

שאלה 1 (15 נקודות)

תהיינה  $CA = A^3 - 3A^2 - 4A$  מטריצות ריבועיות המקיים  $A, C \in M_3(\mathbb{R})$ . נתון כי 1 ו-2 הם ערכים עצמיים של המטריצה  $A$ . ושה-  $C$  מטריצה סינגולרית. הוכיחו שהמטריצות  $A$  ו-  $C$  לכסינות.

$$CA = A^3 - 3A^2 - 4A$$

$$CA = (A^2 - 3A - 4I)A$$

$$(C - (A^2 - 3A - 4I))A = 0$$



$$C = A^2 - 3A - 4I$$

$$A \neq 0$$



ולכן  $C \in M_3(\mathbb{R})$  סינגולרית  $\forall P \in M_3(\mathbb{R})$

$$P^{-1} \cdot A \cdot P = 0$$

ולכן  $P^{-1} \cdot C \cdot P = 0$   
ולכן  $C \in M_3(\mathbb{R})$  סינגולרית

ו-  $A \neq 0$  לכן  $V \neq 0$

$$AV = \lambda V$$

$$CV = ?$$

$$CV = ?$$

$$(A^2 - 3A - 4I)V =$$

$$A(AV) - 3AV - 4IV =$$

$$A^2V - 3AV - 4V =$$

$$2AV - 3AV - 4V =$$

$$\lambda^2 V - 3\lambda V - 4V =$$

$$(\lambda^2 - 3\lambda - 4)V = 0$$

$$(\lambda^2 - 3\lambda - 4)V = \mu V$$

↓

$$\mu = \lambda^2 - 3\lambda - 4$$

nach N. n. r.

nur

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2 \quad \text{d. 10)$$

$$\mu_1 = 1 - 3 - 4 = -6$$

$\therefore \lambda_1 = 1$

$$\mu_2 = 4 - 6 - 4 = -6$$

$\lambda_2 = 2$

$|C| = 0$ , das ist  $(1|1|1)$  linear abhängig  $\Leftrightarrow C$  singulär  
d. h.  $\det C = 0$   $\Leftrightarrow \mu = 0$ , d. h.  $\lambda = 0$

$$\lambda_3 = 0$$

ר' בראוי

$$0 = \lambda^2 - 3\lambda - 4$$

$$0 = (\lambda - 4)(\lambda + 1)$$

נמצא ערך נורמל של  $\lambda_3 = 4$  (יב)  $\lambda_3 = -1$  גורם: 11.2.6 כוונת  $e^-$ ,  $A$ ,  $n$

10. ו-37 גורם ה.נ.ה. 3 גורם אוניברסיטאי, 11.3.6 כוונת גורם  $A$ .

נמצא ערך נורמל של  $\lambda_3 = -6$  (יב) 11.5.4 כוונת גורם  $A$ .

נמצא ערך נורמל של  $\lambda_3 = -6$  (יב) 11.5.4 כוונת גורם  $A$ .

ר.ג.ה. ר.ג.ה.  $R^2$  דוגמת  $V_2, V_1$  ר.ג.ה. ר.ג.ה. ר.ג.ה. ר.ג.ה. ר.ג.ה.

$0 \neq v \in V_1$  ר.ג.ה.

$$AV = V$$

$$\downarrow /A \quad \downarrow / \cdot (-3)$$

$$AAv = V \quad -3Av = -3V$$

ר.ג.ה. כ

ר.ג.ה.

$$-4I \cdot V = -4V$$

ר.ג.ה. כ 4.1.2.4.1.1.1

$$CV = (AA - 3A - 4I)V = AA\bar{v} - 3A\bar{v} - 4\bar{v} = \\ \bar{v} - 3\bar{v} - 4\bar{v} = -6\bar{v}$$

$$CV = -6\bar{v} \quad \text{so } \forall \bar{v}, \bar{v} \in V_1 \quad \text{for } \bar{v}$$

$$\therefore \bar{v} \in V_2 \quad \text{so } \bar{v}$$

$$A\bar{v} = 2\bar{v} \\ \swarrow \quad \searrow \\ A\bar{v} = 4\bar{v} \quad -3A = -6\bar{v}$$

$$-4IV = -4\bar{v} \quad \text{so } \bar{v}$$

$$CV = (AA - 3A - 4I)V = AA\bar{v} - 3A\bar{v} - 4I\bar{v} =$$

$$4\bar{v} - 6\bar{v} - 4\bar{v} = -6\bar{v}$$

$$CV = -6\bar{v} \quad \text{so } \forall \bar{v}, \bar{v} \in V_2 \quad \text{for } \bar{v}$$

