

图像处理与识别

主讲: 张磊

E-mail: leizhang@cqu.edu.cn

URL: <http://www.leizhang.tk>

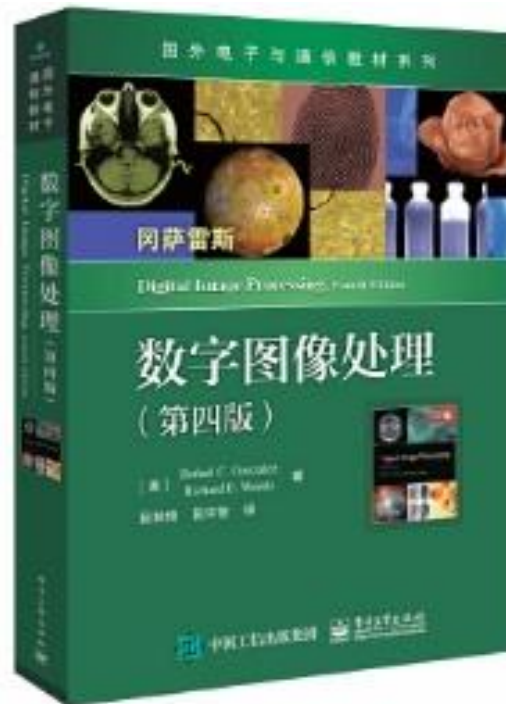


第一课





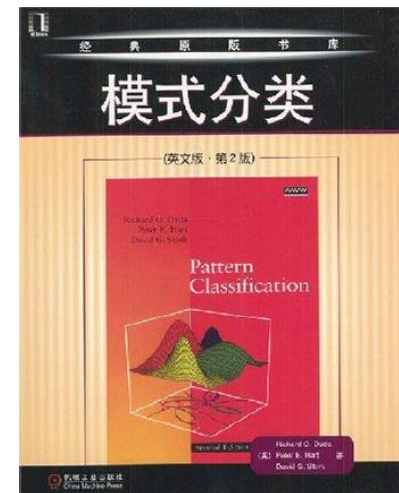
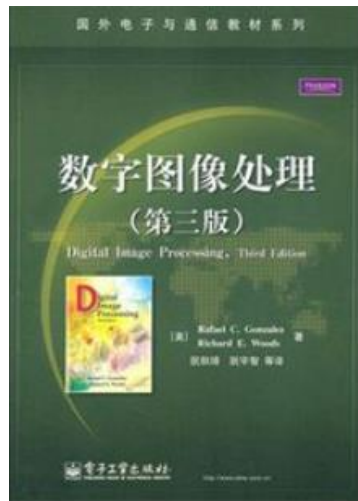
教材：《数字图像处理》第四版，电子工业出版社，2020年，[美]Rafael C. Gonzalez（拉斐尔·C.冈萨雷斯），Richard E. Woods（理查德·E.伍兹），阮秋琦译





参考教材和书目：

- [1] R.C. Gonzalez. R.E. Woods. Digital Image Processing (Third Edition) . 电子工业出版社，2011
- [2] R.C. Gonzalez. R.E. Woods, S.L. Eddins, Digital Image Processing Using MATLAB (Second Edition), Prentice Hall, 2012
- [3] Richard O. Duda, Peter E. Hart, David G. Stork, Pattern Classification(模式分类), 2nd edition, 机械工业出版社，2004





课程安排

- 课程学时：4学时/次*12次=48学时
- 学分：3个学分
- 考试成绩(百分制):
 - 学术报告(30%)+出勤与表现(10%)=40%
 - 课程笔试考核(半开卷)=60%

报告方式:

- ✓ 2人/组
- ✓ 1篇论文/组，报告形式PPT，时间不低于40分钟
- ✓ 现场为每个成员分别打分

课程要求：课堂认真听、课后无须学



学术文献

■ Journal paper

- IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence
- IEEE Transactions on Image Processing
- IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems
- IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology
- IEEE Transactions on Multimedia

■ Conference paper

- CVPR, ICCV, ECCV



课程基础

◆ 本课程所需的数学基础

- Probability statistics (概率统计)
- Optimization theory (优化理论)
- Matrix theory (矩阵论)
- Linear algebra (线性代数)

◆ 编程语言基础 Programming

- C, Matlab, Python



课程教学目标

- ▶ 掌握图像**变换**基本原理
- ▶ 掌握图像空域和频域**增强**基本方法
- ▶ 掌握图像**复原**的基本算法
- ▶ 掌握图像**分割**基本原理
- ▶ 理解图像**分析**与**描述**方法
- ▶ 掌握图像**识别**与**分类**原理
- ▶ 理解基本的模式分类模型
- ▶ 了解机器学习在图像分类中的应用
- ▶ 熟练运用C、M、Python语言编写算法代码



-
- ▶ One picture is worth more than ten thousand words
 - ▶ ——Anonymous

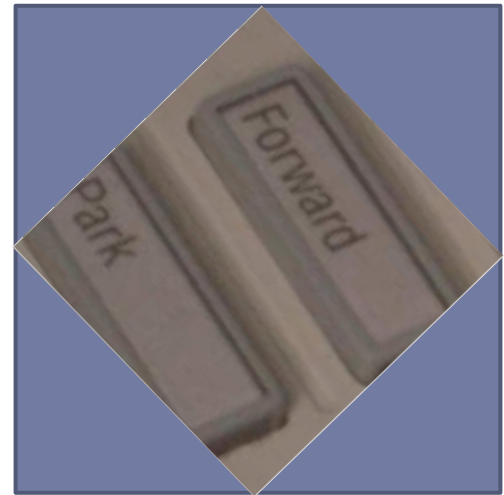
► Question 1: What is **image processing**, and why?



Noisy

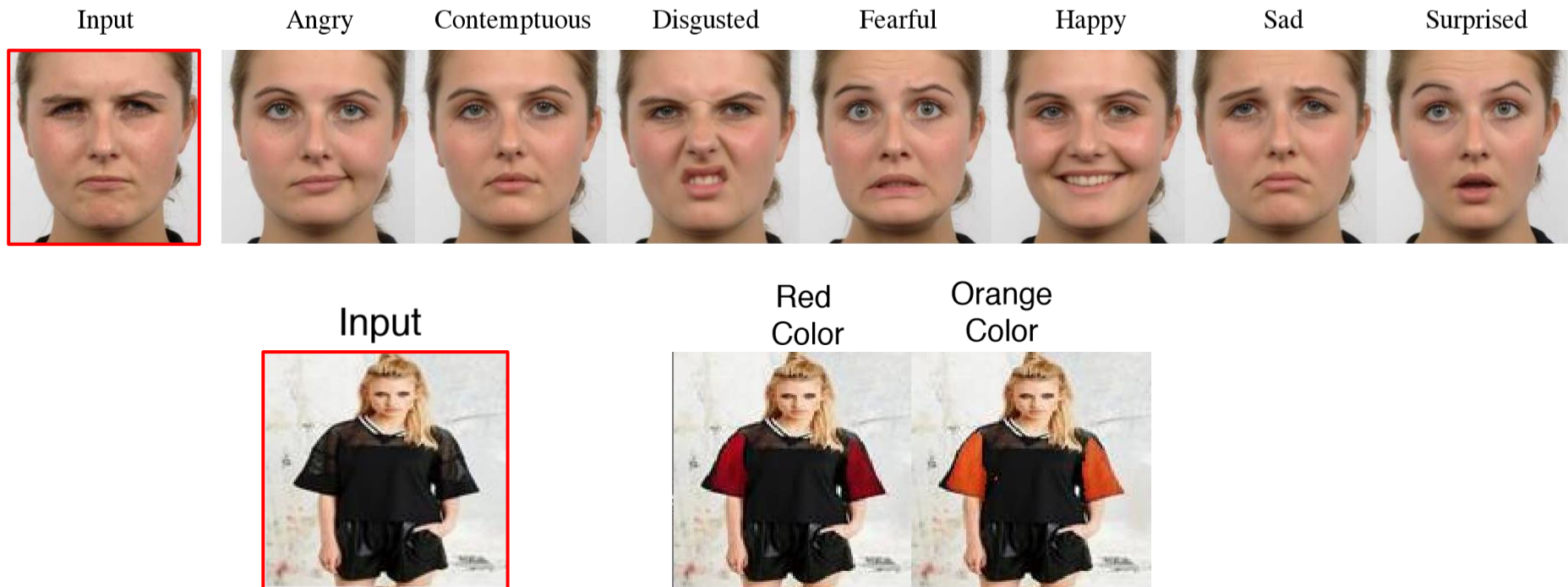


Clean



Rotation

► From image processing to image editing (manipulation).



► From image editing to image synthesis (AIGC).

画一张唐伯虎点秋香的图

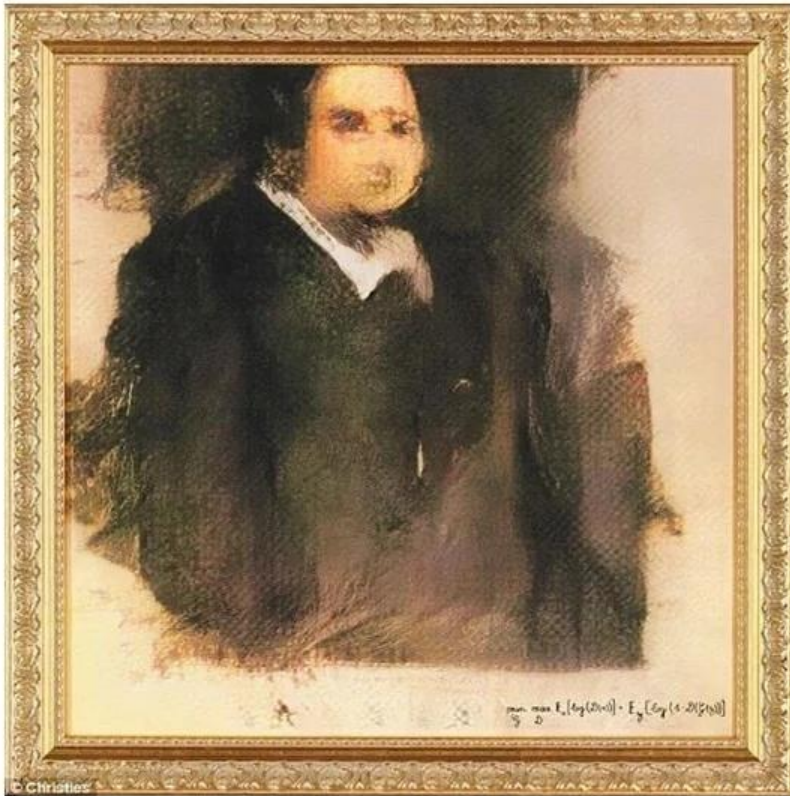


请画一张街道上车水马龙的图片





2022年8月在美国科罗拉多州举办的艺术博览会上，一幅名为《太空歌剧院》的画作最终获得数字艺术类别冠军。该作品先由AI制图工具Midjourney生成，再经Photoshop润色而来。

