שאלה 1:

נתונות השפות הבאות מעל {a,b} :

$L_1 = \emptyset$ $\quad L_3 = \{\varepsilon, a, aa, ab, abb\}$ $\quad L_5 = \{\varepsilon, b, bbb, abab, abba, aabbb\}$

$L_2 = \{\varepsilon, aa\}$ $\quad L_4 = \{aabb, aabbb, aa, aaa\}$ $\quad L_6 = \{\varepsilon, bbbaa, baba, aaab, aabba, aa\}$

א.**מהן** השפות הבאות:

1. $L_4 L_4$ 2. $(L_1 \cup L_2 \cup L_3)^R$ 3. $L_3 L_1 L_6$

ב. יהיו L ו-K שפות. נגדיר פעולת חזקה על השפות: $L^K = \{x \in L \mid |y| = |x|$ שעבורה $y \in K$ קיימת$\}$

מהן השפות הבאות:

$$L_4^{L_5}, L_6^{\emptyset}$$

א)

1)

$L_4 L_4 = \{$

aabbaabb, aabbaabbb, aabbaa, aabbaaa, aabbbaabb, aabbbaabbb, aabbbaa, aabbbaaa,

aaaabb, aaaabbb, aaaa, aaaaa, aaaaabb, aaaaabbb, aaaaa, aaaaaa,

$\}$

2)

$L_1 = \emptyset$

$L_2 = \{\varepsilon, aa\}$

$L_3 = \{\varepsilon, a, ab, aa, abb\}$

$(L_1 \cup L_2 \cup L_3)^R =$

$(\{\varepsilon, a, aa, ab, abb\})^R =$

$$\boxed{= \{\varepsilon, a, aa, ba, bba\}}$$

(3

$L_1 = \Phi$ $\qquad$ $L_3 L_1 L_6 = \boxed{\Phi}$

אין קיום מילה
לשרשר

ב)

$$L^K = \{x \mid x \in L \wedge \exists_{y \in K} (|y| = |x|)\}$$

$$L_6^{\Phi} = \Phi$$

אין מילים ב-Φ
לכל $|w|$ כאשר $w \in L_6$
כי Φ שפה ריקה.

$$L_4^{L_5} = \{aabb, aabbb, aaa\}$$

שאלה 2:

נתונות שפות L_1, L_2, L_3 מעל א"ב Σ. **הוכיחו או הפריכו**

א. $(L_1 \cup L_2)L_3 = L_1L_3 \cup L_2L_3$

ב. $(L_1 \cap L_2)L_3 = L_1L_3 \cap L_2L_3$

הדרכה : כדי להוכיח שוויון מספיק להוכיח את שני כיווני ההכלה בין השפות הנתונות. כדי להפריך שוויון מספיק לתת דוגמה נגדית.

7

א) יהי $v \in (L_1 \cup L_2)L_3$

ניתן לפרק את v ל- $v = wu$

כאשר $u \in L_3$, $w \in L_1 \cup L_2$

$w \in L_1 \cup L_2$ אמ"מ:

$w \in L_1$ או $w \in L_2$

$\Updownarrow$

$wu \in L_1L_2$ או $wu \in L_2L_3$

$\Updownarrow$

$$\boxed{wu = v \in L_2L_3 \cup L_1L_3}$$

*הבנו קשר של אמ"מ בין $v \in L_2L_3 \cup L_1L_3$ ל- $v \in (L_1 \cup L_2)L_3$ ולכן הם שקולים, ולכן הקבוצות שוות

ב) קונטרה: $L_3 = \{\varepsilon, aa\}$

$L_1 = \{a\}$ $\quad L_2 = \{a, aa\}$

$$(L_1 \cap L_2)L_3 = \{a\}\{\varepsilon, aa\} = \boxed{\{a, aaa\}}$$

$$L_1L_3 \cap L_2L_3 = \{a, aaa\} \cap \{a, aaaa\} = \boxed{\{a\}}$$

לכן הקבוצות לא שוות
לכן הטענה לא נכונה.

