

UNIVERZA V LJUBLJANI

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

**Poročilo vaje**

Vaja 49 - Prehodni pojavi v električnih krogih

Luka Orlić

26. marec 2023

# Kazalo

<b>Seznam uporabljenih simbolov</b>	<b>2</b>
<b>1 Teoretični uvod</b>	<b>3</b>
1.1 Praznjenje . . . . .	3
1.2 Polnjenje . . . . .	3
1.3 Nihajni krog . . . . .	4
<b>2 Naloga</b>	<b>6</b>
<b>3 Potrebščine</b>	<b>6</b>
<b>4 Skica</b>	<b>6</b>
<b>5 Meritve</b>	<b>6</b>
5.1 Metodologija . . . . .	7
<b>6 Obdelava meritev</b>	<b>7</b>
6.1 Praznjenje . . . . .	7
6.2 Polnjenje . . . . .	8
6.3 Nihanje . . . . .	8
<b>7 Analiza rezultatov</b>	<b>9</b>

## Seznam uporabljenih simbolov

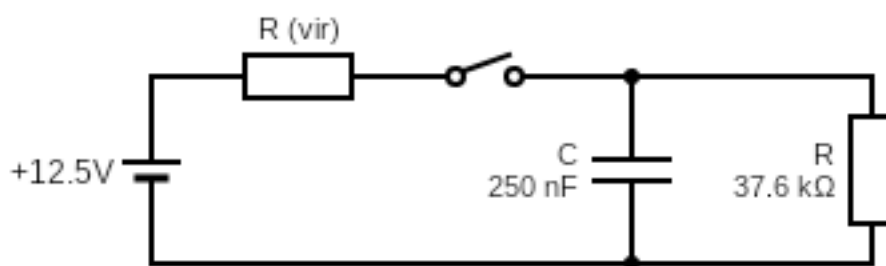
Oznaka	Pomen
$U$	Napetost, enota: $V$
$I$	Tok, enota: $A$
$C$	Kapacitivnost, enota: Farad, $F$
$L$	Induktivnost, enota: Henry, $H$

Indeks	Pomen
1	objekt 1
2	objekt 2
3	objekt 3
$n$	notranji
$r$	upornika (Resistor)
$i$	induktor (Inductor)
$c$	kondenzatorja (Capacitor)

# 1 Teoretični uvod

Kondenzatorji so v osnovi dve plošči prevodnika, med katerimi je električni izolator. Tako se na ploščah nabirata različna naboja zaradi vira napetosti, ko je ta priključen na vezje.

## 1.1 Praznjenje



Slika 1: Vezje za opazovanje praznjenja kondenzatorja

Na vezju v sliki (2) lahko vidimo vezje s katerim bomo opazovali polnjenje kondenzatorja. Če privzamemo, da je kondenzator na začetku prazen, ter se stikalo ne stika, ne bo sklenjen niti en električni krog, vendar pa ko se stikalo zapre in sklene električni krog, polged tega, da čez upornik steče tok, se začne polnit tudi kondenzator. Napetost na kondenzatorju poganja tok po enačbi (1) hkrati se naboj na kondenzatorju zmanjšuje po enačbi (2). Ko ju enačimo, za tok, dobimo diferencialno enačbo (3):

$$I = \frac{U}{R} \quad (1)$$

$$I = -\frac{de}{dt} = C \frac{dU}{dt} \quad (2)$$

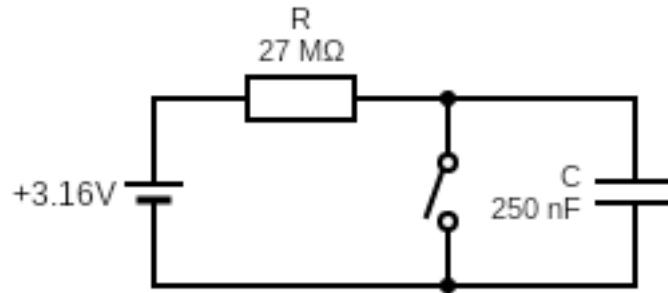
$$0 = \frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC} \quad (3)$$

$$U = U_0 e^{-t/\tau} \quad (4)$$

Ko rešimo dano diferencialno enačbo dobimo za rezultat enačbo (4).