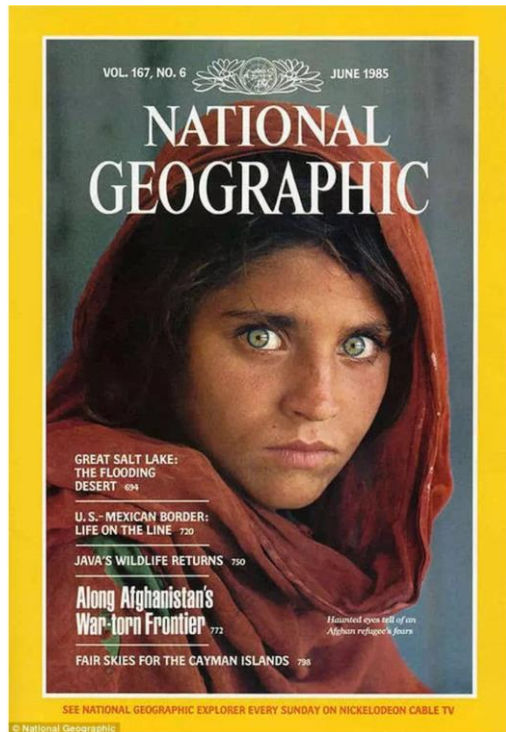


2018年11月，佳士得拍卖会上拍卖了一张由人工智能画的肖像画，名字叫《埃德蒙·贝拉米》（Edmond de Belamy）。该画最终售价43.25万美元（约**310万元人民币**），远超当初7000到1万美元的预计售价，甚至高于同场的毕加索画作的售价。



妖艳的狐

► Question II: What is **image recognition**, and why?



“绿眼睛女孩”



1985

2002

► Question II: What is **image** recognition, and why?



► From image recognition to **image caption**?



two zebras and a giraffe standing by a tree



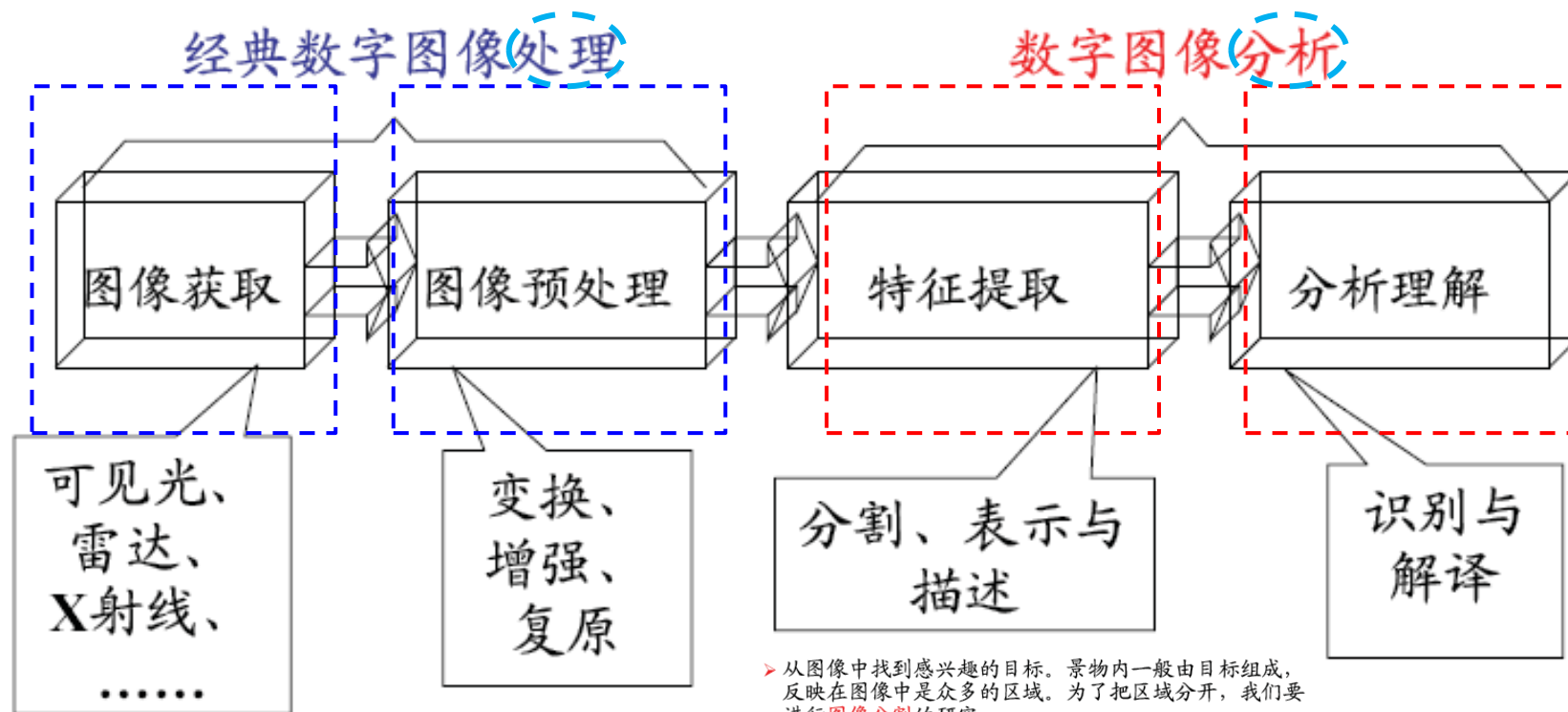
a man cooking hot dogs on a grill

► Question III: How to get the image?

- ① 电磁波谱成像(依赖于照射源)
- ② 声波成像(不依赖照射源)



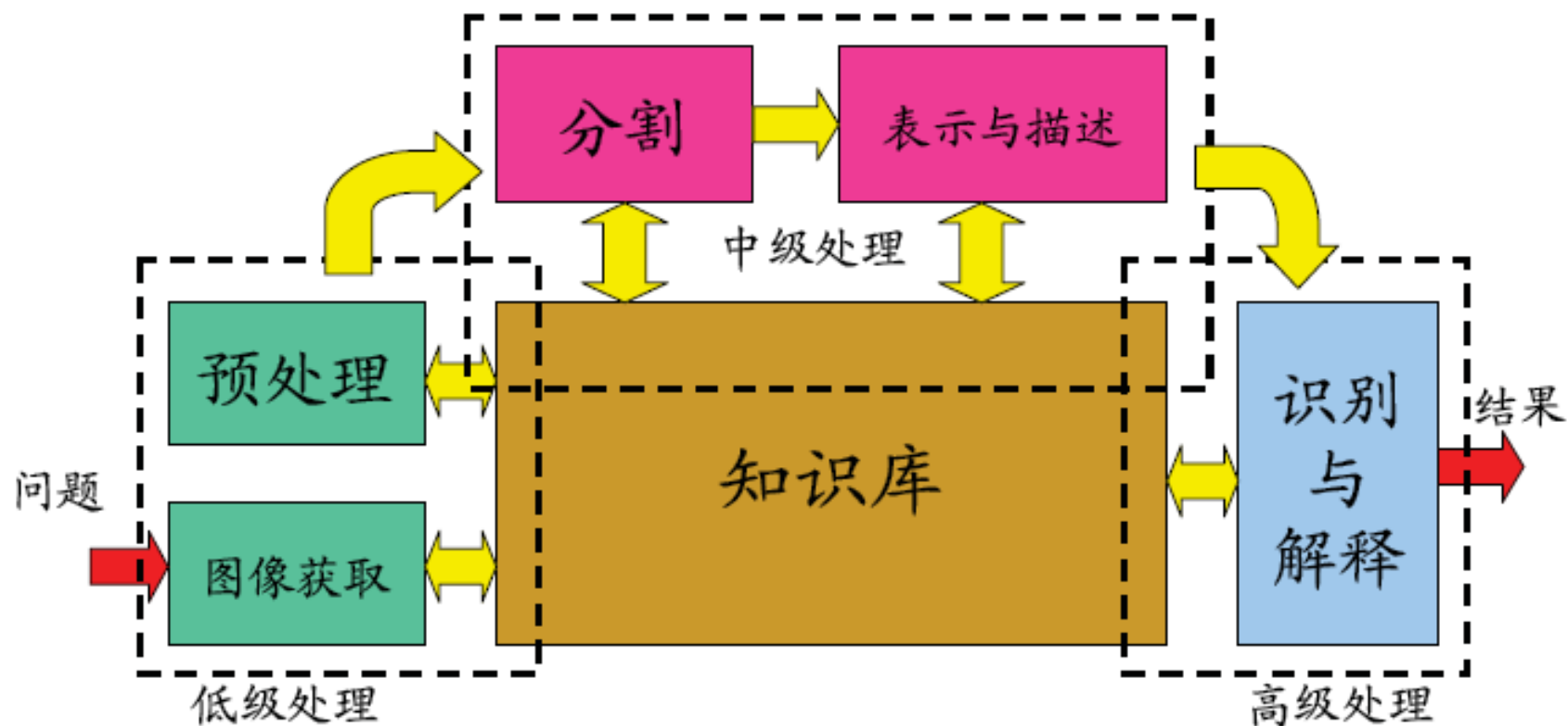
课程内容综述



- 从图像中找到感兴趣的目标。景物内一般由目标组成，反映在图像中是众多的区域。为了把区域分开，我们要进行**图像分割**的研究
- 每个目标或区域由于某些特征的不同与其它区域区别开来，边缘、纹理、形状、颜色都是重要的特征。图像分割离不开**图像特征及其提取**方法的研究。
- 对每个提取出来的目标还需要用能够有效的表示，这就需要研究**形状分析**，**表示与描述**方法
- 判断某种特征是否存在的判决也可以认为是一个识别的过程，判断每一个目标的类别也是一个识别的过程。高层次的分析理解更是大量需要使用识别技术，**模式识别**是一门专门的课程