רשות, בזק נציג נספח א-ג'ז ערך  
1. כ"ה מושג בפ"ס ס

בזק נציג נספח א-ג'ז  $(V_1, V_2)$ , א-ג'ז נציג נספח 2  
בזק נציג נספח א-ג'ז,  $V_0 = V_1 \cup V_2$ ,  $\subset$  ס  
 $V_0 = V_1 \oplus V_2$  ג-בזק פ"ז, א-ג'ז

$$\dim(V_0) = \dim(V_1) + \dim(V_2) = 2 \quad \text{so } \dim(V_0) = 2$$

# נִירְבָּהַת כְּבָדָר

11.5.4'  $\angle \alpha = 90^\circ$

11025 0316 A

✓ 100%

שאלה 2 (20 נקודות)

נתונות המטריצות

$$B = \begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ a^2 & -a & 2 \end{pmatrix}$$

- ב.** מצאו עבור אלו ערכים של  $a$  המטריצה  $B$  לכסינה?

**ג.** הציבו במטריצה  $B$  את ערכי  $a$  שקבלתם בסעיף א'. מבין המטריצות שמתאפשרות קיימות שתי מטריצות שהן שקולות שורה, נסמן אותן ב  $A$  ו-  $C$ . רשמו את המטריצות  $A$  ו-  $C$ , הוכיחו שהן

## שקלות-שורה וחשבו

$$B = \begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ a^2 & -a & 2 \end{pmatrix}$$

לעומת הילך נורמלית, מטרת הילך היא לסייע לאדם בפעולותיו היומיומיות.

$$|EI - \beta| = \gamma$$

$$\left| \begin{pmatrix} t & 0 & 0 \\ 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ a^2 & -a & 2 \end{pmatrix} \right| =$$

$$\left| \begin{pmatrix} t-a & -a & 0 \\ 0 & t-2 & 0 \\ -a^2 & a & t-2 \end{pmatrix} \right| = (t-2) \cdot ((t-a)(t-2) - 0 \cdot (-a))$$

3 rows  $\rightarrow$  1 row

$$= (t-2)(t-a)(t-2)$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = -a$$

• מינימום מקומי בע (3n)

$$V \in \mathbb{R}^3 \quad (3n)$$

: סקס

$$\begin{aligned} Bv &= -\alpha V \\ : [x, y, z]^T &= V - f(v) \quad \text{הנורמל} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ a^2 & -a & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} -ax \\ -ay \\ -az \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -ax + ay \\ 2y \\ a^2x - ay - 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ax \\ -ay \\ -az \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} ax \\ ay \\ az \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & y \\ (a-2)y & \\ a^2x - ay - z(2-a) & \end{pmatrix} = 0$$

