EKF定位报告

本报告力图实现移动机器人的 EKF 定位算法，并做简要说明。

算法

1. 运动模型（Motion Model）

机器人以非完整差速模型移动，根据控制输入预测下一时刻的位置：

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_t + \begin{bmatrix} -\frac{v}{\omega}(\sin(\theta_t) - \sin(\theta_t + \omega\Delta t)) \\ \frac{v}{\omega}(\cos(\theta_t) - \cos(\theta_t + \omega\Delta t)) \\ \omega\Delta t \end{bmatrix}$$

其中：

- $\mathbf{x} = [x, y, \theta]^T$：状态向量
- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$：平面速度
- ω：角速度

---

2. 运动模型雅可比矩阵（Jacobian of Motion）

用于线性化系统模型的雅可比矩阵：

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{v}{\omega}(-\cos(\theta_t) + \cos(\theta_t + \omega\Delta t)) \\ 0 & 1 & \frac{v}{\omega}(-\sin(\theta_t) + \sin(\theta_t + \omega\Delta t)) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

---

3. 观测模型（Observation Model）

要注意的是，不同于通常的 $\mathbf{z} = (r, \phi)^T$ 的模型，这里可以简化为直接测得状态：

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{x}_t + \mathbf{n}_z$$

其中 $\mathbf{n}_z \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q})$：观测噪声

---

4. 观测模型雅可比（Jacobian of Observation）

因为观测是直接对位置的测量，所以雅可比为单位矩阵：

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}_{3\times 3}$$

---

5. EKF 预测与更新步骤

【预测】

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} &= f(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \\
\mathbf{P}_{t|t-1} &= \mathbf{F}_t \mathbf{P}_{t-1} \mathbf{F}_t^T + \mathbf{R}
\end{aligned}$$

【更新】

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_t &= \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{Q})^{-1} \\
\hat{\mathbf{x}}_t &= \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t (\mathbf{z}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) \\
\mathbf{P}_t &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}) \mathbf{P}_{t|t-1}
\end{aligned}$$

