

ה א ו נ י ב ר ס י ט ה ה פ ת ו ח ה

20604

**מודלים חישוביים**  
חוברת הקורס – סתיו 2025א

כתב: ד"ר איגור קליינר

אוקטובר 2024 - סמסטר סתיו – תשפ"ה

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

1	אל הסטודנט
3	1. לוח זמנים ופעילויות
5	2. הנחיות לגבי המטלות
6	מבנה המטלות
6	ניקוד המטלות
6	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
7	ממ"ן 11
9	ממ"ן 12
11	ממ"ן 13
13	ממ"ן 14
15	ממ"ן 15
16	ממ"ן 16
17	ממ"ן 17



## סטודנטים יקרים,

ברצוני לקדם את פניכם בברכה עם הצטרפותכם ללימוד הקורס "מודלים חישוביים" (20604). קורס זה ניתן בפעם השנייה בסמסטר זה והוא קורס חובה חדש יחסית בתוכנית הלימודים שמחליף את צמד הקורסים "אוטומטים ושפות פורמליות" (20440) ו"מבוא לתורת החישוביות והסיבוכיות" (20585). שמי ד"ר איגור קליינר ואני אהיה מרכז הקורס. צוות הקורס כולל גם את המנחים והמנחות בקורס, אותם תפגשו במפגשי ההנחייה, וגם את האחראי האקדמי, פרופ' תמיר טסה.

בחוברת זו תמצאו את מטלות הקורס ואת לוח הזמנים להגשתן. לקורס קיים אתר אינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים, אותם אפרסם במהלך הסמסטר. האתר ישמש אתכם גם כערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו באתר שה"ם בכתובת:

<http://telem.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

שעות הייעוץ שלי הן בכל יום ה', בשעות 16:00-18:00, בטלפון 053-3401355.

ניתן לפנות גם בדואר אלקטרוני: [igkleiner@gmail.com](mailto:igkleiner@gmail.com)

במידת הצורך, ניתן יהיה גם לקבוע מפגש פנים אל פנים במשרדי בחיפה או בקמפוס רעננה בתיאום מראש.

### לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות המרחק הפיסי, נשתדל לשמור על קשרים הדוקים אתכם ולעמוד לרשותכם ככל האפשר. הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאוד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך.

אני מאחל לכולנו חווית לימודים פורה ומהנה.

בברכה,

איגור קליינר

מרכז ההוראה בקורס



1. לוח זמנים ופעילויות (20604/ 2025א)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
1	01.11.2024-29.10.2024	1		
2	08.11.2024-03.11.2024	1	1	ממ"ן 11 10.11.2024
3	15.11.2024-10.11.2024	1		
4	22.11.2024-17.11.2024	2,1	2	ממ"ן 12 24.11.2024
5	29.11.2024-24.11.2024	2		
6	06.12.2024-01.12.2024	2	3	ממ"ן 13 08.12.2024
7	13.12.2024-08.12.2024	2,3		
8	20.12.2024-15.12.2024	3	4	ממ"ן 14 22.12.2024

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
9	27.12.2024-22.12.2024 (ה-ו חנוכה)	3,4		
10	03.01.2025-29.12.2024 (א-ה חנוכה)	5,4	5	ממ"ן 15 05.01.2025
11	10.01.2025-05.01.2025	5		
12	17.01.2025-12.01.2025	5	6	ממ"ן 16 19.01.2025
13	24.01.2025-19.01.2025	5,7	7	
14	31.01.2025-26.01.2025	7	8	ממ"ן 17 30.01.2025
15	03.02.2025-02.02.2025	7		

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".



## 2. הנחיות לגבי המטלות בקורס

קראו היטב עמודים אלו לפני שתתחילו לענות על השאלות

פתרון המטלות הוא חלק בלתי נפרד מלימוד הקורס – הבנה מעמיקה של חומר הלימוד דורשת תרגול רב. המטלות תיבדקנה על-ידי המנחה ותוחזרנה בצירוף הערות המתייחסות לתשובות.

### מבנה המטלות

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות.

את הפתרונות למטלה עליכם לרשום על דף נייר בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה.

אם השאלה בממ"ן אינה ברורה לכם, אל תהססו להתקשר אל אחד/ת מהמנחים/ות (בשעות הייעוץ הטלפוני שלו/ה) לצורך קבלת הסבר.

המטלות מלוות את יחידות הלימוד בקורס. להלן פירוט המטלות והיחידות שאליהן מתייחסת כל מטלה. בחלק מהמטלות תופענה גם שאלות המתייחסות ליחידות קודמות, שכבר נלמדו.

