

Seminarios de Cálculo

Rubén Oncala

Curso 2025/26

1 Derivadas de una variable

Para las siguientes funciones:

$$f_{\pm}(x) = 2 \pm 3x + x^2 + 7x^3$$

$$f_2(x) = \frac{1}{3x} + \frac{2}{5x^2} + \frac{4}{3x^3}$$

$$f_3(x) = \frac{5 - 15x}{2x + 5x^2}$$

$$f_4(x) = 4e^{-(3x-2)^2}$$

$$f_5(x) = \ln\left(\frac{3x}{4x^2 + 2}\right)$$

$$f_7(x) = \frac{\tan(2x)}{3x + 1}$$

$$f_6(x) = \sin(3x + 2) \cdot e^{-x^2/10}$$

- Resuelve la primera y segunda derivada.
- Encuentra los extremos relativos, calcificalos en máximos o mínimos,
- Encuentra los puntos de inflexión.
- Determina los límites de la función, estudia discontinuidades.
- Haz un esquema de la función y comprueba tus resultados con ordenado (geogebra)

Pista: Piensa en las soluciones de las funciones trigonométricas $\sin(ax + b)$, $\cos(ax + b)$ y $\tan(ax + b)$ antes de decidir los extremos relativos.

2 Derivadas de varias variables

Para las siguientes funciones determina:

Max: $g_1(x, y) = -(x - 3)^2 - (y - 4)^2 + 10.5$ $P = (2, 3)$ $\bar{v} = (2, -2)$

Min: $g_2(x, y) = +(x - 3)^2 + (y - 4)^2 + 10.5$ $P = (1, 1)$ $\bar{v} = (-2, 3)$

Silla: $g_3(x, y) = +(x - 3)^2 - (y - 4)^2 + 10.5$ $P = (3, 4)$ $\bar{v} = (1, 1)$

$$g_4(x, y) = 5x^2 + 2y^2 + 3xy \quad P = (3, 4) \quad \bar{v} = (1, 1)$$

$$g_5(x, y) = 2e^{4x^2+3y^2-5} \quad P = (3, 4) \quad \bar{v} = (1, 1)$$

$$g_6(x, y, z) = x y^2 z^3 + \ln\left(\frac{xy}{z^2 - 1}\right) \quad P = (-3, 2, 2) \quad \bar{v} = (2, 4, 5)$$

- El vector gradiente.
- La dirección de mayor crecimiento de la función y el valor de la pendiente en el punto P .
- Los extremos relativos, clasifícalos en máximos, mínimos o puntos de silla.
- La derivada direccional en el punto P y en la dirección del vector \bar{v} .
- Comprueba los resultados con ordenador (geogebra).

3 Integrales y EDOS

Para las ecuaciones diferenciales con condiciones de contorno

$$\begin{aligned}\frac{dT}{dt} &= \kappa (T - 25) & T(t = 0) &= 100 & T(t = 5) &= 80 \\ \frac{dM}{dt} &= \kappa M(t^2 + t + 1) & M(t = 2) &= 10 & M(t = 8) &= 1.3 \\ \kappa \frac{dY}{dt} &= Y^2 e^{-\kappa t} & Y(t = 0) &= 1 & Y(t = 2) &= 10\end{aligned}$$

- Obtén la solución general de la ecuación.
 - Obtén el valor de la constante κ para las condiciones de contorno.
 - Usando la constante κ obtenida, haz predicciones para $t = 5$.
-

Un depósito de agua de 50 L contiene 10 L de agua. Supongamos que comenzamos a verter en el depósito una solución de agua con 100 g de sal por litro, a un ritmo de 4 L por minuto. También agitamos el depósito para mantener una distribución uniforme de la sal y, al mismo tiempo, dejamos salir agua (con sal) a un ritmo de 2 L por minuto.

- Obtén la ecuación general para el volumen de agua en el tanque, ¿cuánto tiempo tardará el depósito en llenarse?
- Obtén la ecuación general para la cantidad de sal en el tanque, ¿cuánta sal habrá en el depósito al llenarse?

Observación: La tasa de variación de la cantidad de sal en el depósito es igual a la diferencia entre la cantidad de sal que entra y la cantidad de sal que sale del depósito.