Математическая статистика

Домашняя работа № 2

Основные понятия математической статистики

Попов Юрий, СКБ-172

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Задание 2.1 *Моделирование выбранных случайных величин*

Реализация выборки

Определение 1. *Реализация выборки* - это набор из n наблюдений $\hat{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$

Задание 2.2 *Построение эмпирической функции распределения*

Эмпирическая функция распределения

Определение 2. Для произвольного числа $x \in R$ рассмотрим случайную величину

$$\mu_n(x) = \sum_{i=1}^{n} Ind(X_i \le x)$$

равную числу элементов выборки меньших или равных x. Тогда функция $\hat{F}(x) = \frac{\mu_n(x)}{n}$ называется *эмпирической функцией распределения(э.ф.р)*

Эмпирическая функция распределения принимает значения $\{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n}{n}\}$

$$P(\hat{F}(x) = \frac{k}{n}) = C_k^m F^k(x)(1 - F(x))^{n-k}$$

Задание 2.3 *Построение вариационного ряда выборки*

Вариационный ряд выборки

Определение 3. Пусть есть
$$\vec{X} = (X_1, \dots, X_n),$$

где $X_i, i = \overline{1,n}$—независимые одинаково распределенные случайные величины из распределения ξ. И $\vec{x} = (x_1, \cdots, x_n)$ является реализацией имеющейся выборки $\vec{X}$. Отсортируем вектор $\vec{x}$ по возрастанию:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$$

Тогда $x_{(1)} = \min(x_1, x_2, \dots x_n)$, а $x_{(n)} = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Через $X_{(i)}$ обозначают случайную величину, которая для каждой реализации выборки принимает значение $X_{(i)}$. Вектор $(X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$ называют вариационным рядом выборки.

Квантиль

Определение 4. *Квантилью уровня* $\alpha \in (0,1)$ функции распределения $F(x)$ называется величина $\zeta_\alpha = \sup\{x : F(x) \leq p\} = F^{-1}(p)$.

Выборочный квантиль

Определение 5. *Выборочными квантилями* называют квантили выборочного распределения.

Задание 2.4 *Построение гистограммы и полигон частот*

Гистограмма

Определение 4.Для непрерывной случайной величины ξ, обладающей непрерывной плотностью $f(x)$, также можно построить по соответствующей выборке $X = (X_1, \dots, X_n)$ статистический аналог $\hat{f}_n(x)$ для плотности $f(x)$, который называется *гистограммой*

Полигон частот

Определение 5. Наряду с гистограммой, в качестве приближения для неизвестной теоретической плотности $f(x)$ можно использовать кусочно-линейный график, называемый *полигоном частот*, и который строится так: если построена гистограмма $\hat{f}_n(x)$, то ординаты, соответствующие серединам интервалов группировки, последовательно соединяют отрезками прямых.

Литература

[1]

[2] ссылка1

[3] ссылка2

[4] // ссылка3

[5] // ссылка4