### ניקוד המטלות

לכל מטלה (ממ"ן) ינתן ציון בהתאם לבדיקה שלה. חובה להגיש לפחות שתי מטלות במהלך הסמסטר, כאשר כמובן מומלץ להגיש את כולן.

ציוני המטלות ישוקללו עם הציון במבחן הסופי באופן הבא:

תנאי הכרחי לסיום הקורס בהצלחה הוא ציון של לפחות 60 במבחן הסיום והגשת שתי מטלות לפחות.

**רק במידה ועברתם את המבחן בציון 60 לפחות** והגשתם לפחות שתי מטלות, אז הציון הסופי בקורס יקבע לפי 90% ציון המבחן ו-5% לכל אחת משתי המטלות בהם קיבלתם את הציון הגבוה ביותר.

#### **לתשומת לבכם!**

התמודדות עם המטלות והגשתן לבדיקה מהוות מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, ולכן מומלץ להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן תצליחו להשיב באופן חלקי בלבד.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו לפחות שתי מטלות.

### **3. התנאים לקבלת נקודות זכות**

כדי לקבל נקודות זכות בקורס זה עליך לעמוד בדרישות הבאות:

- א. להגיש מטלות במשקל כולל של 10 נקודות לפחות (2 מטלות).
- ב. להשיג ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ג. להשיג בקורס ציון סופי משוקלל של 60 לפחות.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 0-1

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 10.11.24

סמסטר: א' 2025

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

הערה:

שתי הדרכים הבסיסיות להוכיח ששפה היא רגולרית היא בניית אוטומט או הצגת ביטוי רגולרי. אם בחרתם להוכיח ששפה נתונה היא רגולרית ע"י בניית אוטומט או על ידי הצגת ביטוי רגולרי, עליכם להסביר ולנמק את בניית האוטומט או את הביטוי הרגולרי ומדוע הם מייצרים את השפה הנתונה. כדאי לזכור שתמיד רצוי להציג אוטומט (או ביטוי) פשוט וקומפקטי.

## שאלה 1:

נתונות השפות הבאות מעל  $\{a,b\}$ :

$$\begin{aligned} L_1 &= \emptyset & L_3 &= \{\varepsilon, a, aa, ab, abb\} & L_5 &= \{\varepsilon, b, bbb, abab, abba, aabbb\} \\ L_2 &= \{\varepsilon, aa\} & L_4 &= \{aabb, aabbb, aa, aaa\} & L_6 &= \{\varepsilon, bbbba, baba, aaab, aabba, aa\} \end{aligned}$$

א. מהן השפות הבאות:

$$1. L_4 L_6 \quad 2. (L_1 \cup L_2 \cup L_3)^R \quad 3. L_3 L_1 L_6$$

ב. יהיו  $L$  ו- $K$  שפות. נגדיר פעולת חזקה על השפות:  $\{y \in K \mid \text{שעבורה } |y|=|x| \text{ קיימת } y \in K\}$ .  $L^K = \{x \in L \mid |y|=|x| \text{ קיימת } y \in K\}$   
מהן השפות הבאות:

$$L_4^{L_5}, L_6^\emptyset$$

## שאלה 2:

נתונות שפות  $L_1, L_2, L_3$  מעל א"ב  $\Sigma$ . הוכיחו או הפריכו

$$a. (L_1 \cup L_2)L_3 = L_1L_3 \cup L_2L_3$$

$$b. (L_1 \cap L_2)L_3 = L_1L_3 \cap L_2L_3$$

הדרכה: כדי להוכיח שוויון מספיק להוכיח את שני כיווני ההכללה בין השפות הנתונות. כדי להפריך שוויון מספיק לתת דוגמה נגדית.

### שאלה 3:

בנו אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים המקבלים את השפות הבאות מעל הא"ב  $\Sigma = \{a, b\}$

א. כל המילים שיש בהן התת-מילה  $abb$ , ואין בהן התת-מילה  $aa$ .

ב. כל המילים שבהן לפני כל מופע של  $bb$  (אם יש) יש בצמוד לפניו מופע של  $aba$ .

### שאלה 4:

בנו אוטומטים סופיים לא דטרמיניסטיים המקבלים את השפות הבאות מעל הא"ב  $\Sigma = \{0,1\}$

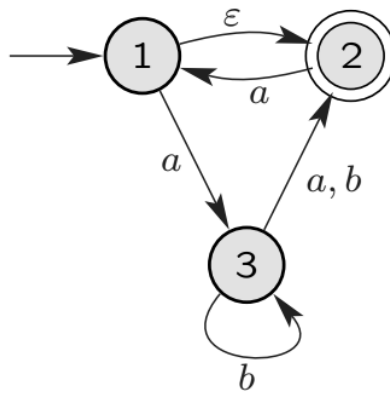
1.  $L = \{w \mid w \text{ ends with } 000\}$ , יש לבנות אוטומט בעל 3 מצבים לכל היותר.