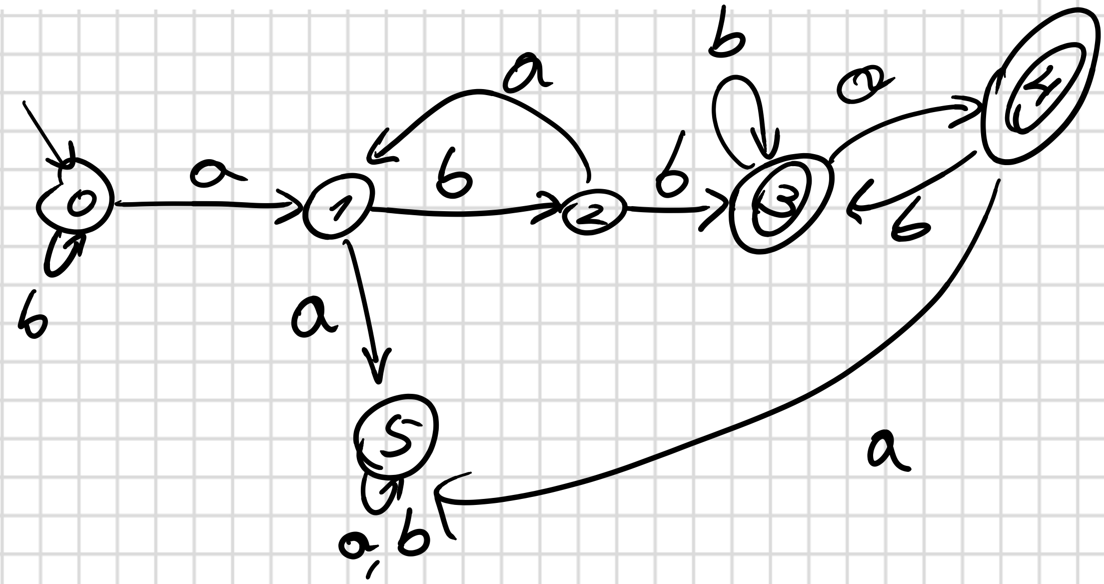
שאלה 3:

בנו אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים המקבלים את השפות הבאות מעל הא"ב $\Sigma = \{a, b\}$

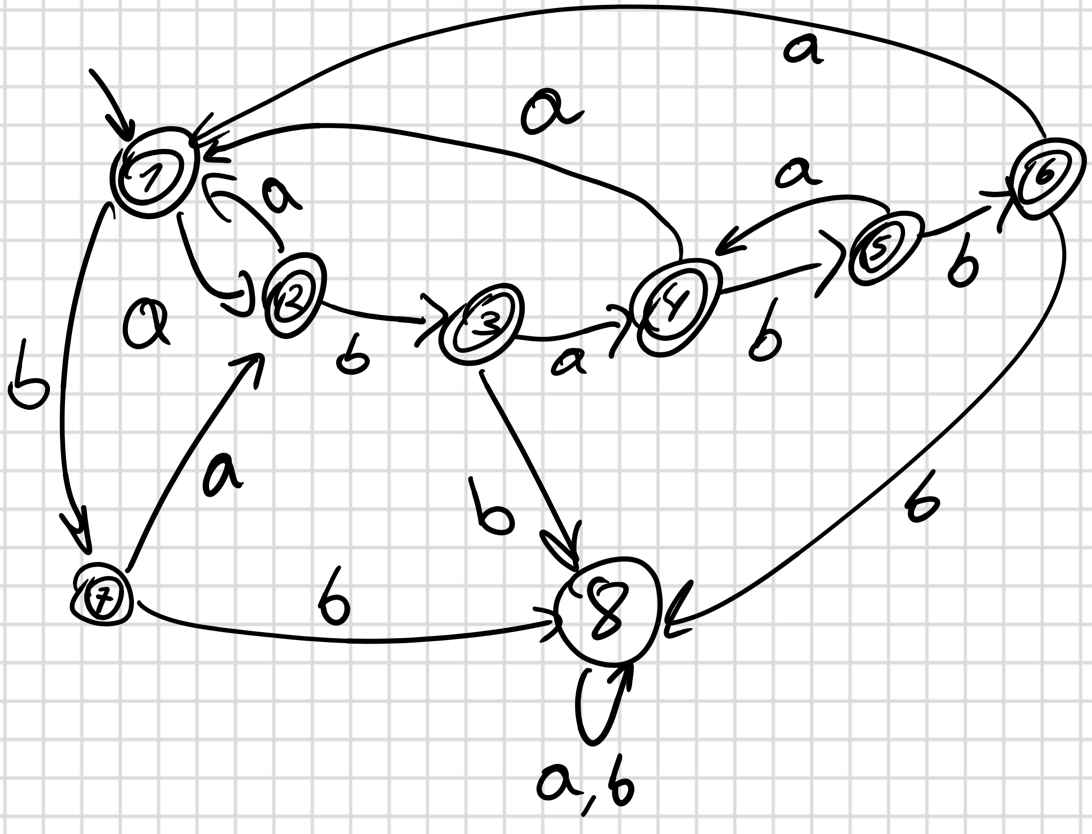
א. כל המילים שיש בהן התת-מילה abb, ואין בהן התת-מילה aa.