课程内容综述





课程内容综述

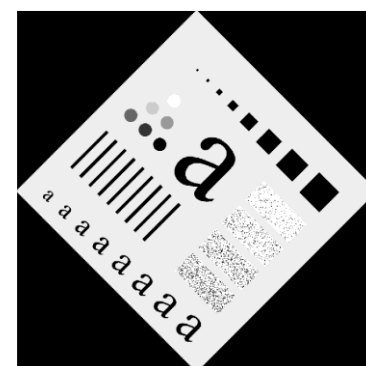
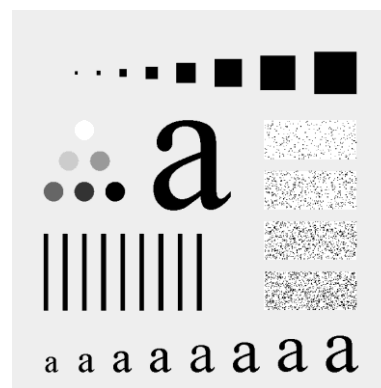
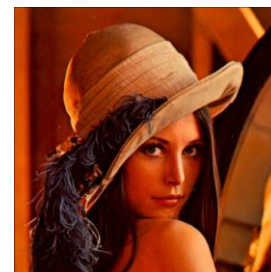
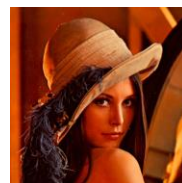
- ▶ 第一部分：图像基础
 - 颜色模型HSV和RGB模型，及其转换
 - 图像采样与量化
 - 数字图像的表达



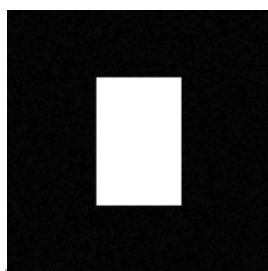
课程内容综述

► 第二部分：图像变换

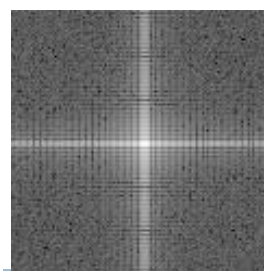
- 几何变换
- 离散傅里叶变换
- 离散余弦变换
- 离散沃尔什-哈达玛变换
- K-L变换
- 小波变换



源图像



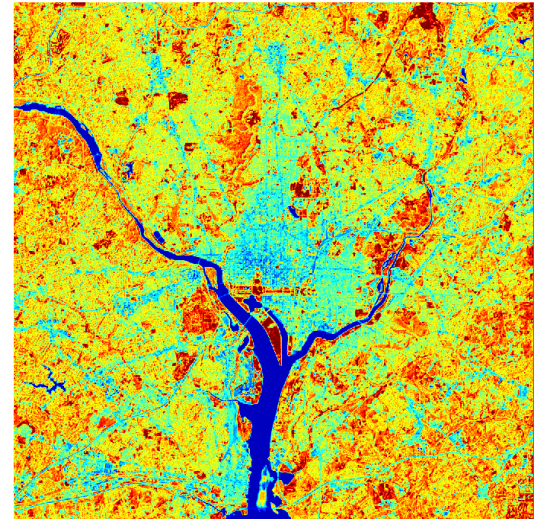
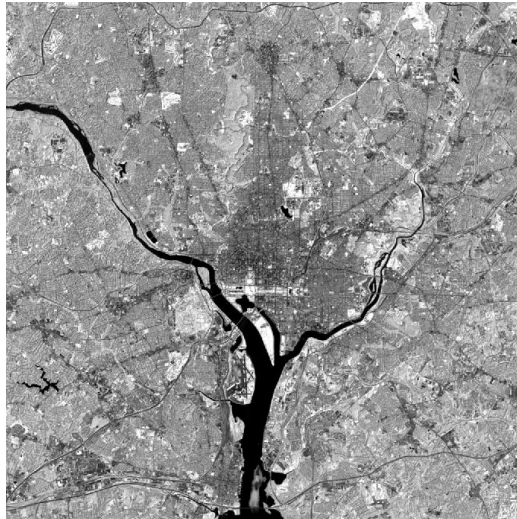
图像频谱



课程内容综述

▶ 第三部分：图像空域增强

- 空域增强: 直接对图像的像素域进行处理
- 灰度级变换(点运算)
- 直方图增强
- 空间模板滤波(平滑、锐化)
- 彩色图像增强





课程内容综述

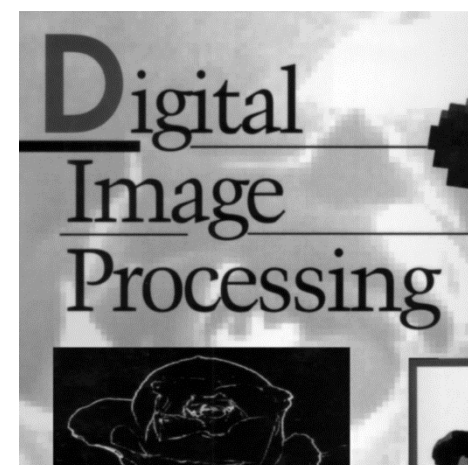
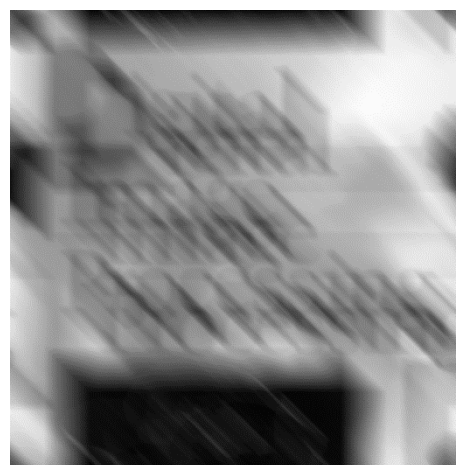
- ▶ 第四部分：图像频域增强
 - 频域滤波基本原理
 - 频域滤波方法：低通滤波、高通滤波、同态滤波
 - 从频域规范产生空域模板：基本原理



课程内容综述

▶ 第五部分：图像复原与重建

- ✓ 图像退化与恢复模型
- ✓ 图像恢复基本原理
- 噪声单独干扰下的图像复原
- ✓ 噪声模型及参数估计
- ✓ 空间滤波器设计
- ✓ 自适应空间滤波器
- ✓ 周期性干扰频域滤波器
- 系统退化复原
- ✓ 线性系统退化函数估计
- ✓ 逆滤波复原方法
- ✓ 最小均方误差滤波
- ✓ 约束最小二乘滤波





课程内容综述

▶ 第六部分：图像分割

□ 分割目的

□ 分割方法：

- 基于边界的分割(点、线、边)：梯度和拉普拉斯算子
- 边缘连接
- Hough变换
- 阈值分割
- 基于区域的分割(区域增长、区域合并与分裂)



课程内容综述

► 第七部分：图像分析与描述

□ 形态学图像分析：

✓ 腐蚀与膨胀

✓ 开-闭操作

✓ 灰度图像形态学处理

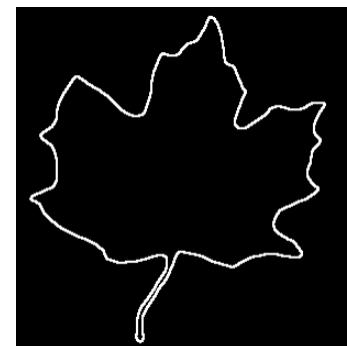
□ 图像纹理分析

✓ 直方图统计法

✓ 频谱分析法

✓ 结构纹理

□ 图像表示与描述





课程内容综述

► 图像识别：

- 第八部分：统计模式识别(贝叶斯决策)
- 第九部分：神经网络与图像识别
- 第十部分：支持向量机与图像识别
- 第十一部分：图像识别中的维度约简、子空间分析
- 第十二部分：稀疏表示、机器学习与图像识别



Part 1

图像与图像处理基础



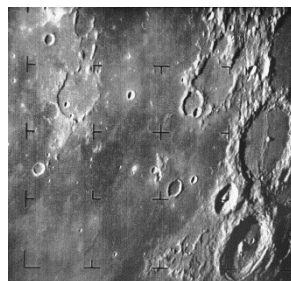
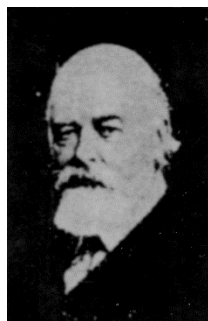
□ 什么是图像？

定义：图像是图和像的总称，“图”是物体透射或反射光的分布，客观存在。

“像”是人的视觉系统对图进行处理并通过大脑形成的印象或认识，反映了人的心理因素。**一幅图像可以定义为一个二维函数 $f(x,y)$ 。**

图像处理就是对图像进行信息加工和分析，其主要目的是提高图像的清晰度，改善视觉效果，满足人的视觉需求，以及在实际图像理解中的应用。

图像的形成（成像）、图像的处理、图像的理解都与人的视觉息息相关。





□ 图像处理的分类

■ 模拟图像处理

模拟图像即光学图像处理，是利用光学的方法对连续图像进行处理，是在激光技术出现后，得到了快速发展。但处理精度低，不够灵活，随着计算机的发展，促进了数字图像处理的发展。