: 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 687. 688. 689. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 697. 698. 699. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 707. 708. 709. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 716. 717. 718. 719. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 726. 727. 728. 729. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 736. 737. 738. 739. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 746. 747. 748. 749. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 756. 757. 758. 759. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 766. 767. 768. 769. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 776. 777. 778. 779. 779. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 786. 787. 788. 789. 789. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 796. 797. 798. 799. 799. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 806. 807. 808. 809. 809. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 816. 817. 818. 819. 819. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 826. 827. 828. 829. 829. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 836. 837. 838. 839. 839. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 846. 847. 848. 849. 849. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 856. 857. 858. 859. 859. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 866. 867. 868. 869. 869. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 876. 877. 878. 879. 879. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 886. 887. 888. 889. 889. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 896. 897. 898. 899. 899. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 906. 907. 908. 909. 909. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 916. 917. 918. 919. 919. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 926. 927. 928. 929. 929. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 936. 937. 938. 939. 939. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 946. 947. 948. 949. 949. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 956. 957. 958. 959. 959. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 966. 967. 968. 969. 969. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 976. 977. 978. 979. 979. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 986. 987. 988. 989. 989. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 996. 997. 998. 999. 999. 999. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1006. 1007. 1008. 1009. 1009. 1009. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1016. 1017. 1018. 1019. 1019. 1019. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1026. 1027. 1028. 1029. 1029. 1029. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1036. 1037. 1038. 1039. 1039. 1039. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1046. 1047. 1048. 1049. 1049. 1049. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1056. 1057. 1058. 1059. 1059. 1059. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1066. 1067. 1068. 1069. 1069. 1069. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1076. 1077. 1078. 1079. 1079. 1079. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1086. 1087. 1088. 1089. 1089. 1089. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1096. 1097. 1098. 1099. 1099. 1099. 1100. 1101. 1102. 1103. 1104. 1105. 1106. 1106. 1107. 1108. 1109. 1109. 1109. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1116. 1117. 1118. 1119. 1119. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1126. 1127. 1128. 1129. 1129. 1129. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1136. 1137. 1138. 1139. 1139. 1139. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1146. 1147. 1148. 1149. 1149. 1149. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1156. 1157. 1158. 1159. 1159. 1159. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1166. 1167. 1168. 1169. 1169. 1169. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1176. 1177. 1178. 1179. 1179. 1179. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1186. 1187. 1188. 1189. 1189. 1189. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1196. 1197. 1198. 1199. 1199. 1199. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1206. 1207. 1208. 1209. 1209. 1209. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1216. 1217. 1218. 1219. 1219. 1219. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1226. 1227. 1228. 1229. 1229. 1229. 1230. 1231. 1232. 1233. 1234. 1235. 1236. 1236. 1237. 1238. 1239. 1239. 1239. 1240. 1241. 1242. 1243. 1244. 1245. 1246. 1246. 1247. 1248. 1249. 1249. 1249. 1250. 1251. 1252. 1253. 1254. 1255. 1256. 1256. 1257. 1258. 1259. 1259. 1259. 1260. 1261. 1262. 1263. 1264. 1265. 1266. 1266. 1267. 1268. 1269. 1269. 1269. 1270. 1271. 1272. 1273. 1274. 1275. 1276. 1276. 1277. 1278. 1279. 1279. 1279. 1280. 1281. 1282. 1283. 1284. 1285. 1286. 1286. 1287. 1288. 1289. 1289. 1289. 1290. 1291. 1292. 1293. 1294. 1295. 1296. 1296. 1297. 1298. 1299. 1299. 1299. 1300. 1301. 1302. 1303. 1304. 1305. 1306. 1306. 1307. 1308. 1309. 1309. 1309. 1310. 1311. 1312. 1313. 1314. 1315. 1316. 1316. 1317. 1318. 1319. 1319. 1319. 1320. 1321. 1322. 1323. 1324. 1325. 1326. 1326. 1327. 1328. 1329. 1329. 1329. 1330. 1331. 1332. 1333. 1334. 1335. 1336. 1336. 1337. 1338. 1339. 1339. 1339. 1340. 1341. 1342. 1343. 1344. 1345. 1346. 1346. 1347. 1348. 1349. 1349. 1349. 1350. 1351. 1352. 1353. 1354. 1355. 1356. 1356. 1357. 1358. 1359. 1359. 1359. 1360. 1361. 1362. 1363. 1364. 1365. 1366. 1366. 1367. 1368. 1369. 1369. 1369. 1370. 1371. 1372. 1373. 1374. 1375. 1376. 1376. 1377. 1378. 1379. 1379. 1379. 1380. 1381. 1382. 1383. 1384. 1385. 1386. 1386. 1387. 1388. 1389. 1389. 1389. 1390. 1391. 1392. 1393. 1394. 1395. 1396. 1396. 1397. 1398. 1399. 1399. 1399. 1400. 1401. 1402. 1403. 1404. 1405. 1406. 1406. 1407. 1408. 1409. 1409. 1409. 1410. 1411. 1412. 1413. 1414. 1415. 1416. 1416. 1417. 1418. 1419. 1419. 1419. 1420. 1421. 1422. 1423. 1424. 1425. 1426. 1426. 1427. 1428. 1429. 1429. 1429. 1430. 1431. 1432. 1433. 1434. 1435. 1436. 1436. 1437. 1438. 1439. 1439. 1439. 1440. 1441. 1442. 1443. 1444. 1445. 1446. 1446. 1447. 1448. 1449. 1449. 1449. 1450. 1451. 1452. 1453. 1454. 1455. 1456. 1456. 1457. 1458. 1459. 1459. 1459. 1460. 1461. 1462. 1463. 1464. 1465. 1466. 1466. 1467. 1468. 1469. 1469. 1469. 1470. 1471. 1472. 1473. 1474. 1475. 1476. 1476. 1477. 1478. 1479. 1479. 1479. 1480. 1481. 1482. 1483. 1484. 1485. 1486. 1486. 1487. 1488. 1489. 1489. 1489. 1490. 1491. 1492. 1493. 1494. 1495. 1496. 1496. 1497. 1498. 1499. 1499. 1499. 1500. 1501. 1502. 1503. 1504. 1505. 1506. 1506. 1507. 1508. 1509. 1509. 1509. 1510. 1511. 1512. 1513. 1514. 1515. 1516. 1516. 1517. 1518. 1519. 1519. 1519. 1520. 1521. 1522. 1523. 1524. 1525. 1526. 1526. 1527. 1528. 1529. 1529. 1529. 1530. 1531. 1532. 1533. 1534. 1535. 1536. 1536. 1537. 1538. 1539. 1539. 1539. 1540. 1541. 1542. 1543. 1544. 1545. 1546. 1546. 1547. 1548. 1549. 1549. 1549. 1550. 1551. 1552. 1553. 1554. 1555. 1556. 1556. 1557. 1558. 1559. 1559. 1559. 1560. 1561. 1562. 1563. 1564. 1565. 1566. 1566. 1567. 1568. 1569. 1569. 1569. 1570. 1571. 1572. 1573. 1574. 1575. 1576. 1576. 1577. 1578. 1579. 1579. 1579. 1580. 1581. 1582. 1583. 1584. 1585. 1586. 1586. 1587. 1588. 1589. 1589. 1589. 1590. 1591. 1592. 1593. 1594. 1595. 1596. 1596. 1597. 1598. 1599. 1599. 1599. 1600. 1601. 1602. 1603. 1604. 1605. 1606. 1606. 1607. 1608. 1609. 1609. 1609. 1610. 1611. 1612. 1613. 1614. 1615. 1616. 1616. 1617. 1618. 1619. 1619. 1619. 1620. 1621. 1622. 1623. 1624. 1625. 1626. 1626. 1627. 1628. 1629. 1629. 1629. 1630. 1631. 1632. 1633. 1634. 1635. 1636. 1636. 1637. 1638. 1639. 1639. 1639. 1640. 1641. 1642. 1643. 1644. 1645. 1646. 1646. 1647. 1648. 1649. 1649. 1649. 1650. 1651. 1652. 1653. 1654. 1655. 1656. 1656. 1657. 1658. 1659. 1659. 1659. 1660. 1661. 1662. 1663. 1664. 1665. 1666. 1666. 1667. 1668. 1669. 1669. 1669. 1670. 1671. 1672. 1673. 1674. 1675. 1676. 1676. 1677. 1678. 1679. 1679. 1679. 1680. 1681. 1682. 1683. 1684. 1685. 1686. 1686. 1687. 1688. 1689. 1689. 1689. 1690. 1691. 1692. 1693. 1694. 1695. 1696. 1696. 1697. 1698. 1699. 1699. 1699. 17