ב. כל המילים שבהן לפני כל מופע של bb (אם יש) יש בצמוד לפניו מופע של aba.

א)



ב)

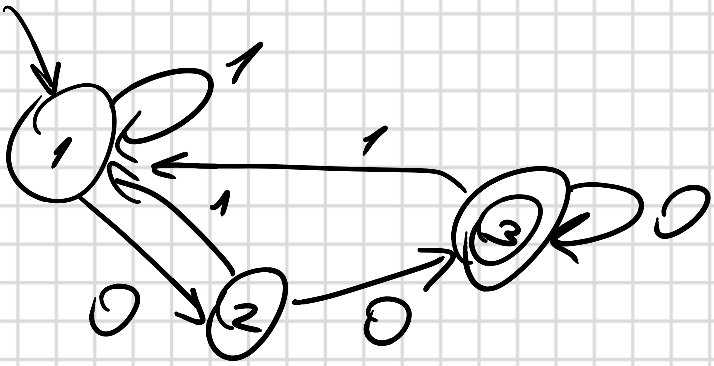


שאלה 4:

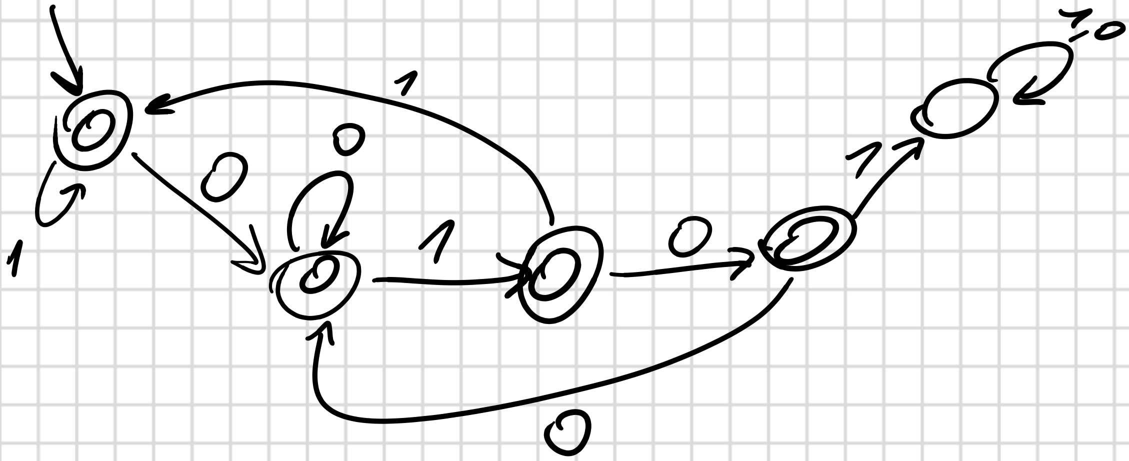
בנו אוטומטים סופיים לא דטרמיניסטיים המקבלים את השפות הבאות מעל הא"ב $\Sigma = \{0,1\}$

1. $L= \{w|\ w \text{ ends with } 000\}$, יש לבנות אוטומט בעל 3 מצבים לכל היותר.
2. $L= \{w \mid w \text{ does not contain the substring } 0101\}$
3. $L= \{w \mid w \text{ contains at least two 0s, or exactly two 1s}\}$, יש לבנות אוטומט בעל 6 מצבים לכל היותר.

