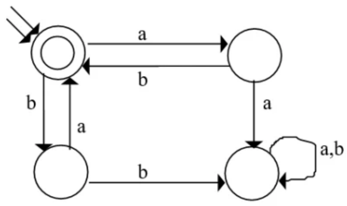
שאלה 1:

עבור כל אחד מהביטויים הרגולריים הבאים **תנו** דוגמה לשתי מילים בשפה ולשתי מילים שאינן בשפה.

1. $(00\cup 11)^*(0\cup 111)^*$
2. $(1\cup 11\cup 10)^*$
3. $\varepsilon^*\cup(0^*\emptyset)\cup 1$

בנו ביטוי רגולרי עבור השפה שמזהה האוטומט הבא (**רמז**: למה 1.60)



	בשפה	לא בשפה
1)	ε	1
	00	111
2)	111	0
	110	00
3)	1	0
	ε	00

הביטוי הרגולרי:

$$(ab\cup ba)^*$$

שאלה 2:

רשמו ביטוי רגולרי המציין את שפת כל המילים מעל הא״ב $\{a,b\}$ שאין בהן התת-מילה bab ושהן מתחילות ב-aa או ב-bbb.

$$(bbb \cup aa)(b \cup aa)^*(\varepsilon \cup a \cup b)$$

שאלה 4:

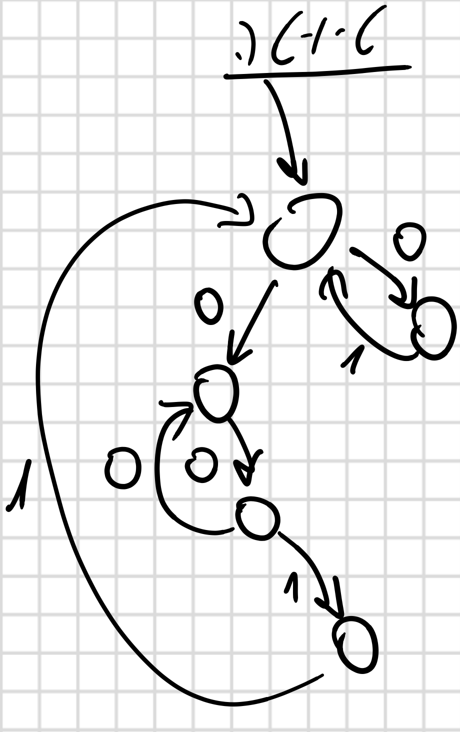
בעזרת למה 1.55 בנו NFA שמזהה את השפה המתוארת על ידי הביטוי הרגולרי הבא:

$$(((00)^*(11)) \cup 01)^*$$

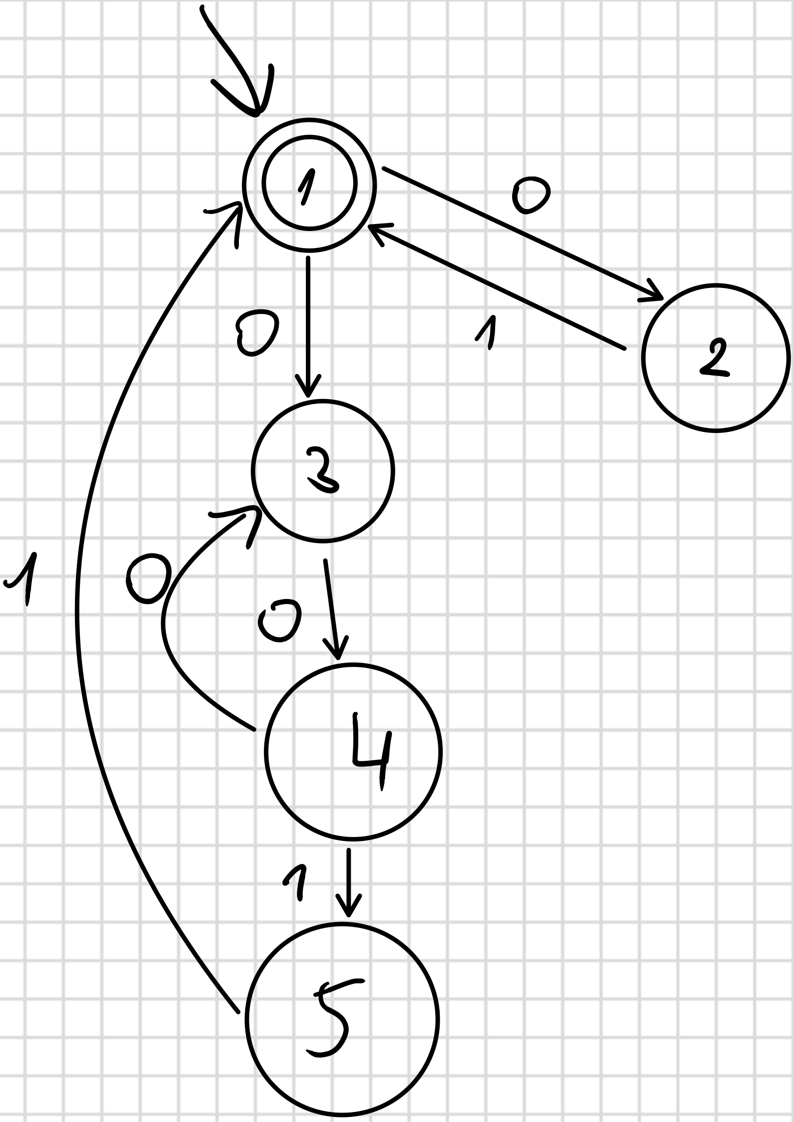
לפי למה 1.55:

if a language is described by a regular expression, then it is regular.

כלומר, אם שפה מתוארת לפי ביטוי רגולרי, אזי השפה רגולרית. לכן קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי (ולא דטרמיניסטי) לשפה זו:



(התמונה מעמ' הבא!)


1
2
3
4
5
0
1
0
1
0
0
1

שאלה 5:

הוכיחו שהשפות הבאות אינן רגולריות:

1. $L = \{ www \mid w \in \{a,b\}^* \}$
2. $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w = w^{\mathcal{R}} \}$
3. $L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) \neq n_b(w) \}$

1) נניח בשלילה כי L רגולרית.

לכן קיים $p \geq 1$ כאשר לכל $w \in L$

כאשר $|w| \geq p$

קיימת $w = xyz$

כאשר לכל $i \geq 0$ $xy^iz \in L$

$|xy| \leq p$

$|y| \geq 1$

ניקח $w = a^pba^pba^pb \in L$

מכיוון ש $|xy| \leq p$ אזי xy מורכב רק מ-a,

ולכן y מורכב רק מ-a.

ניקח $i=2$:

$xy^2z = xyyz \notin L$

לפי 1.70 משפט הלמה אנו זה

סותרת את זה ש- L רגולרית.

$\boxed{\text{לכן, סתירה! לכן } L \text{ לא רגולרית}}$

$\boxed{\text{שק 1}}$

ב)

$$L = \{w \mid w \in \{a,b\}^*,\ w = w^R\}$$

נניח בשלילה כי L רגולרית.

לכן קיים $p \geq 1$ כאשר לכל $w \in L$

כאשר $|w| \geq p$

קיימים $w = xyz$

כאשר $|xy| \leq p$, $|y| \geq 1$

מתקיים $xy^iz \in L$

לכל $i \geq 0$

ניקח $w = a^p bba^p \in L$

נקבל כי $xy = a^p$

ניקח $i=2$

ונקבל $xyyz \in L$

סתירה ביחס למשפט 1.70 מספר הלימוד.
לכן, L לא רגולרית.

שפה 2

3) $L = \{w \mid w \in \{a,b\}^*, n_a(w) \neq n_b(w)\}$

נניח בשלילה שהשפה L רגולרית.

לכן קיים $p \geq 1$ כאשר לכל $w \in L$
כאשר $|w| \geq p$

קיימים $w = xyz$
כאשר $|xy| \leq p$
$|y| \geq 0$

שמקיים $xy^iz \in L$
לכל $i \geq 0$

ניקח $w = a^p b^{p!+p}$

$p! =$ עצרת p
*לכל $n \leq p$
מספר $\frac{p!}{n}$ שלם.

$w = xyz$
כאשר $|xy| = p$
לכן $xy = a^p$

לכן לכל $1 \leq n \leq p$ יכול להתקיים

$$xy = a^p,\ |y| = n \Rightarrow y = a^n$$

$$i = \frac{p!}{n} + 1$$ ניקח

$$xy^i z = a^{p-n}\, a^{n \cdot i}\, b^{p!+p}$$ ונקבל

$$= a^{p-n}\, a^{\left(\frac{p!}{n}+1\right)n}\, b^{p!+p}$$

$$= a^{p-\cancel{n}+p!+\cancel{n}}\, b^{p!+p}$$

$$= a^{p!+p}\, b^{p!+p} \notin L$$

לפי משפט 1.70 בספר הלימוד קיבלנו סתירה.
לכן L לא רגולרית

סוף 3

$$p - n + i \cdot n = x$$

$$n(i-1) + p = x$$

<u>טיוטה</u>

$$n(i-1) = x - p$$

$$(i-1) = \frac{x-p}{n}$$

$$i = \frac{p!}{n} + 1 \in \mathbb{N}$$

$$x - p = p!$$

$$x = p! + p$$