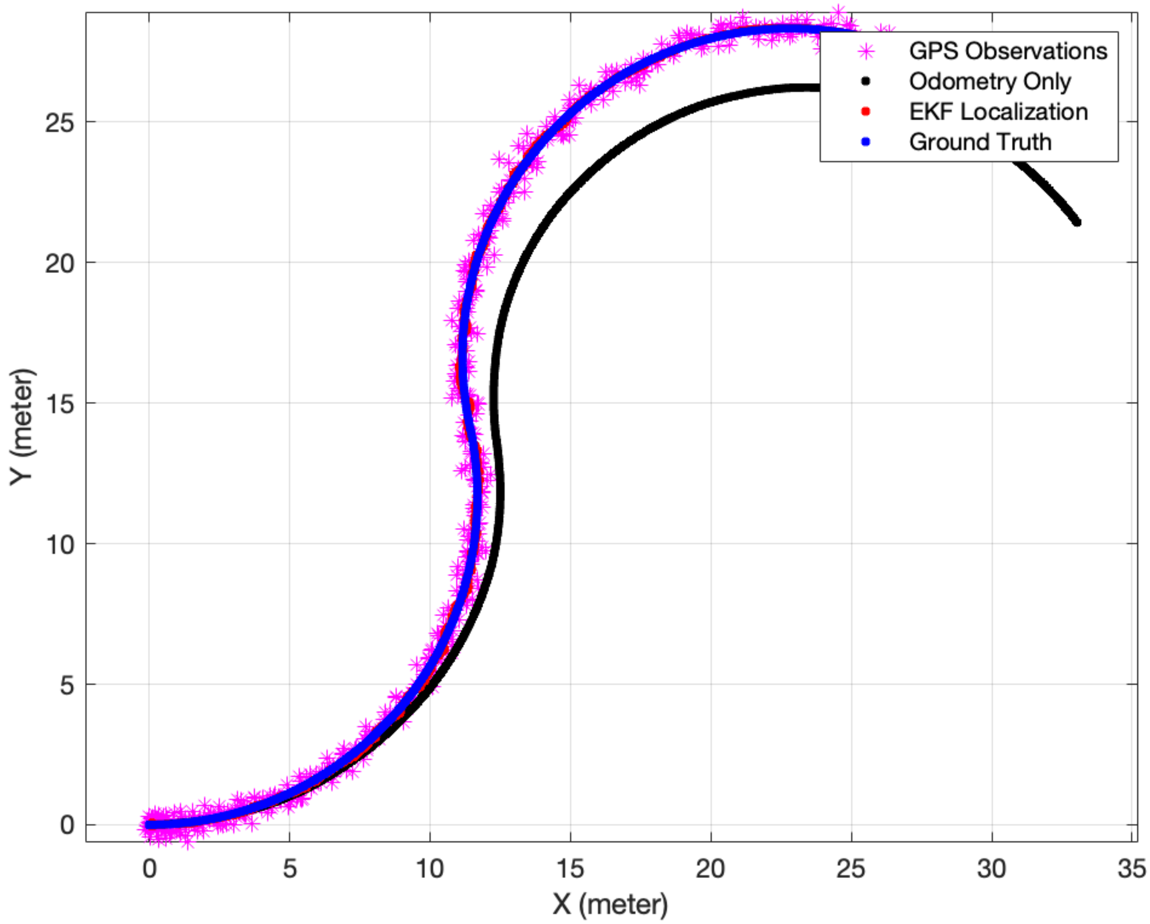
---

6. 误差评估（RMSE）

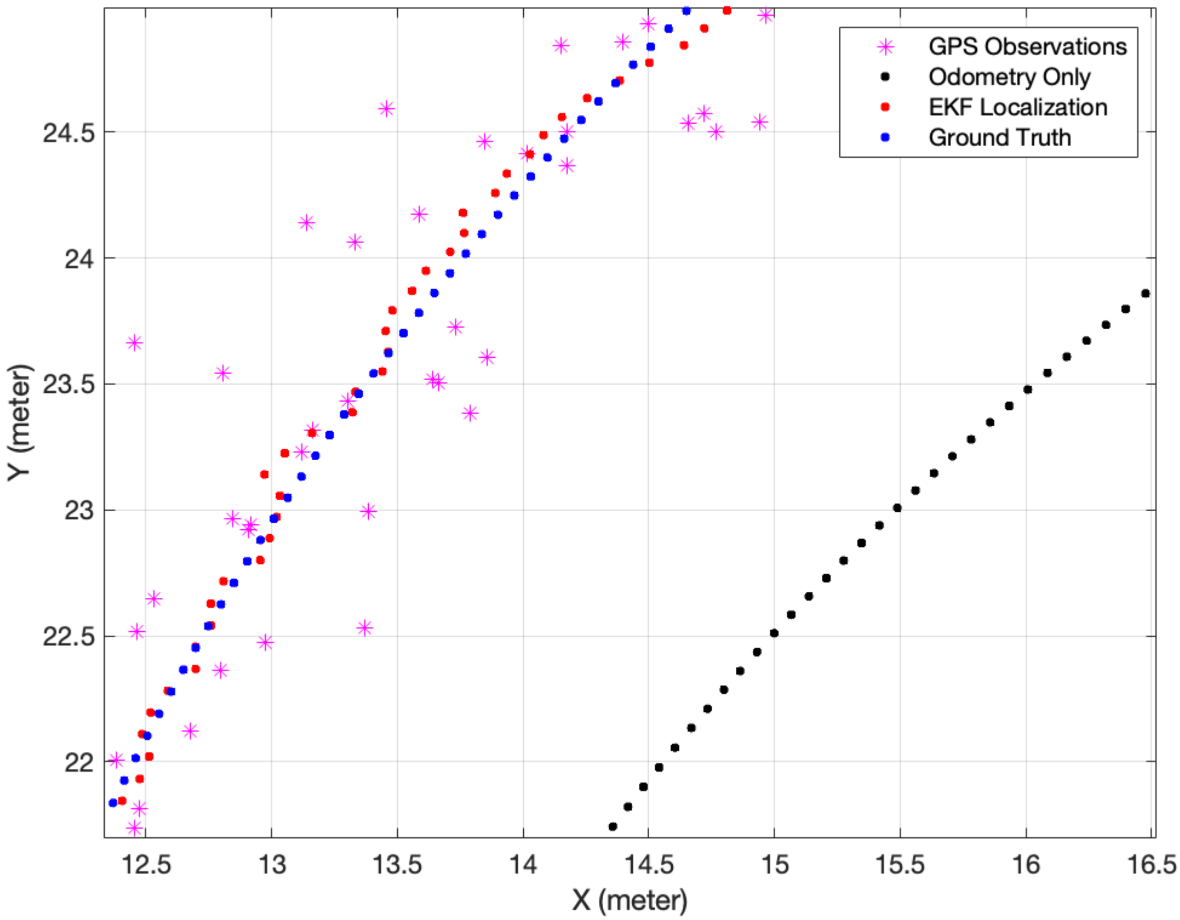
通过与地面真实轨迹对比，计算 EKF 和里程计结果的均方根误差：

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (\hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x}_{\mathrm{true},i})^2}$$

结果



GPS Observations
Odometry Only
EKF Localization
Ground Truth
Y (meter)
X (meter)
0
5
10
15
20
25
30
35



达到了非常好的定位效果。