■ 数字图像处理

利用计算机对离散化的图像进行处理。随着计算机和多媒体的发展，数字图像处理较为普及，出现了许多新的领域和方法，具有精度高、内容丰富、灵活性等优点。

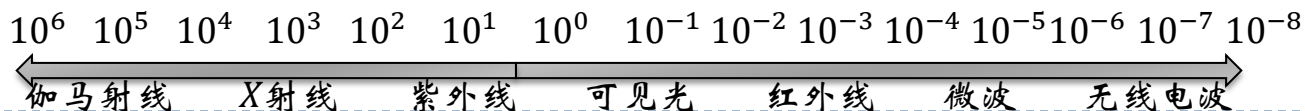
■ 两者的结合（光电处理）

光电结合，是利用光学的处理方法完成大量的运算（频谱变换），然后利用计算机对光学处理的结果进行分析。

不加特指，本课程中的图像处理均是指数字图像处理。



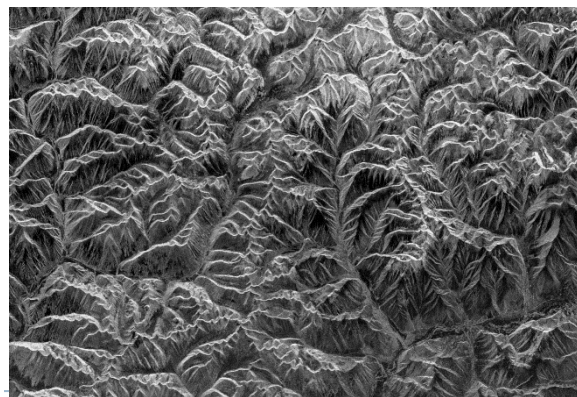
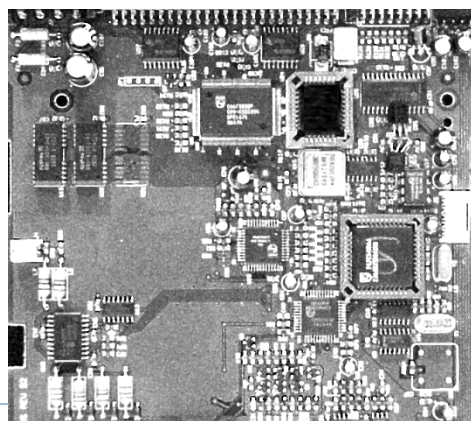
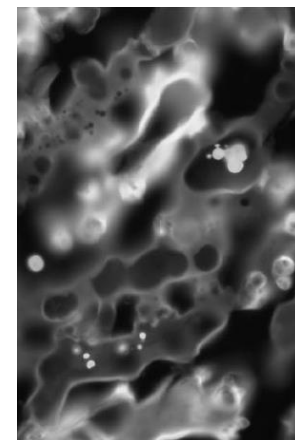
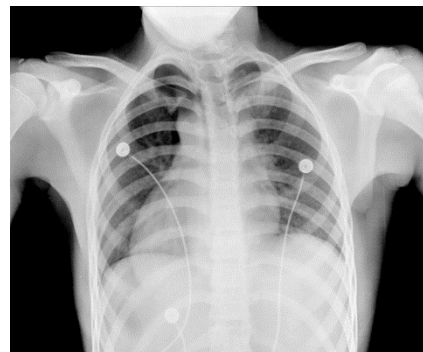
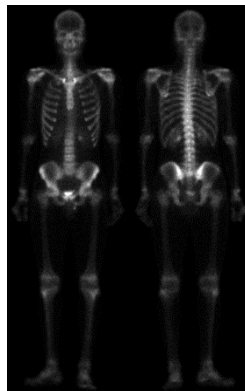
图像与图像处理基础



电磁波 光子能量

□ 电磁波谱成像

- 伽马射线成像（医学天文学）
- X射线成像（医学诊断）
- 紫外波段成像（工业显微镜）
- 可见光与红外波段成像
- 微波波段成像（雷达）
- 无线电波段成像（核磁共振成像MRI）





颜色模型

■ 三基色

颜色和亮度是由进入人眼的可见光成分的强弱及波长所决定的一种主观属性。不同的观察者对同一种入射光的颜色和亮度感受是不同的。因此，需要利用客观的描述方法，对颜色、亮度和主观感受进行描述。

根据人眼机理和视觉研究表明，人眼的视网膜上有大量能在适当亮度下分辨颜色的锥状细胞，并分别对应红(R)、绿(G)、蓝(B)三种颜色敏感。也因此被称为三基色。

三基色实际将电磁波谱中的可见光分成了三个波段：

任一彩色可以由三基色按照不同的比例相加混合

而成。 $C = R(R) + G(G) + B(B)$

当 $R = G = B = 0$ 时，为黑色；

$R = G = 1, B = 0$ 时，为黄色；

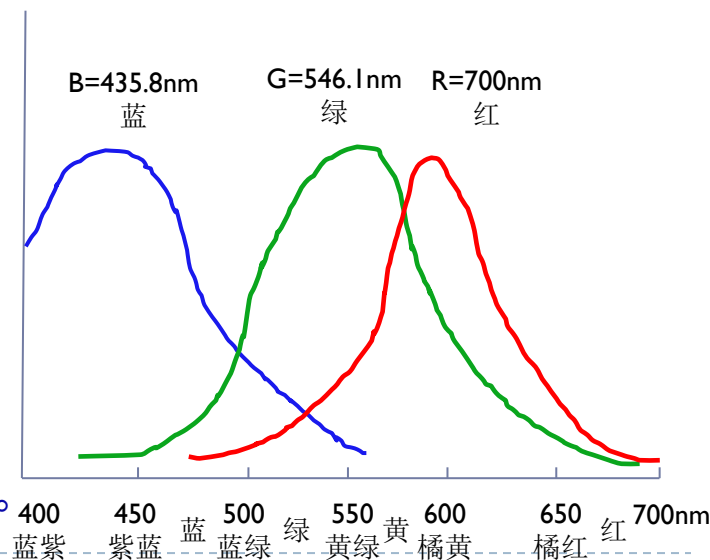
$R = 0, G = B = 1$ 时，为青色；

$R = 1, G = 0, B = 1$ 时，为品红；

当 $R = G = B = 1$ 时，为白色；

CIE(国际照明委员会)1931年定义了三基色标准。

右图为人眼中的红绿蓝锥状细胞对光的吸收曲线。





颜色模型

人眼视觉的感受颜色还可以用**色调(Hue)**、**饱和度(Saturation)**、**亮度**来表示。

- 色调由颜色所在光谱中的波长决定，是“质”的体现，用来表示颜色**种类**；
- 饱和度则取决于颜色中混入白光的数量，表示颜色**深浅**，混入的白光越多，饱和度越高，颜色越浅；
- 亮度取决于颜色的光强度，是“量”的体现，用来表示颜色的**明亮程度**。

由于颜色的主观性，人眼视觉的主观效果不同，因此，为了客观表示颜色，提出了颜色模型：

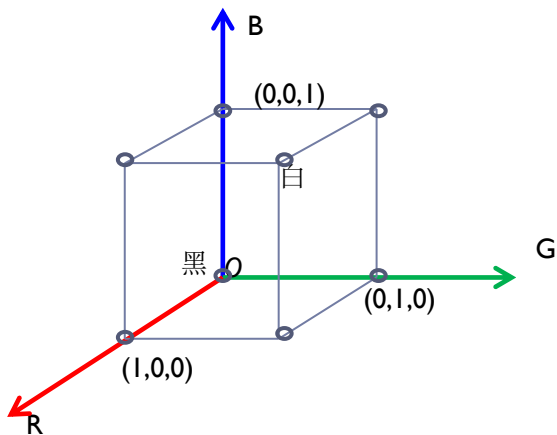
- RGB模型(面向机器)
- HSI(HSV)模型(面向人眼视觉)。



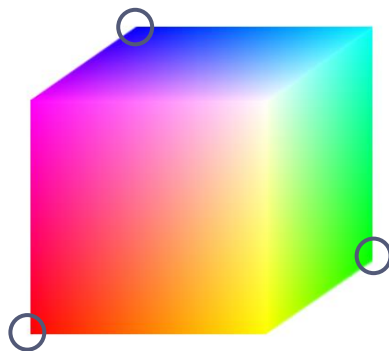
颜色模型

► RGB 模型

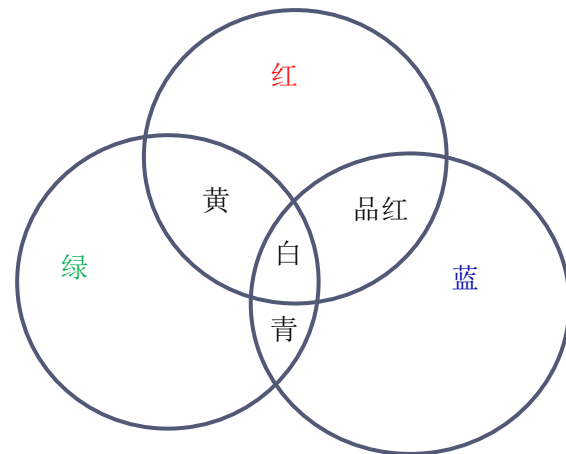
三维直角坐标系，分别表示R,G,B三个分量，形成的单位正方体表示颜色空间，一个点代表一种颜色。



