

1. 2nd derivative

Compute the following partial derivatives:

$$(a) \frac{\partial}{\partial x} \ln \frac{x}{y}. \quad (b) \frac{\partial}{\partial v} \frac{nRT}{v}.$$

2. gradient

Compute the gradient of the following function

$$f(x, y, z) = \log \frac{\sqrt{x}}{yz} + \arcsin(xz).$$

3. gradient at a point: find direction of max slope

A spaceship, traveling near the sun, is in trouble. The temperature at position (x, y, z) is given by $T(x, y, z) = e^{-x^2 - 2y^2 - 3z^2}$, where the variables are measured in thousands of kilometers, and we assume the sun is at position $(0, 0, 0)$. If the ship is at position $(1, 1, 1)$, find the direction in which it should move so that the temperature will decrease as fast as possible.

4. gradient at a point: find direction of max slope

A bug moving on a surface follows always the direction of steepest descent. If the equation of the surface is given by

$$f(x, y) = x^2 - y^2,$$

find the direction the bug will follow from the point $(2, 3)$.

5. gradient at a point: find direction of max slope

Find the directions of maximum increase and decrease of the following functions, at the given point P :

- (a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$, $P = (-1, 1)$.
- (b) $f(x, y) = x^2y + e^{xy} \sin y$, $P = (1, 0)$.
- (c) $f(x, y, z) = \log(xy) + \log(yz) + \log(xz)$, $P = (1, 1, 1)$.
- (d) $f(x, y, z) = \log(x^2 + y^2 - 1) + y + 6z$, $P = (1, 1, 0)$.

6. gradient at a point throw a vector: Directional derivative

Given the scalar field

$$f(x, y, z) = x^2 - y^2 + xyz^3 - zx$$

and the point $P = (1, 2, 3)$, compute the following:

- (a) The directional derivative of f at P in the direction of the unit vector $\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)$.
- (b) The direction for which the directional derivative of f at P takes its maximum value. Find such value.

7. gradient at a point throw a vector: Directional derivative

Find for which directions the directional derivative of the function f below at the point $P = (1, 1)$ vanishes?

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

1. 2nd derivada

Calcular las siguientes derivadas parciales:

a) $\frac{\partial}{\partial x} \ln \frac{x}{y}$.

b) $\frac{\partial}{\partial v} \frac{nRT}{v}$.

2. Gradiente

Calcular el gradiente de la función

$$f(x, y, z) = \log \frac{\sqrt{x}}{yz} + \arcsen(xz).$$

3. Gradiente en un punto: encuentra dirección de máxima pendiente

Una nave espacial está en problemas cerca del sol. Se encuentra en la posición $(1, 1, 1)$ y la temperatura de la nave cuando está en la posición (x, y, z) viene dada por $T(x, y, z) = e^{-x^2-2y^2-3z^2}$ donde x, y, z se miden en metros. ¿En qué dirección debe moverse la nave para que la temperatura decrezca lo más rápidamente posible?

4. Gradiente en un punto: encuentra dirección de máximo pendiente

Un organismo se mueve sobre una superficie inclinada siguiendo la línea de máxima pendiente descendiente. Si la expresión de la superficie es

$$f(x, y) = x^2 - y^2,$$

calcule la dirección en la que se moverá el organismo en el punto $(2, 3)$.

5. Gradiente en un punto: encuentra dirección de máximo pendiente

Hallar las direcciones de máximo y mínimo crecimiento de las siguientes funciones en el punto P :

a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$, $P = (-1, 1)$.

b) $f(x, y) = x^2y + e^{xy} \sin y$, $P = (1, 0)$.

c) $f(x, y, z) = \log(xy) + \log(yz) + \log(xz)$, $P = (1, 1, 1)$.

d) $f(x, y, z) = \log(x^2 + y^2 - 1) + y + 6z$, $P = (1, 1, 0)$.

6. Gradiente en un punto hacia un vector: derivada direccional

Dado el campo escalar

$$f(x, y, z) = x^2 - y^2 + xyz^3 - zx$$

en el punto $P = (1, 2, 3)$, se pide:

a) Calcular la derivada direccional de f en P a lo largo del vector unitario $\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)$.

b) ¿En qué dirección es máxima la derivada direccional de f en P ? Obtener el valor de dicha derivada direccional.

7. Gradiente en un punto hacia un vector: derivada direccional

¿En qué direcciones se anulará la derivada direccional de la función

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

en el punto $P = (1, 1)$?