2.  $L = \{w \mid w \text{ does not contain the substring } 0101\}$

3.  $L = \{w \mid w \text{ contains at least two 0s, or exactly two 1s}\}$ , יש לבנות אוטומט בעל 6 מצבים לכל היותר.

### שאלה 5:

השתמשו במשפט 1.39 מספר הלימוד כדי להפוך את ה-NFA הבא ל-DFA שקול. חשוב להסביר כל מעבר!



# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרק 1

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 24.11.24

סמסטר: א' 2025

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

בחלק מהשאלות תתבקשו לבנות אוטומט או ב"ר. יש לצרף הסבר מילולי על דרך הבנייה ועל נכונות התשובה. תמיד רצוי להציג אוטומט דקדוק פשוט וקומפקטי.

## שאלה 1:

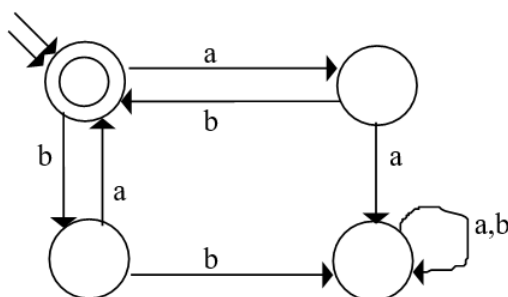
עבור כל אחד מהביטויים הרגולריים הבאים תנו דוגמה לשתי מילים בשפה ולשתי מילים שאינן בשפה.

1.  $(00 \cup 11)^* (0 \cup 11)^*$

2.  $(1 \cup 11 \cup 10)^*$

3.  $\varepsilon^* \cup (0^* \emptyset) \cup 1$

בנו ביטוי רגולרי עבור השפה שמזהה האוטומט הבא (רמז: למה 1.60)



## שאלה 2:

רשמו ביטוי רגולרי המציין את שפת כל המילים מעל הא"ב  $\{a,b\}$  שאין בהן התת-מילה bab ושהן מתחילות ב-aa או ב-bbb.

## שאלה 4:

בעזרת למה 1.55 בנו NFA שמזהה את השפה המתוארת על ידי הביטוי הרגולרי הבא:

$$(((00)^*(11)) \cup 01)^*$$

## שאלה 5:

הוכיחו שהשפות הבאות אינן רגולריות:

$$1. L = \{www \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

$$2. L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = w^R\}$$

$$3. L = \{w \in \{a,b\}^* \mid n_a(w) \neq n_b(w)\}$$

# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרק 2

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 08.12.24

סמסטר: א2025

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

בחלק מהשאלות תתבקשו לבנות אוטומט או דקדוק. יש לצרף הסבר מילולי על דרך הבנייה ועל נכונות התשובה. תמיד רצוי להציג אוטומט\דקדוק פשוט וקומפקטי.

## שאלה 1:

רשמו במילים מהי השפה שמייצר כל אחד מה-CFG הבאים. בכל סעיף תנו דוגמה לשתי מילים מהשפה ולשתי מילים שאינן בשפה:

1.  $S \rightarrow S0$   
 $S \rightarrow 1S$   
 $S \rightarrow \varepsilon$
2.  $S \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$   
 $B \rightarrow bBc \mid \varepsilon$
3.  $S \rightarrow aY \mid bY$   
 $Y \rightarrow aYa \mid bYb \mid aYb \mid bYa \mid \varepsilon$
4.  $S \rightarrow bSa \mid bY$   
 $Y \rightarrow bY \mid aY \mid \varepsilon$

## שאלה 2:

בנו דקדוק חסר-הקשר עבור כל אחת משלוש השפות הבאות:

א.  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contains at least three 1s}\}$

ב.  $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ and } i + k = j\}$

ג.  $\emptyset$

## שאלה 3:

נתונה קבוצה T הבאה:  $T = \{0, 1, (, ), \cup, *, \emptyset, e\}$ , אפשר לחשוב על T כעל קבוצת סימנים שבעזרתם בונים ביטויים רגולריים, כאשר e מציין את  $\varepsilon$ .

ד. בנו דקדוק חסר הקשר G עם קבוצת טרמינלים ששווה ל-T המייצר את שפת הביטויים הרגולריים מעל א"ב  $\{0, 1\}$ .