$$\begin{pmatrix} \alpha^2 & 0 & 2+\alpha & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - R_2 \cdot \frac{\alpha}{2}} \longrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \alpha^2 & 0 & 2+\alpha & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2y=0 \rightarrow y=0 \quad : \text{durch 11}$$

$$\alpha^2 x + (2+\alpha)z = 0 \quad : \text{aus x und z lösbar}$$

$\alpha \neq 2, 0$      $\alpha = 0$      $\alpha = -2$      $x \approx 3$      $z \approx 1$

$$: \text{durch } \underline{\alpha = -2}$$

$$, Br = 2V$$

$$4x = 0 = 0$$

$$x=0, y=0 \quad z=1 \quad : \text{durch 11}$$

$$V = \left(0, 0, 2\right)^t \quad \text{Basis } \{ \dots \}$$

$$V_2 = \text{Sp}\left(\left\{(0, 0, 1)^t\right\}\right)$$

$$\dim(V_2) = 1$$

נמצא רג' קהן, מילאנו גראן גראן  
 ב-3.6.3 נקבעו, מילאנו גראן גראן  
 $(t-2)(t-3)(t-4)$  וריאו. (2.1.1.2.1.2)  
 $(t-2)(t-a)(t-2)$

11.5.4' לדוגמה גוף ב- $t=0$  ב- $x=2$  ו $y=0$   
 $\therefore f_{xx}(0) = \underline{\alpha = 0}$

$$Bv = 0v = 0$$

$$y = 0$$

$$0 \cdot x + (+2)z = 0$$

$\downarrow$

$$z = 0, y = 0$$

$$v = (x, 0, 0)^T \quad x \in \mathbb{R} \cup \{0\}, y \in$$

$$V_0 = \text{Span}\{(1, 0, 0)^T\}$$

$$\dim(V_0) = 1 \quad \text{ט}$$

לפיכך כבש  $a = 0$ , הריאו. ב-2.1.2.1.2 נרימה  $\alpha = 0$   
 כ.ב.ז. 2.1.2.1.2 נרימה  $\alpha = 0$   
 $\therefore \alpha = 0$  כ.ב.ז. הריאו. ב-2.1.2.1.2 נרימה  $\alpha = 0$

(בונוס)

$$Bv = 2v \leftarrow v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad x, y, z \in \mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ a^2 & -a & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

↓

$$-2x = 0$$

$$\stackrel{\leftrightarrow}{x} = 0$$

$-x, y, z \in \mathbb{R}$  for  $x, y, z$

$$v = (0, y, z)$$

$$V_2 = \text{Span}(\{(0, 1, 0), (0, 0, 1)\})$$

$\downarrow$

מִתְבָּאֵן אֶל-הַמִּלְחָמָה. וְאֶל-הַמִּלְחָמָה כְּפָרָה בְּעֵדָה. וְאֶל-הַמִּלְחָמָה כְּפָרָה בְּעֵדָה.

