

1. Radioactive decay I

Radioactive decay behaves according to the following differential equation:

$$\frac{\partial x}{\partial t} + ax = 0,$$

where x stands for mass, t time and a is a positive constant. The half-life T is the time that takes for the matter to become half of its initial value. Write T as function of a , and compute a for the uranium isotope U^{238} , if it is known that $T = 4.5 \cdot 10^9$ years.

2. Radioactive decay II

Carbon present in living organism contains an extremely small portion of the radioactive isotope C^{14} , which come from the cosmic rays present on the upper most part of the atmosphere. While the organism is alive, the proportion of the carbon C^{14} within the total amount of carbon in the body is kept constant by means of complex, natural processes. After death, these processes stop, and the radioactive carbon loses $1/8000$ of its mass per year. Using this fact one can compute the age at which an organism died.

- (a) Suppose that an analysis of the bones of a Neanderthal man shows that the proportion of C^{14} was 6.24% of what it would have been if he were alive; find how long ago this person died.
- (b) Find the half-life of C^{14} .

3. Water solution I

The speed at which sugar dissolves into water is proportional to the amount of sugar left without dissolving. Suppose we have 13.6 kg of sugar that we want to mix with water, and after 4 hours there are 4.5 kg without dissolving. How long will it take, from the beginning of the process, for 95% of the sugar to be dissolved?

4. Water solution II

A water tank filled with 500 lts of water contains 5 kgs of salt dissolved into the water. Suppose we start pouring into the tank a solution of water with 0.4 kg of salt per liter, at a rate of 10 lts per minute. We also stir the water tank, to keep a uniform distribution of salt, and, at the same time, we release water (with salt) at the same rate of 10 lts per minute. How much salt will there be in the tank after 5 minutes? And after 1 hour?

Remark: The variation rate of salt in the tank is equal to the difference between the amount of salt that comes into the tank and the amount of salt that is taken from the tank.

5. Thermalization I

A drug, kept in a refrigerator at 2°C , should be administered to a patient when the drug's temperature is equal to 15°C . At 9 o'clock the drug is taken out of the fridge and placed at a room, where the temperature is equal to 22°C . At 10 o'clock the drug's temperature is equal to 10°C . Assume the speed at which the drug's temperature goes up is proportional to the difference between the temperature of the drug and that of the room. At what time will the medicine be ready to be given to the patient?

6. Thermalization II

Human plasma is kept at a temperature of 4°C ; however, in order to use it on people it should be heated to the average human body temperature 37°C . It takes 1 hour for the plasma to reach the ideal temperature, when heated in a medical heater at 50°C . How long will it take to reach the ideal temperature if the medical heater is at 60°C ?

1. Desintegración radioactiva I

La desintegración radioactiva está regida por la ecuación diferencial

$$\frac{\partial x}{\partial t} + ax = 0,$$

donde x es la masa, t el tiempo y a es una constante positiva. La vida media T es el tiempo durante el cual la masa se desintegra a la mitad de su valor inicial. Expresar T en función de a y evaluar a para el isótopo de uranio U^{238} , para el cual $T = 4'5 \cdot 10^9$ años.

2. Desintegración radioactiva II

El carbono contenido en la materia viva incluye una ínfima proporción del isótopo radioactivo C^{14} , que proviene de los rayos cósmicos de la parte superior de la atmósfera. Gracias a un proceso de intercambio complejo, la materia viva mantiene una proporción constante de C^{14} en su carbono total (esencialmente constituido por el isótopo estable C^{12}). Después de morir, ese intercambio cesa y la cantidad de carbono radioactivo disminuye: pierde 1/8000 de su masa al año. Estos datos permiten determinar el año en que murió un individuo. Se pide:

- Si el análisis de los fragmentos de un esqueleto de un hombre de Neandertal mostró que la proporción de C^{14} era de 6,24% de la que hubiera tenido al estar vivo. ¿Cuándo murió el individuo?
- Calcular la vida media del carbono C^{14} , es decir, el tiempo a partir del cual se ha desintegrado la mitad del carbono inicial.

3. Solución acuosa I

El azúcar se disuelve en el agua con una velocidad proporcional a la cantidad que queda por disolver. Si inicialmente había 13.6 kg de azúcar y al cabo de 4 horas quedan sin disolver 4.5 kg, ¿cuánto tardará en disolverse el 95 % del azúcar contando desde el instante inicial?

4. Solución acuosa II

Un depósito contiene 5 kg de sal disueltos en 500 litros de agua en el instante en que comienza entrar una solución salina con 0.4 kg de sal por litro a razón de 10 litros por minuto. Si la mezcla se mantiene uniforme mediante agitación y sale la misma cantidad de litros que entra, ¿cuánta sal quedará en el depósito después de 5 minutos? ¿y después de 1 hora?

Nota: La tasa de variación de la cantidad de sal en el tanque es la diferencia entre la cantidad de sal que entra y la que sale del tanque en cada instante.

5. Termalización I

Se tiene un medicamento en un frigorífico a 2°C, y se debe administrar a 15°C. A las 9 h se saca el medicamento del frigorífico y se coloca en una habitación que se encuentra a 22°C. A las 10 h se observa que el medicamento está a 10°C. Suponiendo que la velocidad de calentamiento es proporcional a la diferencia entre la temperatura del medicamento y la del ambiente, ¿en qué hora se deberá administrar dicho medicamento?

6. Termalización II

El plasma sanguíneo se conserva a 4°C. Para poder utilizarse en una transfusión el plasma tiene que alcanzar la temperatura del cuerpo (37°C). Sabemos que se tardan 45 minutos en alcanzar dicha temperatura en un horno a 50°C. ¿Cuánto se tardará si aumentamos la temperatura del horno a 60°C?