

# Prontuario de Fórmulas

## Radiación Solar

Oscar Perpiñán Lamigueiro

### 1. Geometría Sol y Tierra

#### Declinación

- Ecuación de Cooper

$$\delta = 23,45^\circ \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (d_n + 284)}{365}\right)$$

#### Hora Solar

- Criterio de signos:  $w < 0$  antes del mediodía.
- $1\text{h} = 15^\circ$  ( $24\text{h} = 2\pi$  radians  $= 360$ )
- (Horas)  $-12, -11, -10, \dots, -1, 0, 1, \dots, 10, 11, 12$

#### Amanecer

$$\cos(\omega_s) = -\tan(\delta) \tan(\phi)$$

#### Longitud del día

$$|2 \cdot \omega_s|$$

#### Cenit Solar

$$\cos(\theta_{zs}) = \cos(\delta) \cos(\omega) \cos(\phi) + \sin(\delta) \sin(\phi)$$

#### Azimet solar

$$\cos(\psi_s) = \text{sign}(\phi) \cdot \frac{\cos(\delta) \cos(\omega) \sin(\phi) - \cos(\phi) \sin(\delta)}{\sin(\theta_z)}$$

## Hora solar y Hora Oficial

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

## Ecuación del Tiempo

$$\text{EoT} = 229,18 \cdot (-0,0334 \cdot \sin(M) + 0,04184 \cdot \sin(2 \cdot M + 3,5884))$$

$$M = \frac{2\pi}{365,24} \cdot d_n$$

## 2. Radiación Extra-atmosférica

- Constante solar  $B_0 = 1367 \text{ W m}^{-2}$
- Irradiancia extra-atmosférica

$$B_0(0) = B_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \cos \theta_{zs}$$

- Irradiación extra-atmosférica diaria ( $\omega_s$  en radianes)

$$B_{0d}(0) = -\frac{24}{\pi} B_0 \epsilon_0 \cdot (\omega_s \sin \phi \sin \delta + \cos \delta \cos \phi \sin \omega_s)$$

- Factor de corrección por excentricidad

$$\epsilon_0 = 1 + 0,033 \cdot \cos(2\pi d_n / 365)$$

- Días promedio

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
$d_n$	17	45	74	105	135	161	199	230	261	292	322	347

## 3. Radiación solar en la superficie terrestre

### Caracterización de la atmósfera

- Masa de aire

$$M \simeq 1 / \cos \theta_{zs}$$

- Índice de claridad (mensual)

$$K_{Tm} = \frac{G_{d,m}(0)}{B_{0d,m}(0)}$$

- Índice de claridad (diario)

$$K_{Td} = \frac{G_d(0)}{B_{0d}(0)}$$

## Estimación de Directa y Difusa

- Fracción de difusa

$$F_D = \frac{D(0)}{G(0)}$$

- Ecuación de Page (medias mensuales)

$$F_{Dm} = 1 - 1,13 \cdot K_{Tm}$$

- Ecuación de Collares-Pereira y Rabl (valores diarios)

$$F_{Dd} = \begin{cases} 0,99 & K_{Td} \leq 0,17 \\ 1,188 - 2,272 \cdot K_{Td} + 9,473 \cdot K_{Td}^2 - 21,856 \cdot K_{Td}^3 + 14,648 \cdot K_{Td}^4 & K_{Td} > 0,17 \end{cases}$$

## 4. Bases de Datos

### Límites Físicos

$$K_{dT} \leq 1$$

$$G_d(0) \leq B_{0d}(0)$$

$$K_t = \frac{G_d(0)}{B_{0d}(0)} \geq 0,03$$

### Análisis Estadístico de las Desviaciones

$$MBD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i)$$

$$RMSD = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2}$$

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i|$$

## 5. Radiación Solar en Generadores FV

### Irradiancia a partir de irradiación diaria

$$D(0) = r_D \cdot D_d(0)$$

$$G(0) = r_G \cdot G_d(0)$$

$$r_D = \frac{\pi}{24} \cdot \frac{\cos(\omega) - \cos(\omega_s)}{\omega_s \cdot \cos(\omega_s) - \sin(\omega_s)}$$

$$r_G = r_D \cdot (a + b \cdot \cos(\omega))$$

$$a = 0,409 - 0,5016 \cdot \sin(\omega_s + \frac{\pi}{3})$$

$$b = 0,6609 + 0,4767 \cdot \sin(\omega_s + \frac{\pi}{3})$$

### Ángulo de incidencia en sistemas fotovoltaicos

- Sistema estático ( $\alpha = 0$ )

$$\cos(\theta_s) = \cos(\delta) \cos(\omega) \cos(\beta - |\phi|) - \text{sign}(\phi) \cdot \sin(\delta) \sin(\beta - |\phi|)$$

- Seguidor 1x horizontal N-S

$$\cos(\theta_s) = \cos(\delta) \sqrt{\sin^2(\omega) + (\cos(\omega) \cos(\phi) + \tan(\delta) \sin(\phi))^2}$$

- Seguidor 2x

$$\cos(\theta_s) = 1$$

### Transformación al plano del generador

1. Irradiancia Directa

$$B(\beta, \alpha) = B(0) \cdot \frac{\max(0, \cos(\theta_s))}{\cos(\theta_{zs})}$$

2. Irradiancia Difusa

- a) Modelo isotrópico

$$D(\beta, \alpha) = D(0) \cdot \frac{1 + \cos(\beta)}{2}$$

b) Modelo anisotrópico

$$D(\beta, \alpha) = D^I(\beta, \alpha) + D^C(\beta, \alpha)$$

$$D^I(\beta, \alpha) = D(0) \cdot (1 - k_1) \cdot \frac{1 + \cos(\beta)}{2}$$

$$D^C(\beta, \alpha) = D(0) \cdot k_1 \cdot \frac{\max(0, \cos(\theta_s))}{\cos(\theta_{zs})}$$

$$k_1 = \frac{B(0)}{B_0(0)}$$

3. Irradiancia de Albedo

$$R(\beta, \alpha) = \rho \cdot G(0) \cdot \frac{1 - \cos(\beta)}{2}$$

$$\rho = 0,2$$

4. Irradiancia Global

$$G(\beta, \alpha) = B(\beta, \alpha) + D(\beta, \alpha) + G(\beta, \alpha)$$