1)  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$  B , 11.5.4' (ew . के , 10/10  
 $a = 0$  तरीके

(2) המקבילה של ג.ג. ג' ניבאה זו (ב') מוגנה ו-  
המקבילה של ג.ג. ג' ניבאה זו (ב') מוגנה ו-

$$\underline{\alpha \neq -2, 0}$$

۱۰۲

$$B_V = -\alpha V$$

$$a^2x + (2-a)z = 0 \quad (y=0)$$

$$a^2 x = -2(2+a)$$

$$(-2 \neq a) \quad \frac{a}{2-a} x = 2$$

$$V = \left( t, 0, \frac{a}{2\omega}t \right) \quad t \in R \quad \text{sof, sof}$$

$$V_{-\alpha} = \text{Sp}\left(\left\{(1, 0, \frac{\alpha}{2+\alpha})\right\}\right)$$

, 12f

$$\dim(V_{-\alpha}) = 1$$

ß S010)

$$B_V = 2V$$

$$\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ \alpha^2 & -\alpha & 2 \end{pmatrix} V = 2V$$

$$: V = (x, y, z) \leftarrow x, y, z \in \mathbb{R}, x, y, z$$

$$\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ \alpha^2 & -\alpha & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\alpha x + \alpha y & \\ 2y & \\ \alpha^2 x - \alpha y + 2z & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \\ 2z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha y - (\alpha + 2)x & \\ 0 & \\ \alpha^2 x - \alpha y & \end{pmatrix} = 0$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha y = (\alpha+2)x \\ \alpha^2 x = \alpha y \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha+2 \quad \frac{\alpha}{\alpha+2} y = x \\ \alpha \neq 0 \quad \alpha x = y \end{array} \right.$$



$$\frac{\alpha}{\alpha+2} \alpha x = x$$

$$x \left( \frac{\alpha^2}{\alpha+2} - 1 \right) = 0$$



$$x = 0$$

$$\frac{\alpha^2}{\alpha+2} = 1$$

$$\alpha^2 = \alpha + 2$$

$$\alpha^2 - \alpha - 2 = 0$$

$$(\alpha-2)(\alpha+1) = 0$$

$$\frac{-(-1) \pm \sqrt{1-4(-2)\cdot 1}}{2}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$\alpha = -2, -1$$

$$\alpha = -1 \text{ ik } \alpha = 2$$

$$x = ay \quad V = (t, at, z) \quad t, z \in \mathbb{R} \text{ so}$$

$$V_2 = \text{Span}(\{(1, -\alpha, 0), (0, 0, 1)\}) \quad , \text{ if}$$

$$\dim(V_2) = 2$$

$$\alpha \neq -1, 2, -2, 0$$

$$ay = x \quad \leftarrow x = 0$$

$$a \neq 0 \quad ay = 0 \quad , z \in \mathbb{R} \text{ so , ps}$$

$$f = 0 \quad V = (0, 0, z)$$

$$V_2 = \text{Span}(\{(0, 0, 1)\}) \quad -12$$

$$\dim(V_2) = 1$$

,  $\alpha = 2$  in  $\alpha = 1$ ,  $\gamma(1)$   
 ו $\alpha = 2$  ו $\alpha = 1$ ,  $\dim(V_2) = 2$   
 $\alpha \neq -2, -1, 0, 1, 2$  ו $\dim(V_2) = 1$

$$\dim(V_2) = 1+2$$

$$\therefore \text{and } \gamma(1) \text{ is } \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$$

11.5.4' (ד) ו'  $\alpha = 2$  ו'  $\alpha = -1$  תרמו, יסוד  
ההypothesis B יסוד

, מ-10 בפ

הypothesis  $\alpha = 0$  (ii)  $\alpha = 1$  (iii)  $\alpha = 2$  תרמו  
הypothesis B

$$\Rightarrow : \alpha_1 = 2, \alpha_2 = 1 \quad \text{מ-6}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 / 2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - 3R_1 - R_2} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = C$$

$$|A^3| = |A|^3$$

45.1 ב

$$|A| = 2(2 \cdot (-2) - 2 \cdot 0) = -8$$

3.7.3.8.1 כבש

$$|C^2| = |C|^2$$

4.5.1 ∫

$$|C| = 2 \cdot (-1 \cdot 2 - 1 \cdot 0) = -4$$

מגניט  
3.7.12

$$\frac{|A^3|}{|C^2|} = \frac{|A|^3}{|C|^2} = \frac{(-8)^3}{(-4)^2} =$$

:�en)

$$\frac{-512}{16} = \boxed{-32}$$

ডেন

שאלה 3 (15 נקודות)

נתונות מטריצות  $A$  ו- $B$  ריבועיות מסדר  $3 \times 3$  כך שהמטריצות

$$A, \quad B - A, \quad 2B - A, \quad 3B - A$$

הם מטריצות לא הפוכות. הוכיחו שהמטריצה  $B$  לא הפיכה.