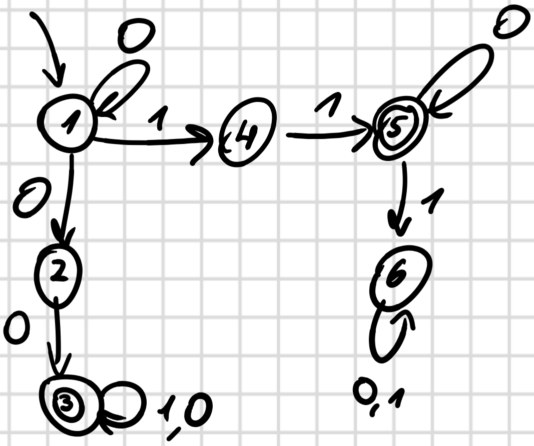
(1



(2

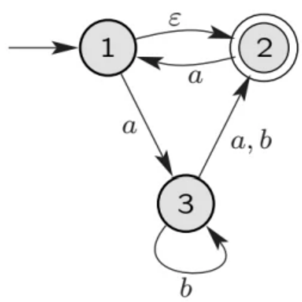


(3



שאלה 5:

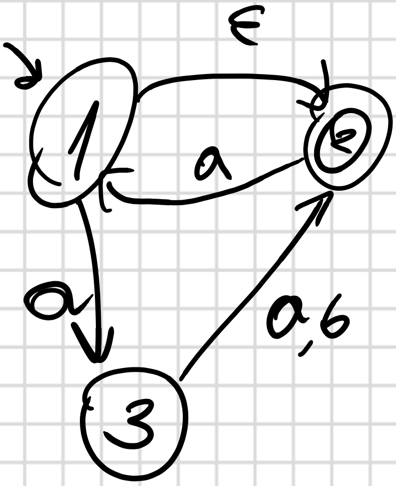
השתמשו במשפט 1.39 מספר הלימוד כדי להפוך את ה-NFA הבא ל-DFA שקול. **חשוב** להסביר כל מעבר!



לפי משפט 1.39:

"Every nondeterministic finite automaton has an equivalent deterministic finite automaton"

כלומר, לכל אוטומט סופי לא דטרמיניסטי קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי השקול לו.