ה. בעזרת הדקדוק G שבניתם, בנו סדרת יצירה ועץ גזירה עבור המחרוזת  $(0 \cup (10)^* 1)^*$

## שאלה 4:

בנו אוטומט מחסנית עבור כל אחת מהשפות הבאות:

$$E = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ and } i + j = k\}$$

$$F = \{a^{2n} b^{3n} \mid n \geq 0\}$$

$$H = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ and } i + k = j\}$$

## שאלה 5:

הוכיחו שהשפות הבאות מעל הא"ב  $\{a, b, c\}$  אינן חסרות הקשר:

$$L = \{a^n b^j : n \leq j^2\}$$

$$L = \{a^n b^j c^k : k = jn\}$$

$$L = \{w : n_a(w) < n_b(w) < n_c(w)\}$$



# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרק 3

מספר השאלות: 5 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: א' 2025 מועד אחרון להגשה: 22.12.2024

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

## שאלה 1:

בנו מכונת טיורינג המכריעה את השפה שבסעיף ב בתרגיל 3.8 בספר הלימוד:  
 $\{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ contains twice as many 0s as 1s}\}$

אלפבית הקלט הוא  $\{0,1\}$ , ואלפבית הסרט הוא  $\Gamma = \{0, 1, \sqcup, x\}$   
תארו את המכונה באמצעות איור מלא (כמו באיור 3.8 בספר הלימוד).  
תארו את המכונה בעזרת אלגוריתם כמו בדוגמה 3.12 בספר  
הקפידו שהאיור יהיה בהיר, קריא ונסרק באיכות טובה.  
הסבירו היטב את פעולות המכונה, ומדוע היא מכריעה את השפה הדרושה.

## שאלה 2:

בשאלה זו נשתמש במכונת טיורינג  $M_2$  בדוגמה 3.7 בספר הקורס. רשמו סדרת קונפיגורציות  
חישוב  $M_2$  על כל אחד מהקלטים הבאים:

א. 0

ב. 00

### שאלה 3:

בשאלה זו נגדיר מודל חישוב חדש K-PDA. המודל דומה ל-PDA רגיל אבל יש לו K מחסניות.

א. הסבירו למה ש-PDA-0 שקול למודל NFA

ב. הוכיחו ש-PDA-2 יכול לזהות שפות ש-PDA-1 לא יכול לזהות.

ג. הוכיחו שמודל PDA-3 שקול למודל PDA-2.

### שאלה 4:

מונה (enumerator) יכול להדפיס יותר מפעם אחת מילים של השפה שהוא מפיק (עמוד 180 בספר).

יהי E מונה, שאלפבית הסרט שלו הוא  $\Sigma$ . נגדיר את השפה  $\text{TRIPLE}(E)$ :

$$\text{TRIPLE}(E) = \{w \in \Sigma^* \mid E \text{ prints } w \text{ at least 3 times}\}$$

האם לכל מונה E, השפה  $\text{TRIPLE}(E)$  היא שפה מזהה-טיורינג? הוכיחו את תשובתכם.

### שאלה 5:

א. תהיינה  $M_1$  ו- $M_2$  מכונות טיורינג שמזהות את השפות  $L_1$  ו- $L_2$ , בהתאמה.

בנו מכונה M שמזהה את שפת החיתוך של  $L_1$  ו- $L_2$ .

ב. תהיינה  $M_1$  ו- $M_2$  מכונות טיורינג שמזהות את השפות  $L_1$  ו- $L_2$ , בהתאמה.

בנו מכונה M שמזהה את שפת האיחוד של  $L_1$  ו- $L_2$ .

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרק 4

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 05.01.2025

סמסטר: א' 2025

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

## שאלה 1:

הוכיחו שהשפה  $EQUIVALENCE_{DFA,REG}$  הבאה היא שפה כריעה:

$$EQUIVALENCE_{DFA,REG} = \{ \langle M, R \rangle \mid M \text{ is a DFA, } R \text{ is a regular expression with } L(M) = L(R) \}$$

## שאלה 2:

הוכיחו שהשפה  $A_{\epsilon\_CFG}$  הבאה היא שפה כריעה:

$$A_{\epsilon\_CFG} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is a CFG that generates } \epsilon \}$$

## שאלה 3:

נתונה השפה  $K$  הבאה:  $K = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ accepts } \langle M \rangle \}$

א. הוכיחו ש- $K$  היא שפה מזוהה-טיורינג.

ב. הוכיחו בעזרת שיטת האלכסון ש- $K$  איננה כריעה.