RGB颜色模型



RGB彩色立方体

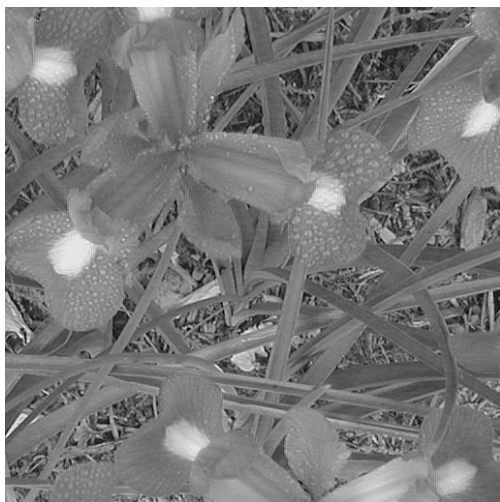


RGB混合

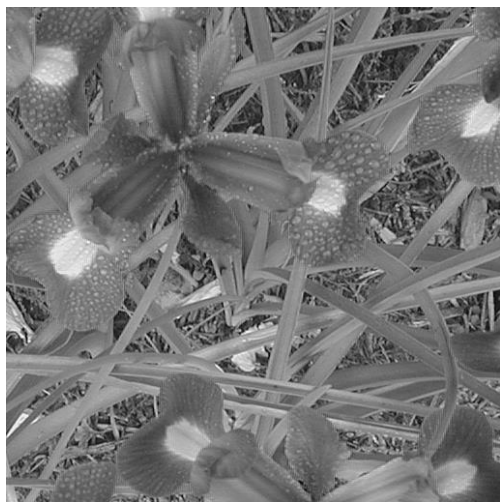


颜色模型

► RGB 三个分量



R



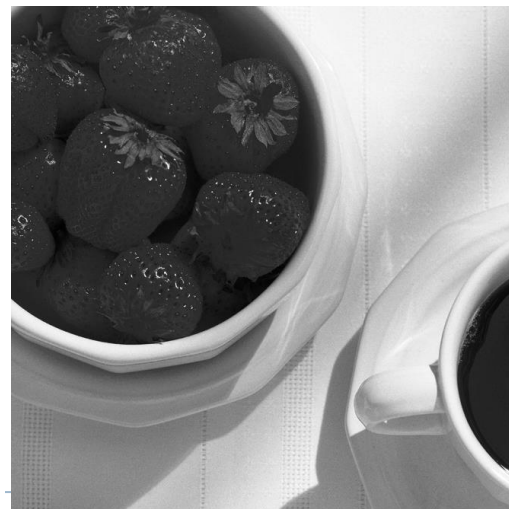
G



B



► RGB 三个分量



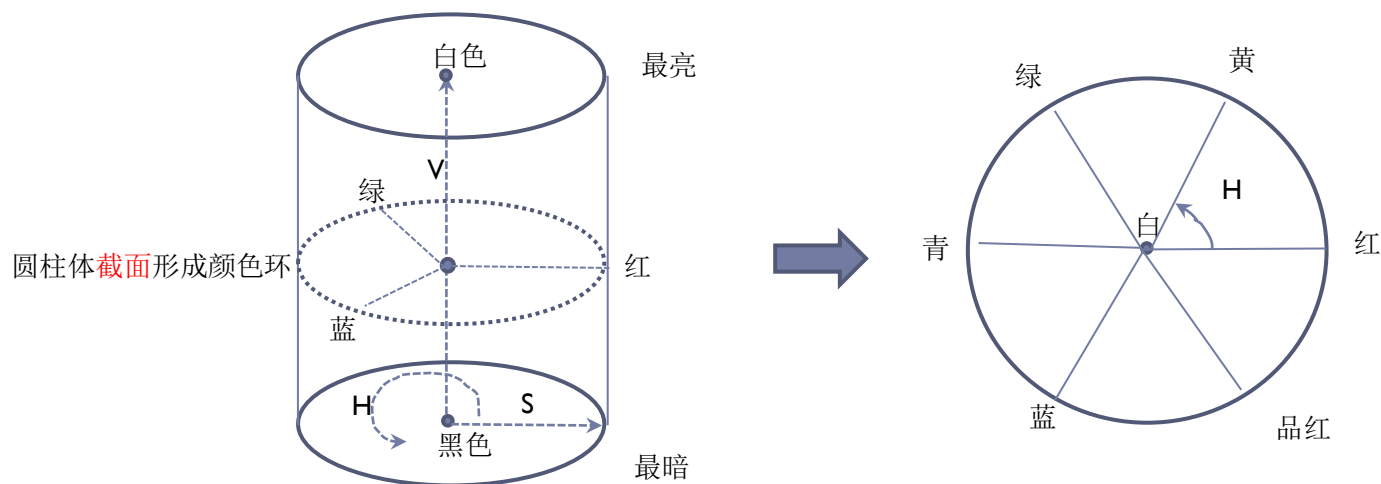


颜色模型

► HSV 模型

由孟塞尔提出的颜色表示体系，利用颜色的三个属性，即色调（Hue），饱和度（Saturation）和亮度值（Value）组成的一个圆柱体表示体系。

色彩H由绕V轴的旋转角给定。**红色**对应于角度 0° ，**绿色**对应于角度 120° ，**蓝色**对应于角度 240° 。饱和度S取值从0到1，所以圆锥顶面的半径为1。



圆柱体截面



颜色模型

- ▶ HSV模型特点
 - V分量与图像的彩色信息无关
 - ✓ 在处理彩色图像时，可只对V分量进行处理，而不改变彩色信息。
 - ✓ RGB模型中，对R,G,B三个变量处理时可能会引起三个变量的不同程度变化，从而产生色差，带来颜色失真。所以就需要进行转换。
 - H和S分量与人眼感知的颜色一一对应
- HSV模型反映了人眼视觉系统的基本属性，常被应用于图像的表示和处理。



颜色模型转换

■ RGB \longrightarrow HSV

给定一幅RGB彩色图像，转换到HSV时，需要如下计算：

✓ 每个RGB像素的色度H分量可表示为

$$H = \begin{cases} \theta, & \text{if } B \leq G \\ 360 - \theta, & \text{if } B > G \end{cases}$$

其中，

$$\theta = \arccos \left\{ \frac{0.5 \times [(R - G) + (R - B)]}{[(R - G)^2 + (R - B)(G - B)]^{0.5}} \right\}$$

✓ 饱和度S分量表示为

$$S = 1 - \frac{3}{R + G + B} \times \min(R, G, B)$$

✓ 强度V分量可表示为

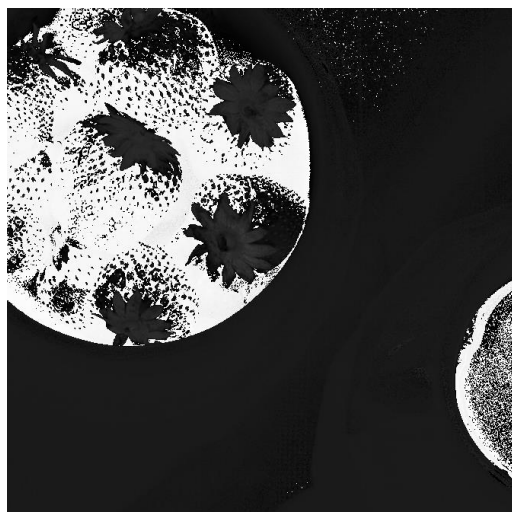
$$V = \frac{1}{3}(R + G + B)$$

注：在计算时，R,G,B首先归一化到[0, 1]内，则计算出的S和V分量也在[0, 1]内。另，在计算时，是对每个像素点单独计算。

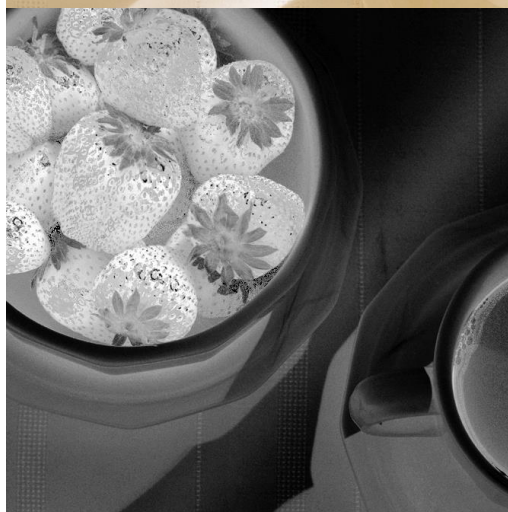


HSV

► HSV 三个分量 (rgb2hsv.m)



H分量(色度), 灰度值为角度



S分量 (饱和度)



V分量 (亮度)



颜色模型转换

▶ HSV → RGB

根据不同的扇区（H值），由[0, 1]内的S和V值可以找到对应的R,G,B值。

三个扇区：

➤ 当 $0 \leq H < 120$ 时，有

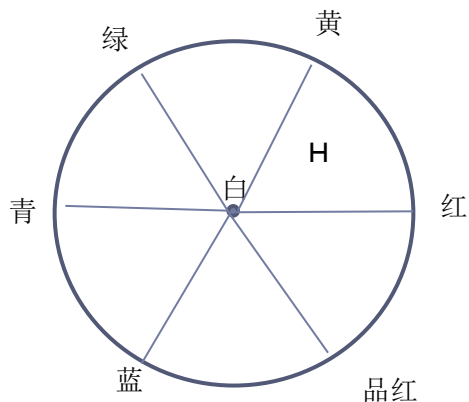
$$\begin{cases} R = V \times [1 + \frac{S \times \cos(H)}{\cos(60 - H)}] \\ G = 3V - (B + R) \\ B = V(1 - S) \end{cases}$$

➤ 当 $120 \leq H < 240$ 时，有

$$\begin{cases} R = V(1 - S) \\ G = V \times [1 + \frac{S \times \cos(H - 120)}{\cos(180 - H)}] \\ B = 3V - (G + R) \end{cases}$$

➤ 当 $240 \leq H < 360$ 时，有

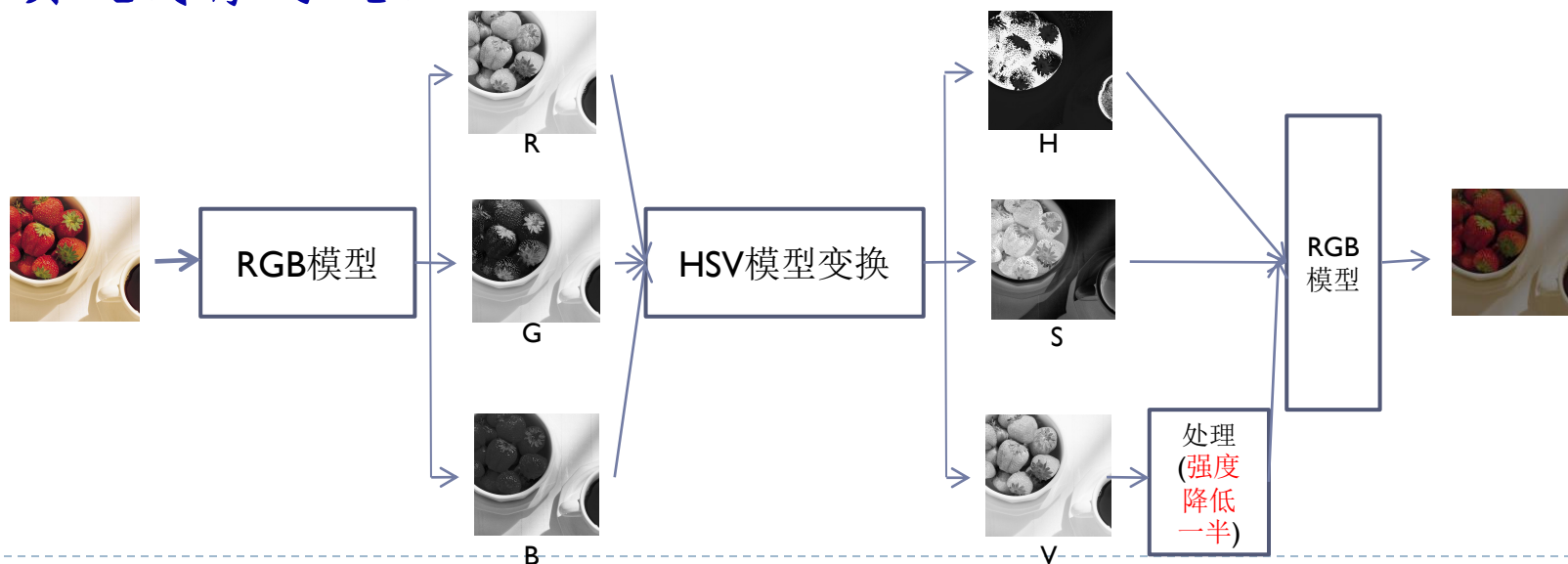
$$\begin{cases} R = 3V - (B + G) \\ G = V(1 - S) \\ B = V \times [1 + \frac{S \times \cos(H - 240)}{\cos(300 - H)}] \end{cases}$$