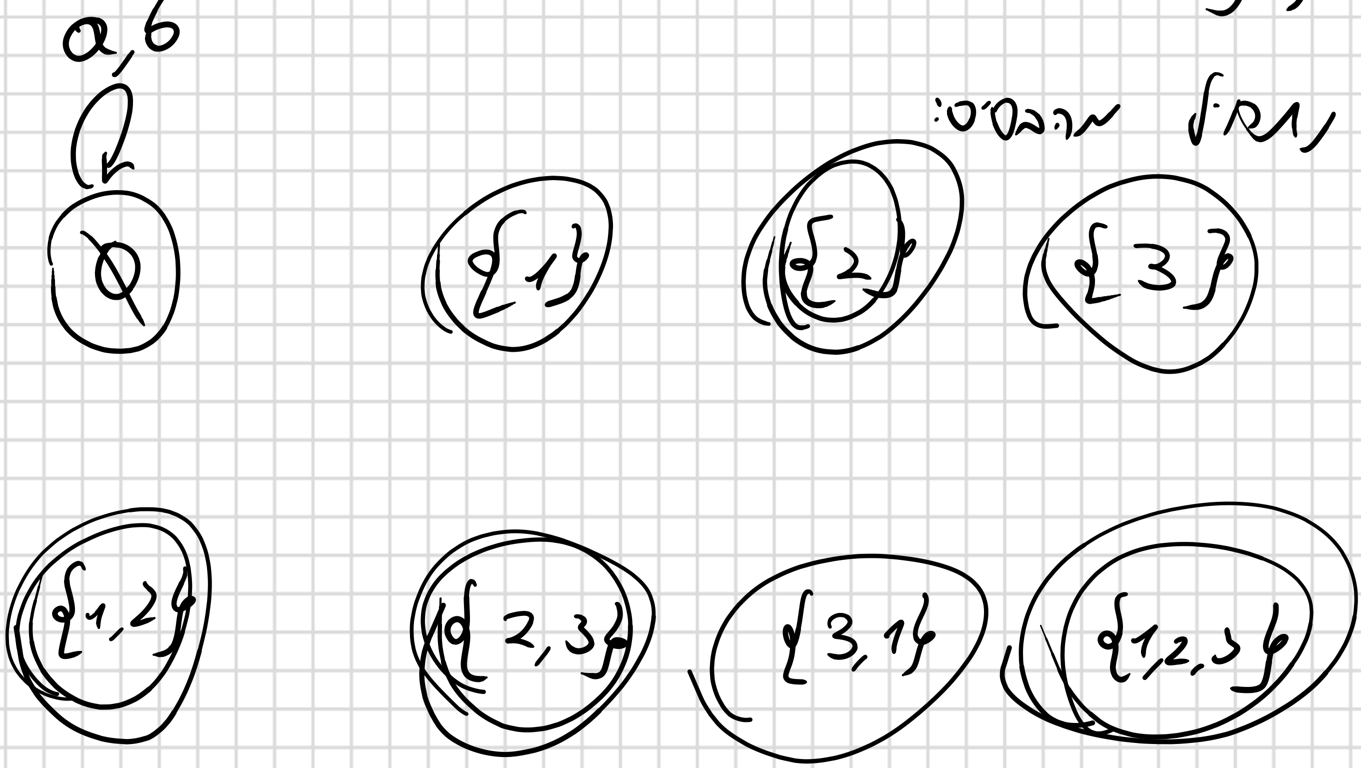


המצבים האפשריים:

$$R = \{ \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{3,1\}, \{1,2,3\} \}$$

נבנה בשלבים.

נתחיל מהבסיס:

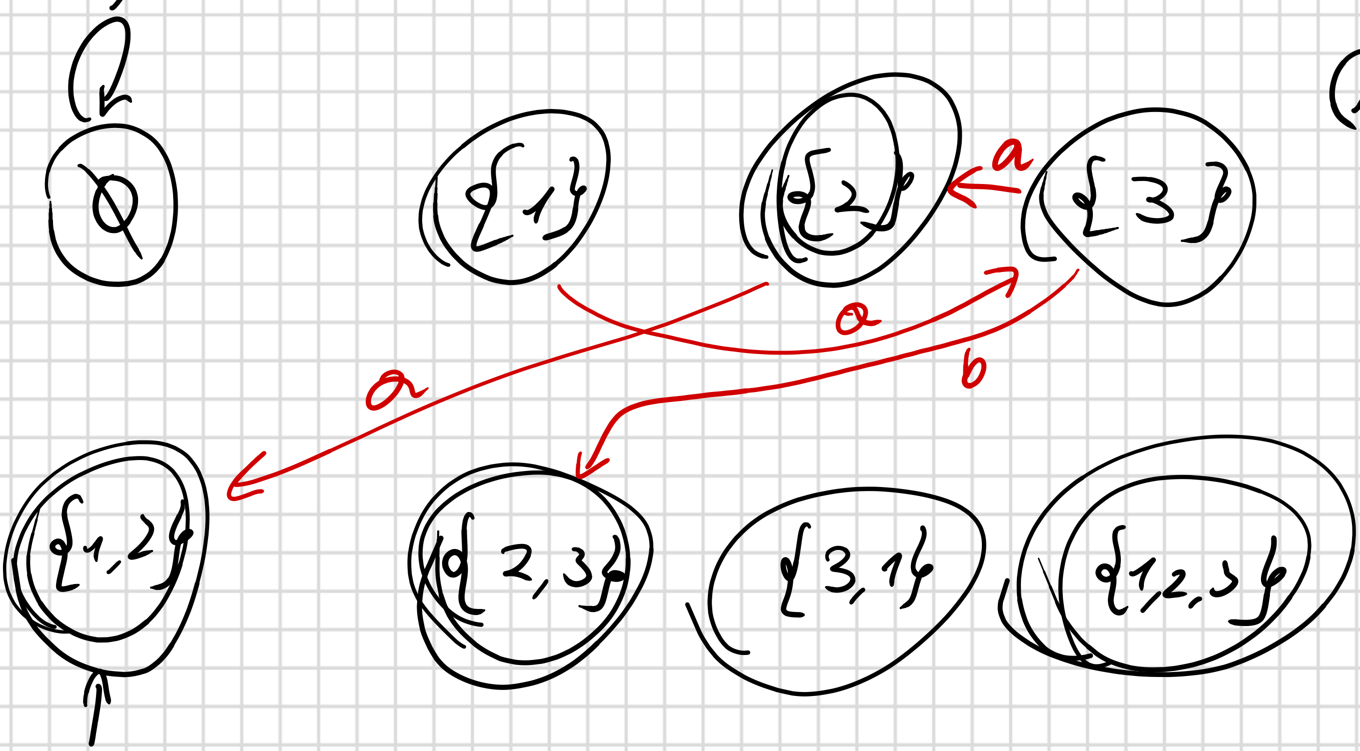


לפי הכיוונים ולפי הוכחת משפט 1.39

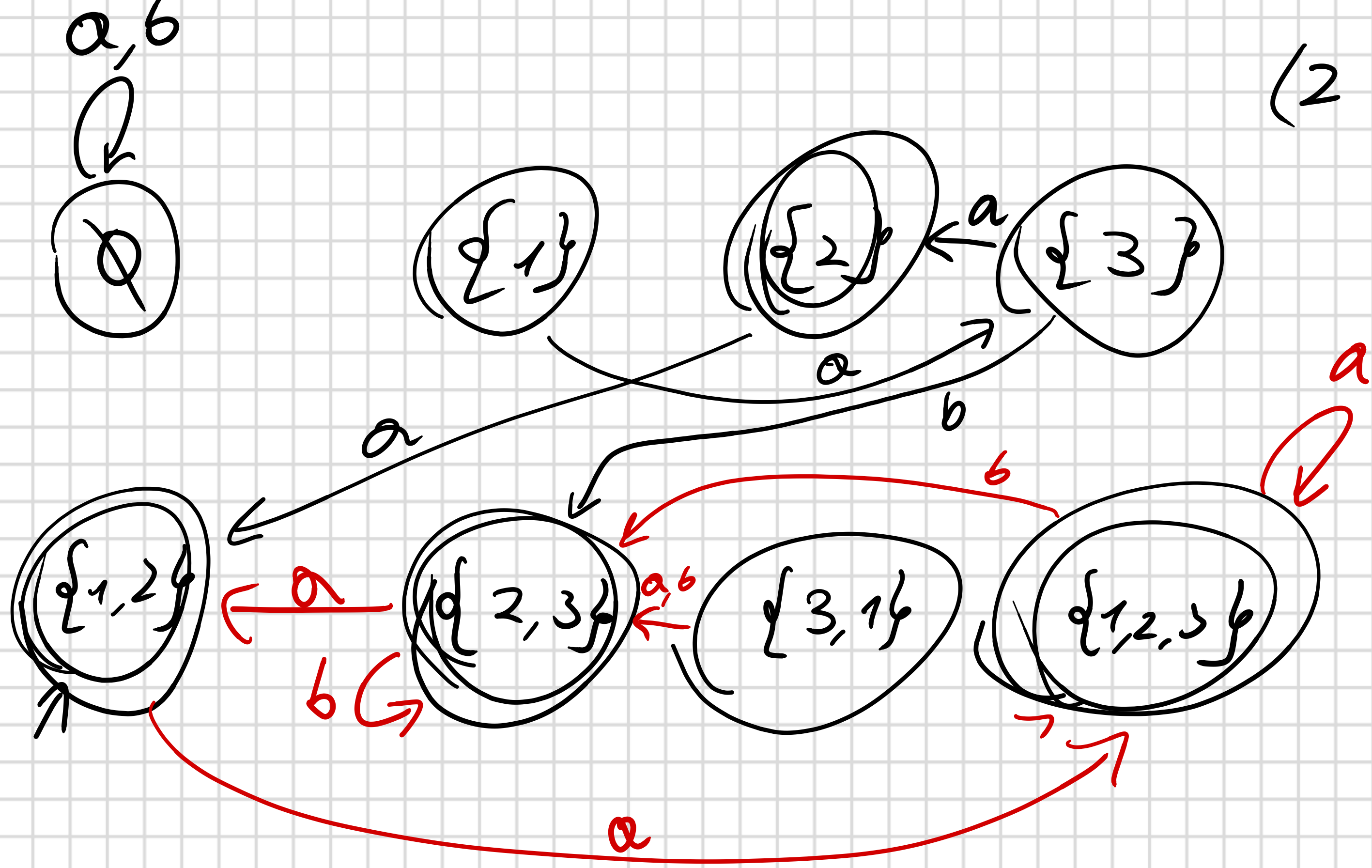
בספר הלימוד "introduction to the theory of computation"