ההנחה היא:  $\det(B) \neq 0$

$$A, \quad B - A, \quad 2B - A, \quad 3B - A$$

$$\text{מ. 11.4.1} \quad \det(A) = \det(B - A) = \det(2B - A) = \det(3B - A)$$

$$0 = \det(A) = -\det(B - A) = -\det(2B - A) = -\det(3B - A) \therefore (-1)$$

$$\begin{array}{c} I \\ 0 = \det(A) = \det(B - A) = \det(2B - A) = \det(3B - A) \end{array}$$



מ. 11.4.1.  $B$  הפוכה.

$$\text{II} \quad \det(B - A) = 0 \therefore \det(B^{-1})$$

$$\det(B - A) \cdot \det(B^{-1}) = 0$$

$$\det(B \cdot B^{-1} - A \cdot B^{-1}) = 0$$

$$|I - AB^{-1}| = 0$$

$AB^{-1}$  סדר גורן 1, מודול 11.4.1 גא.

III

$$|2B - A| = 0 \quad / \cdot |B^{-1}|$$

$$|2B - A| \cdot |B^{-1}| = 0$$

$$|2B \cdot B^{-1} - AB^{-1}| = 0$$

$$|2I - AB^{-1}| = 0$$

$AB^{-1}$  סדר גורן 2, מודול 11.4.1 גא.

IV

$$|3B - A| = 0 \quad / \cdot |B^{-1}|$$

$$|3BB^{-1} - AB^{-1}| = 0$$

$$|3I - AB^{-1}| = 0$$

$AB^{-1}$  סדר גורן 3, מודול 11.4.1 גא.

$AB^{-1}$  סדר גורן 11.3.1 גא.  
סדר גורן 0 מודול 1.1.1 גא.

$$4.3.5 \quad \text{א} \quad |AB^{-1}| \neq 0 \quad \text{פ.כ.}$$

$$4.5.1 \quad \text{ב} \quad |A| \cdot |B^{-1}| \neq 0 \quad /: |B^{-1}| \neq 0$$

$$\text{לעתים קרובות} \quad |A| \neq 0$$

$|A|=0$  מכך ניתן לומר  $A - \mathbb{C}$  נסוי.

הוכחה:  $\int B \quad \text{פ.כ.}$

$\int B \quad \text{פ.כ.}$

$\boxed{\text{done}}$

שאלה 4 (20 נקודות)

יהיו  $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$  ווגדייר ( $v_1 \cdot v_2 = v_1 \cdot v_3 = 0$ . נתון  $U = \text{Sp}(\{v_1, v_2, v_3\})$ ) ו- $v_1 \cdot v_1 = v_2 \cdot v_2 = v_3 \cdot v_3 = 1$ . מצאו בסיס אורתונורמלי ל- $U$  (התשובה כוללת גם את  $x$ ).

הערה: הבחינו בין 2 מקרים שונים בהתאם לממדיו של  $U$ .

פתרון: נקבע  $U_1 = v_1$  (בגאומטריה)

$$(V) = (V_1, V_2, V_3) \quad \text{: מנגנון}$$

$$(U) = (U_1, U_2, U_3) \quad \text{: ערך מוקד}$$

$$U_1 = V_1 \quad \text{זיהוי}$$

: מנגנון מתקיים אם  $V_2 \perp V_1$

$$U_2 = V_2 - \sum_{i=1}^1 \frac{V_2 \cdot U_i}{\|U_i\|^2} \cdot U_i$$

$$U_2 = V_2 - \frac{V_2 \cdot V_1}{\|V_1\|^2} \cdot V_1 \quad \begin{aligned} V_2 \cdot V_1 &= 0 \\ &\therefore U_2 = V_2 - \frac{0}{\sqrt{V_1 \cdot V_1}} \cdot V_1 = \boxed{V_2} \end{aligned}$$

$$U_3 = V_3 - \sum_{i=1}^2 \frac{V_3 \cdot U_i}{\|U_i\|^2} \cdot U_i$$



$$U_3 = V_3 - \frac{V_3 \cdot V_1}{\|V_1\|^2} \cdot V_1 - \frac{V_3 \cdot V_2}{\|V_2\|^2} \cdot V_2$$

$$V_1 \cdot V_3 = 0$$

$$V_3 \cdot V_2 = 1$$

1. u,

$$U_3 = V_3 - \frac{0}{\sqrt{V_1 \cdot V_1}} \cdot V_1 - \frac{1}{(\sqrt{V_2 \cdot V_2})^2} \cdot V_2 =$$