颜色模型转换

- ▶ 彩色图像处理流程
- 为了保证彩色图像处理时不失真，通常需要将RGB模型转换为HSV模型，获得相关性较小的色调、饱和度、亮度。
- 然后，对亮度分量进行处理。
- 最后再转换为RGB模型。这样可以在彩色不失真的情况下，实现图像的处理。





□ 图像表达

■ 数学表示

任何一幅图像都可看作是由无数个小的光点组成的光强度的集合。因此，光的强度（Intensity）是一幅图像所包含的主要信息。根据图像的坐标空间，每个坐标点的光强度的集合形成一幅图像。其数学表达为

$$I=f(x, y, z, \lambda, t)$$

其中， (x, y, z) 为空间坐标， λ 为彩色多光谱波长， t 为时间。



□ 图像表达

根据该表达式，图像可分为三类：

- 静止/运动图像
- 灰度/彩色图像
- 平面/立体图像

对于一般图像，我们用一个**二维函数**表达式进行表示，其表达为 $I=f(x, y)$

注：运动图像可用静止图像序列表示；彩色图像可分解为三基色图像；三维图像可由二维图像进行重构。



■ 图像特点

- **空间有界**：从人的视野宽度出发，由于视野的有限，一幅图像的大小也应当有界，即 x 和 y 是有界的。
- **幅度有限**（强度有限）。 $I=f(x, y)$ 是用于度量图像的幅度，因此，应当是非负的。而且不可能无限大（正比于电磁波辐射的能量），是有界的。因此，
$$0 \leq I=f(x, y) \leq B.$$

因此，可以说要处理的平面图像是一个二元、有界、非负的连续函数。可以通过数学方法进行处理和分析。



□ 图像的采样与量化

传感器的输出通常是连续的波形，在空间和幅度上都与感知的物理现象有关。

为了产生一幅数字图像，模拟图像要经过数字化才能变成数字图像，即把连续的感知数据转换为数字形式，从而利用计算机进行处理。

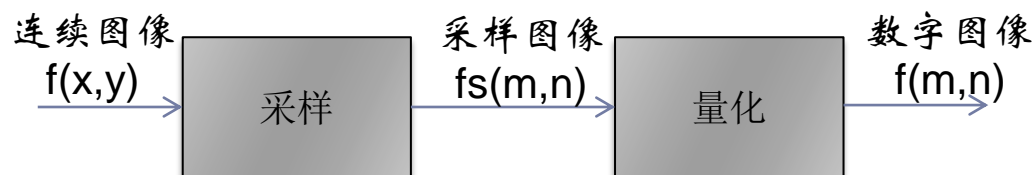
图像的数字化过程包括两部分：

➤ 采样（取样）

➤ 量化

采样是针对图像位置（空间坐标）离散化，量化是针对图像幅度 I 的离散化。

采样定理在图像的二维采样中同样适用。图像的数字化过程：





图像采样

■ 冲激响应与采样特性

- ✓ 冲激响应 $\delta(t)$ 表示连续变量 t 在 $t=0$ 处的单位冲激，定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

并满足 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$.

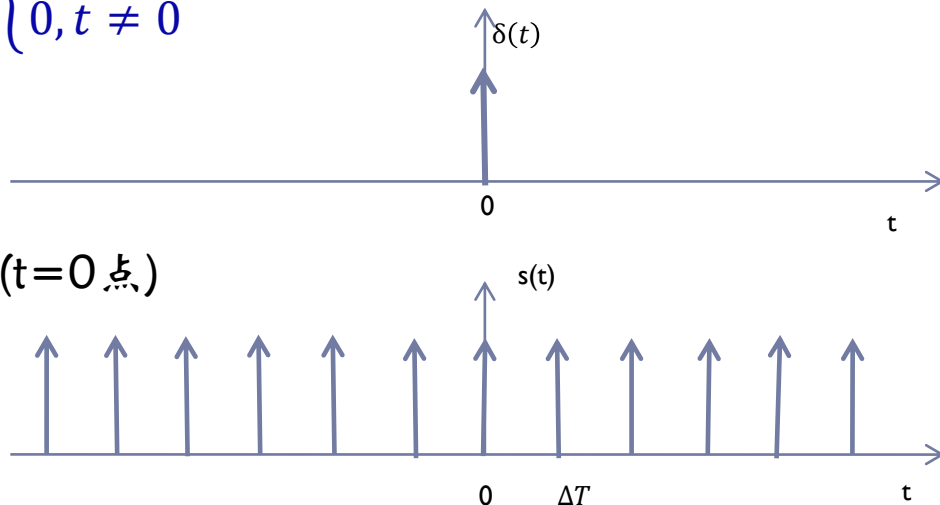
- ✓ 冲激函数的取样(采样)特性:

对于函数 $f(t)$ ，有 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0)$ ($t=0$ 点)

- ✓ 对于任意点 t_0 处，取样特性变为

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$$

- ✓ 冲激串 $s(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta T)$ 是**周期为 ΔT 的周期函数**，定义为无限多个分离的周期冲激单元之和。





图像采样

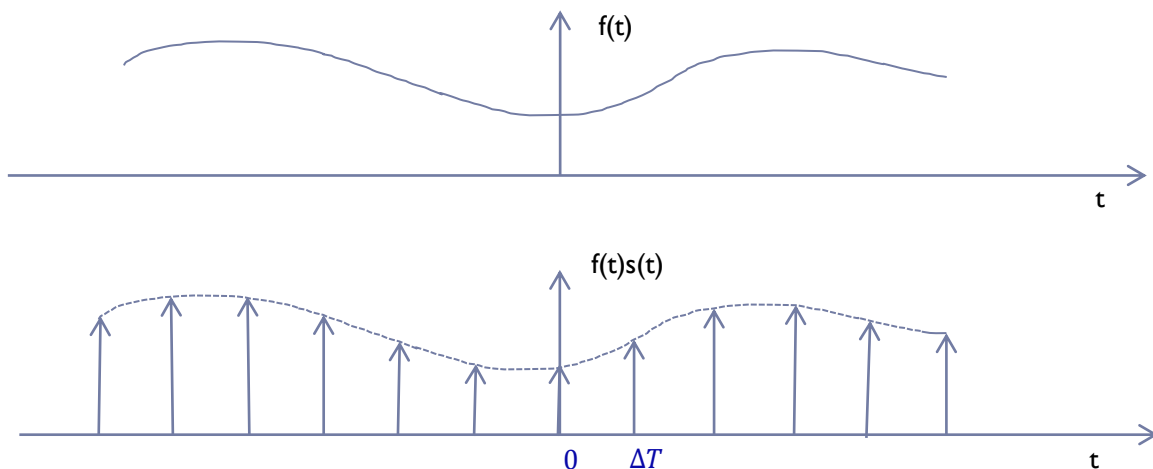
■ 一维函数采样

对于一维连续函数 $f(t)$ ，假设以独立变量 t 的均匀间隔 ΔT 进行取样，采用一个 ΔT 单位间隔的冲激串作为取样函数 $s(t)$ ，乘以 $f(t)$ ，有

$$\tilde{f}(t) = f(t)s(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n\Delta T) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n\Delta T)\delta(t - n\Delta T)$$

可以看出，取样后的函数值是对冲激响应加权后的冲激强度值。

对取样后的函数 $\tilde{f}(t)$ 积分，可以得出取样值 $\tilde{f}_k = f(k\Delta T)$





图像采样

■ 一维函数与取样函数的傅里叶变换

连续函数 $f(t)$ 的傅里叶变换定义为

$$F(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi\mu t} dt$$

其中， μ 也是一个连续变量。

$F(\mu)$ 的逆变换为

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\mu) e^{j2\pi\mu t} d\mu$$

冲激函数的傅里叶变换

$$F(\delta(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi\mu t} dt = e^{-j2\pi\mu 0} = 1$$



图像采样

那该如何求冲激串(周期函数)的傅里叶变换?

Fourier指出, 任何周期函数都可以表示为不同频率的正弦和余弦之和的形式, 其中每个正弦和余弦乘以不同的系数, 这个和被称为傅里叶级数。f(t)的傅里叶级数可表示为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\frac{2\pi n}{T}t}$$

欧拉公式

$$\text{其中, } c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\frac{2\pi n}{T}t} dt, n = 0, \pm 1, \dots$$

T表示周期

因此, 冲激串s(t)的傅里叶级数可以表示

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\frac{2\pi n}{T}t}$$



图像采样

那么

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{1}{\Delta T} \int_{-\frac{\Delta T}{2}}^{\frac{\Delta T}{2}} s(t) e^{-j\frac{2\pi n}{T}t} dt = \frac{1}{\Delta T} \int_{-\frac{\Delta T}{2}}^{\frac{\Delta T}{2}} \delta(t) e^{-j\frac{2\pi n}{\Delta T}t} dt \\ &= \frac{1}{\Delta T} e^{-j\frac{2\pi n}{\Delta T}0} = \frac{1}{\Delta T}, n = 0, \pm 1, \dots \end{aligned}$$

注： $s(t)$ 在 $[-\frac{\Delta T}{2}, \frac{\Delta T}{2}]$ 区间内为原点处的冲激响应 $\delta(t)$ 。

那么 $s(t) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi n}{\Delta T}t}$



图像采样

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta T)$$

进一步， $s(t)$ 的傅里叶变换

$$\begin{aligned} S(\mu) &= F(s(t)) = F\left(\frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi n}{T}t}\right) \\ &= \frac{1}{\Delta T} F\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi n}{\Delta T}t}\right) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\mu - \frac{n}{\Delta T}\right) \end{aligned}$$

我们可以发现，周期为 ΔT 的冲激串，其傅里叶变换仍为冲激串，周期变为 $\frac{1}{\Delta T}$

注：上式利用到DFT和IDFT的对称性质 $f(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} F(\mu) \xrightarrow{\mathcal{F}} f(-t)$ 以及冲激的性质 $F(\delta(t-t_0)) = e^{-j2\pi\mu t_0}$ 。