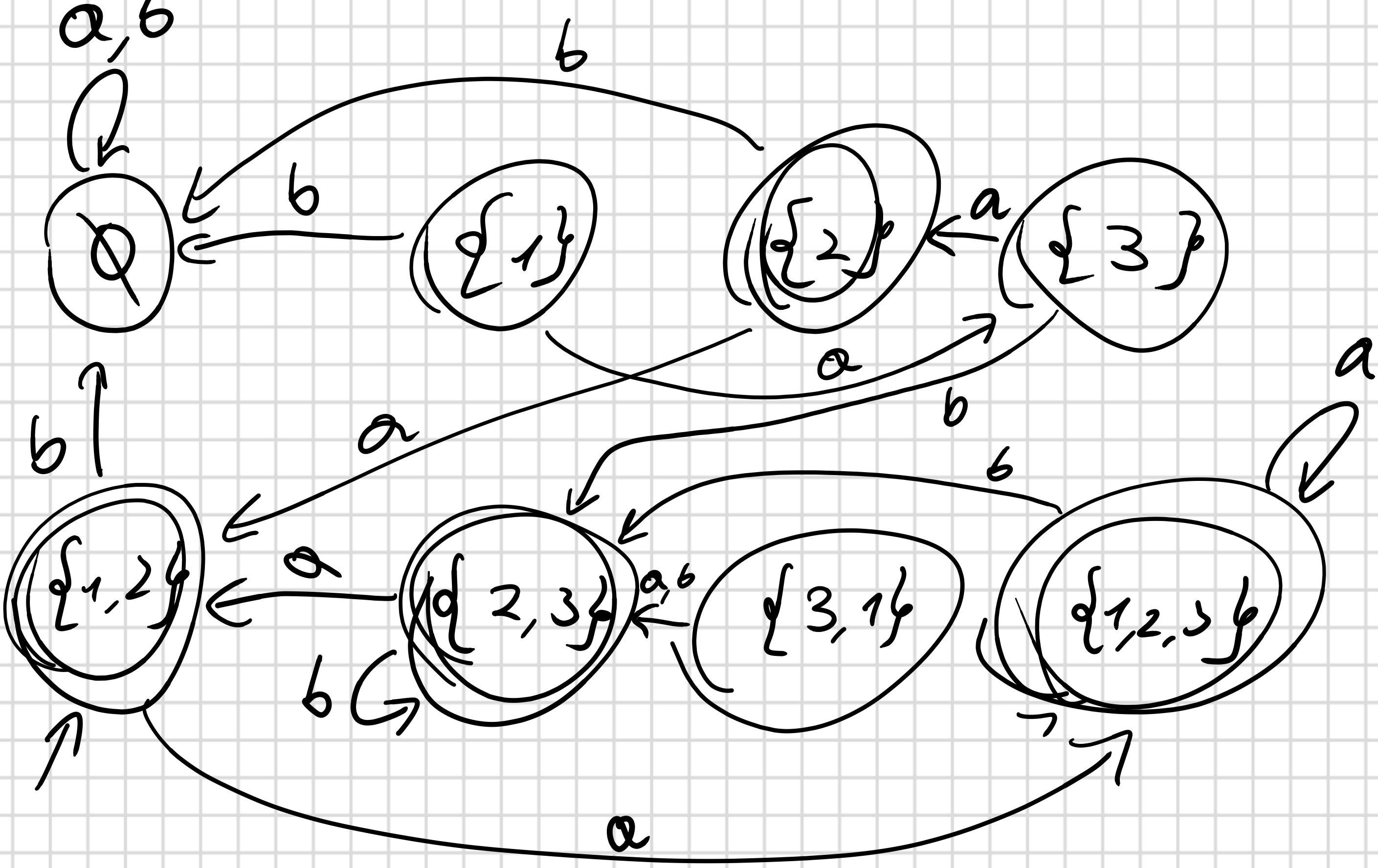
מה שבאדום הוא מה שהוסיף A בצעד?

1)



2)





4) ניתן למחוק את $\{1,3\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$

כי אין איך להגיע אליהם!

5) סידור