$$U_3 = V_3 - \frac{1}{(\sqrt{x})^2} \cdot V_2 = V_3 - \frac{1}{x} V_2$$

$$(V) = (V_1, V_2, V_3)$$

$$(U) = (U_1 = V_1, U_2 = V_2, U_3 = V_3 - \frac{1}{x} V_2)$$

הנחות על  $(V)$  ו $(U)$

$$V = \alpha - P(\alpha)$$

$$(f(\alpha), \text{היררכיה } P(\alpha))$$

הנחות על  $P(\alpha)$  הינה  $\alpha < \beta \rightarrow f(\alpha) < f(\beta)$

$\alpha < \beta \rightarrow f(\alpha) < f(\beta)$  כיוון  $f(\alpha) < f(\beta)$

$$P(\alpha) = \alpha \rightarrow f(\alpha) = \alpha$$



$$V = 0$$

לפנינו ישנו מושג  $U_1 = V_1 - \frac{1}{x}V_2$

$$U_1 = V_1 \neq 0$$

במקרה הראשון

$$U_2 = V_2 \neq 0$$

במקרה השני

$$U_3 = V_3 - \frac{1}{x}V_2$$

במקרה השלישי

בנוסף נקבע  $x > 0$   $\leftarrow x = V_1 \cdot V_3 = V_2 \cdot V_3 = V_3 \cdot V_2 > 0$

$$x > 0$$

$$V_3 - \frac{1}{x}V_2 = 0 \quad / \cdot (V_3)$$

$$V_3 \cdot V_3 - \frac{1}{x} \cdot V_2 \cdot V_3 = 0$$

$$x - \frac{1}{x} \cdot 1 = 0 \quad / \cdot x$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$\boxed{x=1}$$

$$\cancel{x=-1}$$

$$x > 0$$

$$\boxed{U_3 = 0}$$

$$, \quad x=1$$

כל

$$(u) = (v_1, v_2, 0), \quad x=1$$

$$(u) = (v_1, v_2)$$

$$\dim(U) = 2$$

(כלו.ו.ו. י.ג.ר :

$$x \neq 1, x > 0$$

$$(u) = (v_1, v_2, v_3 - \frac{1}{x} v_2)$$

$$\dim(U) = 3$$

ר.ר.

שאלה 5 (10 נקודות)

יהיו  $U_1 \cap U_2 = \{0\}$ . הוכיחו כי  $U_1^\perp + U_2^\perp = \mathbb{R}^n$ .

$$\forall v \in V, \exists v_1 \in U_1, \exists v_2 \in U_2 \text{ such that } v = v_1 + v_2$$

(כיון ש- $U_1 \cap U_2 = \{0\}$ , אז  $v_1 = v$  ו- $v_2 = 0$ )

מכאן,  $v \in U_1^\perp + U_2^\perp$

$$U_2^\perp \cap U_1^\perp = \{0\} \quad , \quad U_1^\perp \cap U_2^\perp = \{0\}$$

$$v \notin U_2^\perp \cap U_1^\perp$$

$$U_2^\perp \cap U_1^\perp \neq \{0\}$$

לפיכך,  $U_1^\perp + U_2^\perp \neq \{0\}$

$$V \notin U_1^\perp \cap U_2^\perp$$

$$U_1^\perp \cap U_2^\perp = \{0\}$$

לפיכך,  $U_1^\perp + U_2^\perp = \mathbb{R}^n$

$$U_1^\perp \cap U_2^\perp = \{V \in \mathbb{R}^n \mid \alpha \cdot v = 0, \alpha \in U_1 \cup U_2\}$$

$$0 \in \mathbb{R}^n \text{ ו } 0$$

$$0 \cdot V = 0 \quad \forall V \in \mathbb{R}^n \quad \text{ולפ' } 0 \cdot a = 0 \quad \forall a \in \mathbb{R}$$

$$0 \in U_1 \cap U_2$$

$$U_1 \cap U_2 = \{0\}$$

שאלה 6 (20 נקודות)

יהיו  $V_1, V_2, V_3$  תת-מרחבים של  $\mathbb{R}^n$

א. הוכיחו שמתקיים  $(V_1 + V_2 + V_3)^\perp = V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp$ .

הסיקו מכך שמתקיים  $(V_1 \cap V_2 \cap V_3)^\perp = V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp$ .

ב. נתבונן במרחב  $\mathbb{R}^5$  ויהיו  $V_1, V_2, V_3 \subset \mathbb{R}^5$  מרחבים לינאריים **שוניים** זה מזוה וכך ש  $\dim V_i = 4$  לכל  $i = 1, 2, 3$ . בשאלת 7 במא"ז חשבנו את  $\dim(V_1 \cap V_2 \cap V_3)$  (ניתן להשתמש בתוצאה של מא"ז 13 ללא חישוב). הוכיחו שאם מתקיים  $V_1 \cap V_2 \not\subseteq V_3$  אז  $V_3^\perp \not\subseteq V_1^\perp + V_2^\perp$ .