## שאלה 4:

נתונה השפה  $E_{TM}$  הבאה:

$$E_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a Turing machine with } L(M) = \emptyset \}$$

הוכיחו שהשפה  $E_{TM}$  היא co-Turing-recognizable

# מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרק 5

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 19.01.2025

סמסטר: א 2025

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

## שאלה 1:

נתונה שפה  $S_{TM}$  הבאה:  $S_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that accepts } w^R \text{ whenever it accepts } w \}$   
הוכיחו שהשפה איננה כריעה.  
רמז: שימוש ברדוקציה ביחס לשפה ATM

## שאלה 2:

נתונה השפה  $EQ_{CFG}$  הבאה:  
 $EQ_{CFG} = \{ \langle G_1, G_2 \rangle \mid G_1 \text{ and } G_2 \text{ are CFGs and } L(G_1) = L(G_2) \}$

הוכיחו שהשפה איננה כריעה.  
רמז: שימוש רדוקציה ביחס לשפה ALLCFG

## שאלה 3:

בנו רדוקציה מבעיית  $HALT_{TM}$  לבעיית ATM.

## שאלה 4:

הוכיחו שהשפה  $REGULAR_{TM}$  לא ניתנת לזיהוי על ידי מכונת טיורינג וגם שהשפה המשלימה שלה אינה ניתנת לזיהוי.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20604 – מודלים חישוביים

חומר הלימוד למטלה: פרק 7

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 5

מועד אחרון להגשה: 30.01.2025

סמסטר: א' 2025

תבדקנה לכם 2 שאלות אבל בהמשך תקבלו את פתרון כל השאלות - עליכם לפתור את כל השאלות, והמנחה יחליט אילו מהן לבדוק!

הגשת המטלה: שליחה באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס.  
הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה".

## שאלה 1:

הוכיחו שהשפות הבאות שייכות למחלקת P:

א.  $INFINITE_{DFA} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a DFA and } L(M) \text{ is an infinite language} \}$

ב.  $TREE-VERTEX-COVER = \{ \langle T, k \rangle \mid T \text{ is an undirected tree that has a } k\text{-node vertex cover} \}$

תזכורת: גרף לא מכוון T נקרא עץ אם הוא קשיר וללא מעגלים. כיסוי צמתים של גרף מוגדר בספר בעמוד 312

## שאלה 2:

הוכיחו שהבעיה הבאה היא בעיה NP-שלמה

$DOUBLE-SAT = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ is a Boolean formula with two satisfying assignments} \}$

### שאלה 3:

יהיה  $G$  גרף לא מכוון ו- $K$  מספר טבעי. מסלול בגרף נקרא מסלול פשוט אם הוא לא מבקר באותו קודקוד יותר מפעם אחת. אורך המסלול מוגדר כמספר הקודקודים בו.

א. הוכיחו שהשפה הבאה שייכת למחלקת NP

$$\text{LONGPATH} = \{ \langle G, v, k \rangle \mid G \text{ has a simple path of length } k \text{ starting at vertex } v \}$$

כלומר, המחרוזת  $\langle G, v, k \rangle$  שייכת לשפה אם בגרף  $G$  יש מסלול פשוט באורך  $k$  המתחיל מהצומת  $v$ .

ב. הוכיחו או הפריכו: LONGPATH שייכת ל-P

### שאלה 4:

הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של VERTEX-COVER ל-CLIQUE

$$(\text{VERTEX-COVER} \leq_p \text{CLIQUE})$$

### שאלה 5:

בעיית קיומו של מסלול המילטון בגרף מכוון  $G$ , המסומנת EHAMPATH, היא הבעיה הבאה:

הקלט: גרף מכוון  $G(V, E)$

השאלה: האם יש ב- $G$  מסלול המילטון (מסלול שמכיל כל צומת פעם אחת בלבד).

א. הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של HAMPATH ל-EHAMPATH

$$\text{HAMPATH} = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ is directed graph with a Hamiltonian path from } s \text{ to } t \}$$

$$\text{EHAMPATH} = \{ G \mid G \text{ is directed graph that contains a Hamiltonian path} \}$$

יש להראות פונקציה חשיבה בזמן פולינומיאלי, שעל קלט מהצורה  $\langle G, s, t \rangle$  מחזירה תיאור

של גרף מכוון  $\langle H \rangle$  ומתקיים:

$$\langle G, s, t \rangle \in \text{HAMPATH} \Leftrightarrow \langle H \rangle \in \text{EHAMPATH}$$

ב. הוכיחו: EHAMPATH היא בעיה NP-שלמה

ג. הראו רדוקציה בזמן פולינומיאלי של EHAMPATH ל-HAMPATH.