## 1.2 Polnjenje

Če privzamemo, da je stikalo sklenjeno, v vezju, ki ga prikazuje slika (2), je na kondenzatorju napetost 0. Ko stikalo razklenemo, steče v kondenzator električni tok  $I$  in ga začne polniti. V vsakem trenutku



Slika 2: Vezje za opazovanje polnjenje kondenzatorja. OPOMBA: Napetost na skici prikazana na viru, je največja napetost kondenzatorja!

napetost na kondenzatorju sledi enačbi (5) kjer je  $U$  napetost na kondenzatorju. Tok polni kondenzator zato velja enačba (6). Nastavek za reševanje problema dveh enačb zapišemo kot (7), ko pa le to rešimo, pri pogoju  $t = 0$  je napetost na kondenzatorju 0, dobimo enačbo (8).

$$U_n = U + IR \quad (5)$$

$$I = \frac{de}{dt} = C \frac{dU}{dt} \quad (6)$$

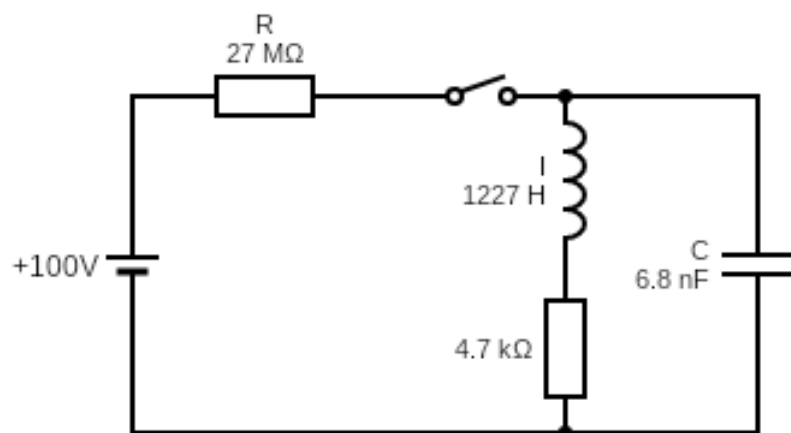
$$\frac{U_n}{RC} = \frac{dU}{dt} + U \frac{1}{RC} \quad (7)$$

$$U = U_n(1 - e^{-t/\tau}); t = 0 \implies U(t) = 0 \quad (8)$$

### 1.3 Nihajni krog

Nihajni krog prikazuje slika (3), naj bo ob danem trenutku napetost na kondenzatorju  $U$ , po krogu teče tok  $I$ . Vsota napetosti v krogu, ki ga sestavljata tuljava in kondenzator je enaka 0, tako dobimo enačbo (9). Pri tem je  $-LdI/dt$  napetost zaradi induktivnosti,  $-RI$  pa napetost na uporih tuljave. Tok črpa naboj na kondenzatorj po enačbi (10). Ko to vstavimo v prejšnjo enačbo dobimo enačbo (11). Zapisali smo  $2\beta = R/L$  in  $\omega_0^2 = 1/(LC)$ , kjer je  $\beta$  koeficient dušenja,  $\omega_0$  pa lastna frekvenca nedušenega kroga. Enačbo rešimo z nastavkom enačbe (12), kjer je  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ . Od začetnih pogojev ob času  $t = 0$ , to je od začetne napetosti in od začetnega toka, sta odvisna koeficienta  $A$  in  $B$ . Preko izpeljave za  $A$  in  $B$ , dobimo splošno enačbi (13) in (14) za koeficienta  $A$  in  $B$ . Za dane podatke ugotovimo da je člen  $1/(\omega RC) \gg$  od drugih členov zato posledično lahko napišemo enačbo (15).

$$U - L \frac{dI}{dt} - RI = 0 \quad (9)$$



Slika 3: Vezje za opazovanje nihajnega kroga. OPOMBA: Napetost na skici prikazana na viru, je največja napetost kondenzatorja!

$$I = -\frac{de}{dt} = -C \frac{dU}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0 \quad (11)$$

$$U = e^{-\beta t} [A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)] \quad (12)$$

$$A = I_0 R \left( \frac{\beta}{\omega} - \frac{1}{\omega RC} \right) \quad (13)$$

$$B = I_0 R \quad (14)$$

$$U = -\frac{I_0}{\omega_0 C} e^{-\beta t} \sin(\omega_0 t) \quad (15)$$

## 2 Naloga

- i.) Opazuj z osciloskopom polnjenje in praznjenje kondenzatorja. Izmeri in izračunaj relaksacijski čas.
- ii.) Opazuj z osciloskopom dušeno nihanje nihajnega kroga. Izmeri in izračunaj frekvenco kroga, koeficient dušenja in začetni tok po krogu.

## 3 Potrebščine

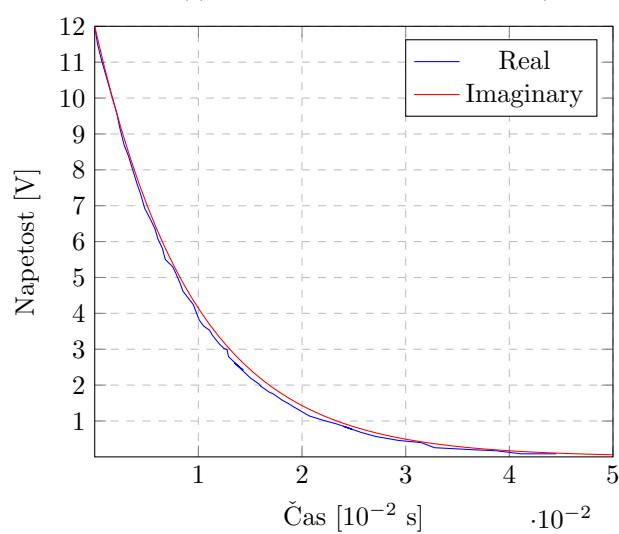
- Osciloskop
- Periodično sitkalo
- stikalna plošča
- Upori, kondenzator in tuljava na vtičnih podložkah
- Usmernik
- Multimeter