图像采样

接下来，对一维连续函数 $f(t)$ 取样后的函数进行频谱变换：

取样后的函数 $\tilde{f}(t) = f(t)s(t)$ 的傅里叶变换

$$F(\tilde{f}(t)) = F(f(t)s(t)) = F(\mu) * S(\mu)$$

注：空域 (t) 和频域 (μ) 的关系。

空域卷积： $f(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t - \tau)d\tau$;

卷积定理

频域相乘： $F(f(t) * h(t)) = F(\mu)H(\mu)$;

自行证明

另： $\tilde{f}(t) = f(t)s(t) = f(t) \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta T) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(n\Delta T)\delta(t - n\Delta T)$

这里相当于对每个冲激位置处进行 $f(t)$ 加权，然后求和获得新的冲激。

相关与卷积的区别？



图像采样

卷积定理

$$\begin{aligned}
 \text{那么 } \tilde{F}(\mu) &= F(\mu) * S(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \underline{S(\mu - \tau)} d\tau = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\mu - \tau - \frac{n}{\Delta T}\right) d\tau = \\
 &= \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{\int_{-\infty}^{\infty} F(\tau) \delta\left(\mu - \tau - \frac{n}{\Delta T}\right) d\tau} = \frac{1}{\Delta T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\mu - \frac{n}{\Delta T}\right)
 \end{aligned}$$

回顾前面推导

取样后函数的频域变换是原函数变换的拷贝周期序列

注：冲激取样特性 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$,
 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0)$, 在冲激 $t_0 = 0$ 处

可以看出，取样后的频谱 $\tilde{F}(u)$ 是 原信号频谱 $F(u)$ 沿 u 方向以 $\frac{1}{\Delta T}$ 为周期延拓而得。



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta T)$$

图像采样

■ 图像采样

✓ 对于一个二维连续图像 $f(x,y)$ ，前面介绍的理论同样完全适用。

设均匀采样函数，即二维冲激串函数 $s(x,y)$ 的表达式为

$$s(x,y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y)$$

Δx 和 Δy 分别表示在 x 和 y 方向上的采样间隔(周期)。

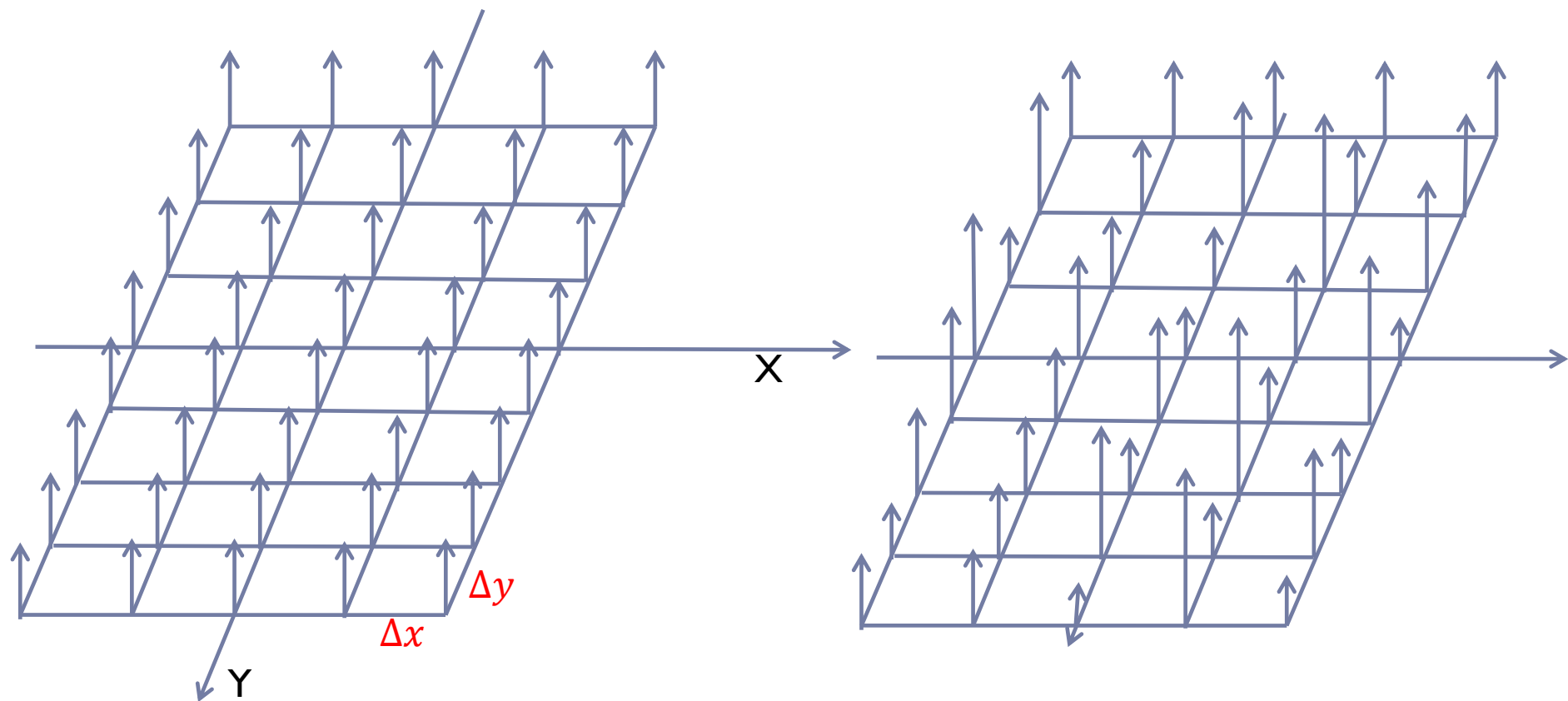
✓ 根据取样特性，二维图像取样后的函数表达为

$$\begin{aligned} \tilde{f}(m,n) &= f(x,y)s(x,y) = f(x,y) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(m\Delta x, n\Delta y) \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \end{aligned}$$



图像采样

■ 二维冲激串函数





图像采样

■ 二维冲激串函数的傅里叶变换

与一维冲激串相似， $s(x,y)$ 的变换

$$S(u, v) = \frac{1}{\Delta x} \frac{1}{\Delta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta \left(u - m \frac{1}{\Delta x}, v - n \frac{1}{\Delta y} \right)$$

可知： x, y 方向上的周期由 $\Delta x, \Delta y$ 变成了 $\frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}$;

那么图像取样后的函数 $\tilde{f}(m, n)$ 的傅里叶变换为



图像采样

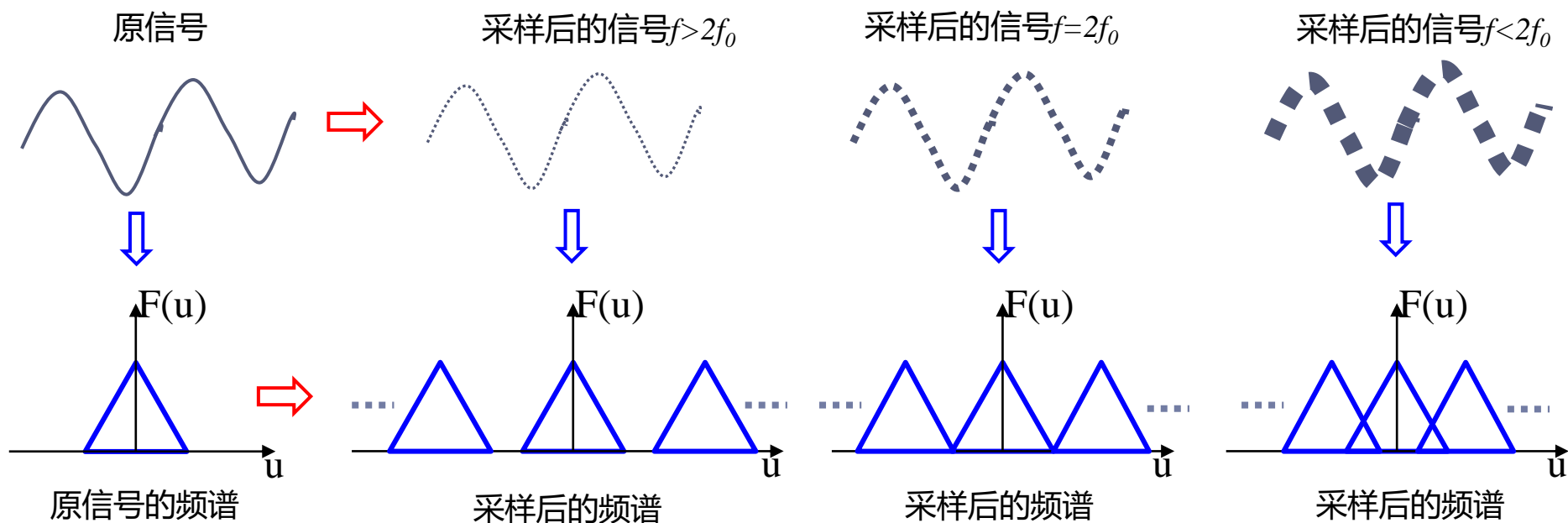
$$\begin{aligned}\tilde{F}(u, v) &= F\left(\tilde{f}(m, n)\right) = F\left(f(x, y)s(x, y)\right) = F(u, v) * S(u, v) \\&= \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau, \sigma) S(u - \tau, v - \sigma) d\tau d\sigma \\&= \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau, \sigma) \frac{1}{\Delta x} \frac{1}{\Delta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(u - m \frac{1}{\Delta x} - \tau, v - n \frac{1}{\Delta y} - \sigma\right) d\tau d\sigma \\&= \frac{1}{\Delta x} \frac{1}{\Delta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau, \sigma) \delta\left(u - m \frac{1}{\Delta x} - \tau, v - n \frac{1}{\Delta y} - \sigma\right) d\tau d\sigma \\&= \frac{1}{\Delta x} \frac{1}{\Delta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(u - m \frac{1}{\Delta x}, v - n \frac{1}{\Delta y}\right)\end{aligned}$$

可以看出, 采样图像的频谱 $\tilde{F}(u, v)$ 是 原图像频谱 $F(u, v)$ 沿 u, v 方向以 $\frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}$ 为周期延拓而得。



