

# Seminarios de Cálculo

Rubén Oncala  
`ruben.oncalamesa@ceu.es`

Curso 2025/26

## 1 Derivadas de una variable

Para las siguientes funciones:

$$f_{\pm}(x) = 2 \pm 3x + x^2 + 7x^3$$

$$f_2(x) = \frac{1}{3x} + \frac{2}{5x^2} + \frac{4}{3x^3}$$

$$f_3(x) = \frac{5 - 15x}{2x + 5x^2}$$

$$f_4(x) = 4e^{-(3x-2)^2}$$

$$f_5(x) = \ln\left(\frac{3x}{4x^2 + 2}\right)$$

$$f_7(x) = \frac{\tan(2x)}{3x + 1}$$

$$f_6(x) = \sin(3x + 2) \cdot e^{-x^2/10}$$

- Resuelve la primera y segunda derivada.
- Encuentra los extremos relativos, calcifícalos en máximos o mínimos, encuentra los puntos de inflexión.
- Determina los límites de la función, estudia discontinuidades.
- Representa gráficamente las funciones y comprueba tus resultados con el ordenado. Haz un esquema de la función a mano.

*Pista: Estudia con ordenador las soluciones de las funciones trigonométricas  $\sin(ax + b)$ ,  $\cos(ax + b)$  y  $\tan(ax + b)$  antes de decidir los extremos relativos.*

## 2 Derivadas de varias variable

Para las siguientes funciones

$$\text{Max: } g_1(x, y) = -(x - 3)^2 - (y - 4)^2 + 5$$

$$\text{Min: } g_2(x, y) = (x - 7)^2 + (y - 1)^2 + 3$$

$$\text{Silla: } g_3(x, y) = (x - 2)^2 - (y + 1)^2 + 1$$

$$g_4(x, y) = 5x^2 + 2y^2 + 3xy$$

$$g_5(x, y) = 2e^{4x^2 + 3y^2 - 5}$$

$$g_6(x, y, z) = xz + yx^2 + \ln\left(\frac{1}{z^2 - 1}\right)$$

- Determina el vector gradiente.
- Determina la dirección de mayor crecimiento de la función y el valor de la pendiente en el punto  $P = (p_x, p_y) = (1, 0)$ .
- Determina los extremos relativos, clasifícalos en máximos , mínimos o puntos de silla.
- Determina la derivada direccional en el punto  $P$  y en la dirección del vector  $\bar{v} = (v_x, v_y) = (1, -2)$ .
- Representa la función y comprueba los resultados con ordenador.

Para la función  $g_6(x, y, z)$  considera el punto  $P = (p_x, p_y, p_z) = (1, 0, 2)$  y el vector  $\bar{v} = (v_x, v_y, v_z) = (1, -2, 2)$ .

### 3 Integrales y EDOS

Para las siguientes funciones

$$h_1(x) = 2 + 3x + 5x^3$$

$$h_2(x) = \frac{27}{30x + 10}$$

$$h_3(x) = e^{2x^2+5}$$

- Obtén una expresión general de la primitiva
- Calcula la integral definida entre los puntos  $x_1 = 1$  y  $x_2 = 5$ . Es igual al área entre la función y el eje-x?
- Representa gráficamente la función y comprueba la integral con ordenador
- Resuelve las ecuaciones diferenciales  $h'(x) = h_i(x)$ , determina la solución general  $h(x)$  y predice  $h(3)$  imponiendo la condición  $h(1) = 1$ .
- Comprueba la solución y la predicción con ordenador.