## 4 Skica

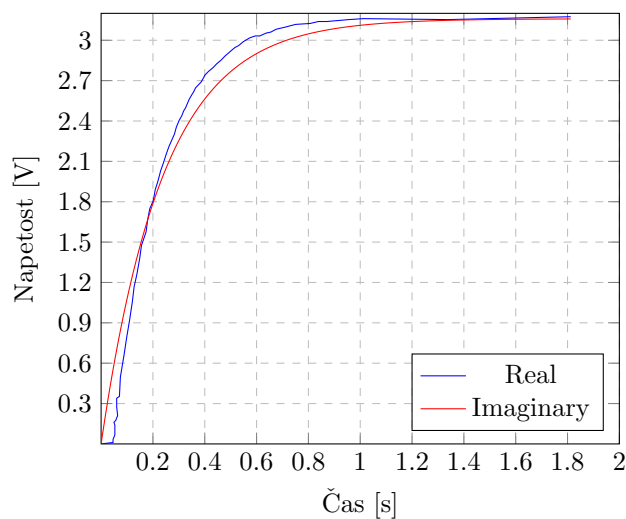
Skice so vključene v besedilo.

## 5 Meritve

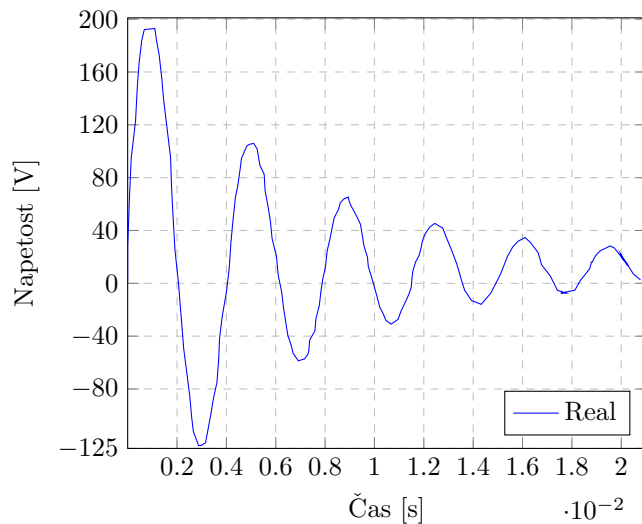
Graf 1:  $U(t)$  - praznjenje kondenzatorja ( $N = 64$ )



Graf 2:  $U(t)$  - polnjenje kondenzatorja ( $N = 68$ )



Graf 3:  $U(t)$  - oscillation of a circuit ( $N = 148$ )



## 5.1 Metodologija

Grafe kondenzatorjev smo digitalizirali ter to preverili, ter odpravili vse napake, bodisi zaznavanje robov in ostalih elementov, ki niso graf sam, bodisi popravljanje slabo postavljenih meritev. Za graf nihanja nihajnega kroga smo ročno odmerili nekaj točk z grafa z isto metodo.

## 6 Obdelava meritev

### 6.1 Praznjenje

S pomočjo enačbe (4) smo določili  $\tau$ :

$$\tau = 0,008969s ; RMS = 0,0515782 \quad (16)$$



## 6.2 Polnjenje

S pomočjo enačbe (8) smo določili  $\tau$ :

$$\tau = 0,239914s ; RMS = 0,236688 \quad (17)$$

## 6.3 Nihanje

Iz podatkov maksimumov in minimumov določimo  $\omega_0 = 0.003688s$ .  $\beta$  smo določili s pomočjo zaporednih amplitud, tako da velja enačba (18), ter preverili z enačbo (19). S pomočjo enačbe (15) smo določili  $I$ .

$$\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right) = \beta(t_2 - t_1) \quad (18)$$

$$\beta = \frac{R}{2L}; \beta = 56,23 s^{-1} \quad (19)$$

$$I = 0,0125843s ; RMS = 50,0807 \quad (20)$$

Opomba:  $I$  je izračunan z vsaj 35% napako, sicer je napaka verjetno večja.  $\beta$  ima 10% napako.  $\tau$  ima v obeh primerih 12,3% napako.

## 7 Analiza rezultatov

Rezultati so bili obdelani z računalnikom. Težave so nastopale predvsem pri odčitavanju napetosti z osciloskopske meriteve. Meritev bi se dalo izboljšati z boljšim prenosom podatkov od osciloskopa do računalnika, tako da se umakne natisnjeni posredni medij.