图像采样

■ 采样后的信号频谱



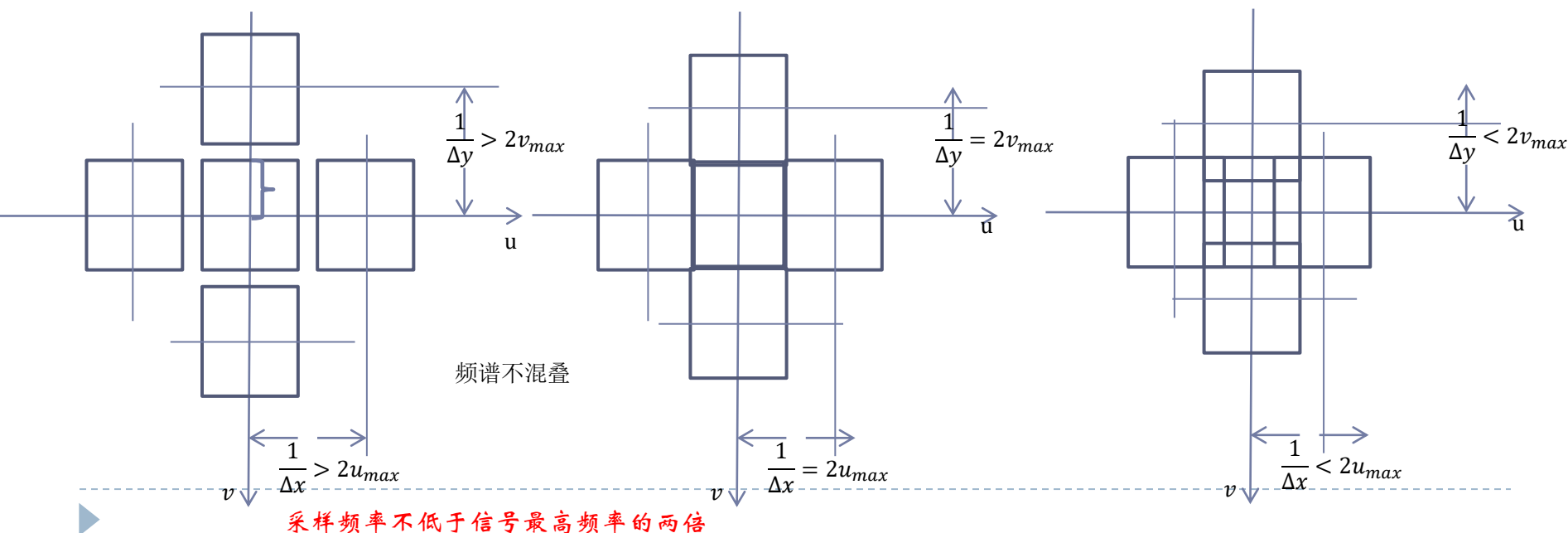
- (1) 频谱中相邻两个中心间的间隔即为频率 $f = \frac{1}{\Delta x}$, 其中 Δx 为采样间隔 (周期);
- (2) 采样信号的频谱是原信号频谱的周期延拓



图像采样

■ 采样率(二维采样定理)

根据采样图像的傅立叶变换, 可知, 要保持原始图的完整性, 采样率 $\frac{1}{\Delta x}$, $\frac{1}{\Delta y}$ 要有一定的约束。不同的采样率可以得到过采样、临界采样和欠采样的结果。





图像采样

- 经采样后，原连续图像 $f(x,y)$ 就变成了位置上离散的采样图像 $\tilde{f}(m,n)$ ，其中 m 和 n 为整数，并满足

$$\begin{cases} 0 \leq m \leq M - 1 \\ 0 \leq n \leq N - 1 \end{cases}$$

M 和 N 分别表示图像的行和列的均匀采样点数，位置 (m,n) 表示一个采样点，即某个像素。

- 图像的位置 (x,y) 经过采样后，被离散化(空间分布离散化)
- 图像的幅度(光强度或像素点的值)还依然是连续的，因此需要通过量化的方式，进行离散化



图像量化

■ 均匀量化

将图像的像素值域分为 K 个子区间(灰度动态范围), 并取子区间的中点为对应的量化值, 再对所有子区间的量化值用**整数**进行编码, 编码的结果即为量化的结果, 称为**灰度级** $(0, 1, \dots, K-1)$ 。

保证了量化结果的灰度有界, 即像素值的有界 $0 \sim K-1$ 。



数字图像质量

■ 采样点数和灰度级

数字图像 $f(m,n)$ 主要由采样点数和灰度级决定。
也决定了图像的质量。

- 在满足采样定理的条件下，将连续图像采样成 $M \times N$ 的数字图像，为了便于处理，实际应用中通常将图像采样为方阵($N \times N$), 同时也将采样点数 N 设置为2的整数次幂($N = 2^n, 128, 512..$)。
- 量化后的灰度级通常也取为 $K = 2^k$



数字图像质量

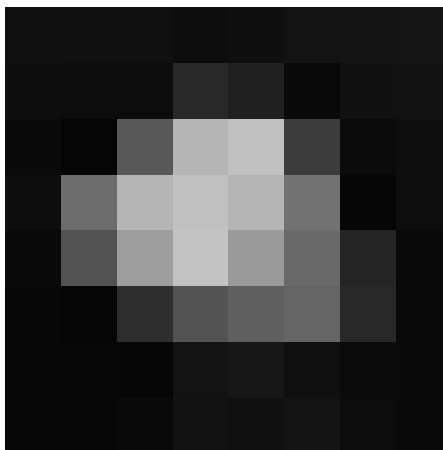
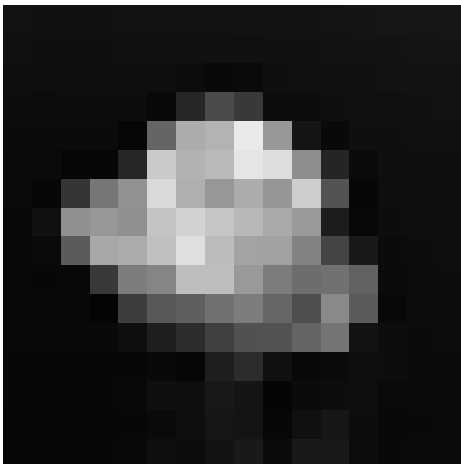
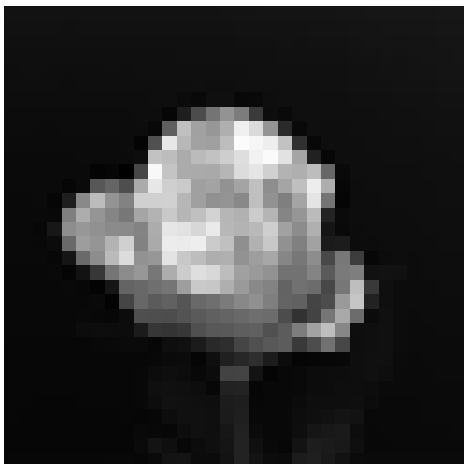
■ 采样点数和灰度级与图像分辨率的关系

区分图像中目标物细节的程度，称作图像分辨率。包括：
空间分辨率和**幅度分辨率**，分别由采样点和量化灰度级决定。

➤ 空间分辨率

当灰度级 K 确定时，采样点数越多即 N 越大，图像的空间分辨率越高，图像质量就越好。当 N 越小，图像中就会出现块状效应(因为像素块的面积增大)，

如图所示：256x256;128x128;64x64;32x32;16x16;8x8





数字图像质量

■ 幅度分辨率

幅度分辨率由灰度级(量化级)决定。当采样点数 N 一定时, 灰度级数 K 越多, 图像幅度分辨率就越高, 图像质量就越高。当灰度级 K 减少时, 图像会出现虚假轮廓(灰度分级不明显), 图像质量下降。

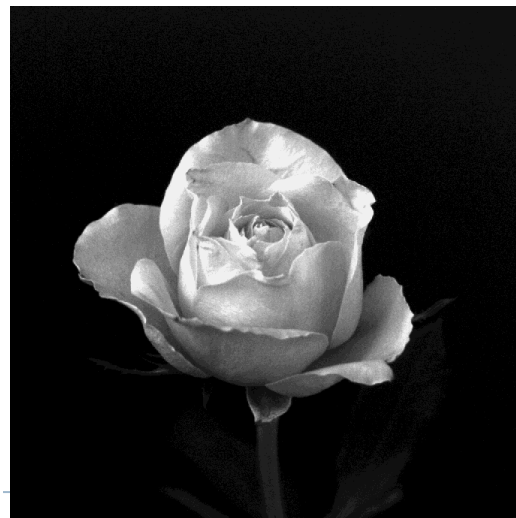
如图所示。 $K=256, 16, 2$



注: 马赫带效应是由人的视觉系统造成的, 当亮度发生变化时, 人的主观感受会出现虚幻的条纹或轮廓(主观的边缘对比效应)



图像与图像处理基础





数字图像表示

数字图像的质量在很大程度上取决于采样和量化。
数字图像表示为一个二维阵列 $f(m,n)$, 包含 M 行和 N 列, (m,n) 为离散化的空间坐标(像素)。 m 和 n 为整数。那么由一幅图像坐标张成的实平面为空间域。像素 (m,n) 的取值 $f(m,n)$ 为灰度, 灰度的种类称为灰度级 $K = 2^k$ 。对于一幅 $M \times N$ 的图像, 其存储需求为 $b = M \cdot N \cdot k(\text{bit})$ 或 $b = MNk/8(\text{Byte})$ 。当 $M=N$, $b = N^2k$

25	65	80
33	56	66
76	96	86



数字图像表示

- 一幅数字图像可表示为二维阵列

$$f(m, n) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0, N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1, N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \cdots & f(M-1, N-1) \end{bmatrix}$$

可知该矩阵中的每个元素为像素。



数字图像表示

- 当一幅数字图像有 2^k 个灰度级时，通常被称为“k-比特图像”。比如256个离散灰度级图像称为8比特图像。那也就是说，**灰度分辨率**是用于量化灰度的比特数，比特数越高，灰度分辨率越高。
- 数字图像的特点：
 - 信息量大
 - 占用频带宽
 - 像素间的相关性强
 - 视觉效果主观性强



小结

- ▶ RGB 模型
- ▶ HSV 模型
- ▶ 模拟图像的表达
- ▶ 模拟图像的采样(位置)与量化(幅度)
- ▶ 二维采样定理(采样的频谱混叠现象)
- ▶ 数字图像的表达