathrm{T} \tag{19}$$

Meritev	Povprečni čas nihaja [s]
1	2.71
2	2.72
3	2.70

Tabela 6: Povprečen čas za en nihaj pri vsaki meritvi. Skupaj smo povprečje dobili iz časov za 13 nihajev.

Odmik magneta [m ±0.0005 m]	odmik na kompasu [° ± 2°]
0.1117	82
0.2117	52
0.2417	42
0.2617	38
0.3117	24
0.5117	8

Tabela 7: Odmiki na kompasu v stopinjah v odvisnosti od oddaljenosti magneta od kompasa. Magnet smo pri tem obračali, tako da se kompas odkloni v obe smeri, a zaradi dobre kalibracije aparatov, smo imeli simetrične meritve znotraj napake.

3 Zaključek

Z meritvami smo zadovoljni, ker se prekrivata rezultata meritev po kompenzacijski in Gaussovi metodi, specifično ima kompenzacijska metoda večjo napako za toliko, da pokrije celotno meritev Gaussove metode vključno z celotnim območjem napake. Zaključimo lahko, da je v našem primeru Gaussova metoda bila bolj natančna, a z bolj finim izvorom toka pri kompenzacijski metodi in natančnejšim načinom odčitka smeri kompasa, bi verjetno lahko napako znatno zmanjšal. To trditev bi morali preveriti s poskusom.

Zanimivo je da pri produktu in kvocientu p in B_z naj bi bilo približno deset redov velikostne razlike. Intuitivno je to ogromno, a se izkaže pri izračunu magnetnega polja po Gaussovi metodi, da pride dober rezultat.

Rezultat za magnetni moment paličastega magneta se nam zdi smiselen, saj naj bi magnet v velikostnem razredu kovancev centov imel velikostni red pol amper metra-na-kvadrat.

Po R. Čop, D. Deželjin, et. al, Naslov: "Preliminary Measurements of Geomagnetic-field Variations in Slovenia"; dostopno na:("https://ev.fe.uni-lj.si/3-2011/Cop.pdf") in posneto: 20.10.2024 ob 16:06, naj bi na Sinjem vrhu bilo izmerjeno magnetno polje nekoliko več od 40 µT. Sklepamo lahko, da so okoliška magnetna polja in objekti v Ljubljani (na FMF-ju) uplivale na meritve oziroma nismo zadostno upoštevali napak ali vpliva okolice.