Seminarios de Cálculo

Rubén Oncala

Curso 2025/26

1 Derivadas de una variable

Para las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}
f_{\pm}(x) &= 2 \pm 3x + x^2 + 7x^3 \\
f_2(x) &= \frac{1}{3x} + \frac{2}{5x^2} + \frac{4}{3x^3} \\
f_3(x) &= \frac{5 - 15x}{2x + 5x^2} \\
f_4(x) &= 4e^{-(3x-2)^2} \\
f_5(x) &= \ln\left(\frac{3x}{4x^2 + 2}\right) \\
f_7(x) &= \frac{\tan(2x)}{3x + 1} \\
f_6(x) &= \sin(3x + 2) \cdot e^{-x^2/10}
\end{aligned}$$

- Resuelve la primera y segunda derivada.
- Encuentra los extremos relativos, calcifícalos en máximos o mínimos,
- Encuentra los puntos de inflexión.
- Determina los límites de la función, estudia discontinuidades.
- Haz un esquema de la funcion y comprueba tus resultados con ordenado (geogebra)

Pista: Piensa en las soluciones de las funciones trigonométricas $\sin(ax + b)$, $\cos(ax + b)$ *y* $\tan(ax + b)$ *antes de decidir los extremos relativos.*

2 Derivadas de varias variable

Para las siguientes funciones determina:

Max:	$g_1(x,y) = -(x-3)^2 - (y-4)^2 + 10.5$	$P = (2,3)$	$\bar{v} = (2,-2)$
Min:	$g_2(x,y) = +(x-3)^2 + (y-4)^2 + 10.5$	$P = (1,1)$	$\bar{v} = (-2,3)$
Silla:	$g_3(x,y) = +(x-3)^2 - (y-4)^2 + 10.5$	$P = (3,4)$	$\bar{v} = (1,1)$

$$g_4(x,y) = 5x^2 + 2y^2 + 3xy \qquad P = (3,4) \qquad \bar{v} = (1,1)$$

$$g_5(x,y) = 2e^{4x^2+3y^2-5} \qquad P = (3,4) \qquad \bar{v} = (1,1)$$

$$g_6(x,y,z) = x\ y^2 z^3 + \ln\left(\frac{xy}{z^2-1}\right) \qquad P = (-3,2,2) \qquad \bar{v} = (2,4,5)$$

- El vector gradiente.
- La dirección de mayor crecimiento de la función y el valor de la pendiente en el punto P.
- Los extremos relativos, clasifícalos en máximos, mínimos o puntos de silla.
- La derivada direccional en el punto P y en la dirección del vector $\bar{v}$.
- Comprueba los resultados con ordenador (geogebra).

3 Integrales y EDOS

Para las ecuaciones diferenciales con condiciones de contorno

$$\frac{dT}{dt} = \kappa\ (T - 25) \qquad T(t=0) = 100 \qquad T(t=5) = 80$$
$$\frac{dM}{dt} = \kappa M(\ t^2 + t + 1) \qquad M(t=2) = 10 \qquad M(t=8) = 1.3$$
$$\frac{dY}{dt} = Y^2\ e^{-\kappa\ t} \qquad Y(t=-2) = 3 \qquad Y(t=7) = 1$$

- Obtén la solución general de la ecuación.
- Obtén el valor de la constante κ para las condiciones de contorno.
- Usando la constante κ obtenida, haz predicciones para $t = 5$.