1c)

$$V \in (V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp)^\perp \quad \text{הו} \quad V \in \mathbb{R}^n$$

$$U \in (V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp) \quad \text{הו} \quad U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$V \cdot U = 0$$

$$U_1 \in V_1, U_2 \in V_2, U_3 \in V_3 : \text{הו} \quad U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$7.6.3 \quad \text{ההוכחה היא כ}' \quad V \cdot (U_1 + U_2 + U_3) = 0$$

$$VU_1 + VU_2 + VU_3 = 0$$

(011227)  $\rightarrow$   $U_1, U_2, U_3$  def

$VU_1 = 0, VU_2 = 0, VU_3 = 0$



$$v \in V_1^\perp \quad v \in V_2^\perp \quad v \in V_3^\perp$$

$$v \in V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp \quad \text{pf}$$

$$(V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp)^\perp \subseteq (V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp) \quad \text{pf}$$

$$u \in (V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp)$$

$$u \in V_1^\perp \quad u \in V_2^\perp \quad u \in V_3^\perp \quad \text{pf}$$

$$\begin{aligned} v_1 &\in V_1 \\ v_2 &\in V_2 \\ v_3 &\in V_3 \end{aligned}$$

def



$$u \cdot v_1 = 0$$

$$u \cdot v_2 = 0$$

$$u \cdot v_3 = 0$$

pf

הוכחה ב.ז.



$$u \cdot v_1 + u \cdot v_2 + u \cdot v_3 = 0$$



$$U(V_1 + V_2 + V_3) = 0$$

$V_3, V_2, V_1$  def\*

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\Leftarrow V \in V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp$$

$$U \cdot V = 0$$

$$U \in (V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp)^+$$

$$(V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp) \subseteq (V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp)^+$$

$$(V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp)^+ = (V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp)$$

$$(V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp)^+ = (V_1^\perp \cap V_2^\perp \cap V_3^\perp)$$

2)

רассмотрим векторы  $V_1, V_2, V_3 \subseteq \mathbb{R}^5$

$$\dim(V_1) = \dim(V_2) = \dim(V_3) = 4$$

$$V_1 \cap V_2 \not\subseteq V_3 \quad : \text{если}$$

- 13 рядка  $\Rightarrow$  эти 3

$$\dim(V_1 \cap V_2 \cap V_3) = 2$$

12.3.2 Lösung

$$\dim((V_1 \cap V_2 \cap V_3)^\perp) = 5 - \dim(V_1 \cap V_2 \cap V_3) = 5 - 2 = 3$$

: поэтому  $V_1 \perp V_2 \perp V_3$

$$(V_1 \cap V_2 \cap V_3)^\perp = (V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp)$$

-/d/

$$\dim(V_1^\perp + V_2^\perp + V_3^\perp) = 3$$

$1 \leq i \leq 3$  для  $\dim(V_i) = 4$  и

$$\dim(V_i^\perp) = 5 - \dim(V_i) = 5 - 4 = 1$$

, 105

$$\dim(V_1^\perp + V_2^\perp + V_3) = 3 = \dim(V_1^\perp + V_2^\perp) + \dim(V_3^\perp) - \dim(V_3 \cap (V_1^\perp + V_2^\perp))$$

$$\dim(V_3^\perp \cap (V_1^\perp + V_2^\perp)) = \dim(V_1^\perp + V_2^\perp) - 1 = 3$$

$$\dim(V_3 \cap (V_1^\perp + V_2^\perp)) = \dim(V_1^\perp + V_2^\perp) - 2 \quad \text{d.hen}$$

V dann SSS

$$\dim(V) \geq 0$$

, 105

$$\dim(V_1^\perp + V_2^\perp) - 2 \geq 0$$

$$\boxed{\dim(V_1^\perp + V_2^\perp) \geq 2}$$

$$1 = \dim(V_1^\perp) = \dim(V_2^\perp) - e \quad \text{jetzt}$$



## ח' כ גַּדְעֹן

$$\dim(V_1^- + V_2^+) \leq 1+1=2$$

$$2 \leq \dim(V_1^\perp \cap V_2^\perp) \leq 2$$

$$\dim (V_1^+ + V_2^\perp) = 2$$

, 1361

(I) after 1st

$$\dim(V_3 \cap (V_1^\perp + V_2^\perp)) = \dim(V_1^\perp + V_2^\perp) - 2$$

$$\dim(V_3^\perp \cap (V_1^\perp + V_2^\perp)) = \dim(V_1^\perp + V_2^\perp) - 2$$

5

$$\dim(V_3^+ \cap (V_1^+ + V_2^+)) = 2 - 2 = \boxed{0}$$

לקר ר' וא קהילת ר' כ' ר' יוסי יאנר - ג' - 0.

$$V_3^\perp \cap (V_1^\perp + V_2^\perp) = \{0\}$$

$U \in V_3^\perp$  so  $U \notin V_1^\perp + V_2^\perp$  because

$$V_3^\perp \not\subseteq (V_1^\perp + V_2^\perp)$$

[done]