

Electrotecnia

Oscar Perpiñán Lamigueiro

Universidad Politécnica de Madrid

1 Conceptos preliminares

2 Elementos del Circuito

3 Corriente alterna sinusoidal

4 Recursos

Electricidad

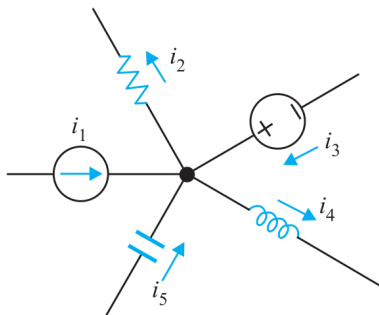
- La electricidad es un fenómeno físico asociado al **movimiento de las cargas eléctricas**.
- El aprovechamiento de la electricidad consiste en generar y canalizar el movimiento de las cargas eléctricas.
- El movimiento de las cargas eléctricas es la **corriente eléctrica**. Este movimiento se realiza mediante un trabajo, cuantificado por el **potencial**.

Intensidad de Corriente eléctrica

- **Variación de la carga con el tiempo en la sección transversal de un conductor** $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$
- Movimiento de electrones libres. Sin embargo, por convenio su sentido es positivo para el movimiento de las cargas positivas.

Principio de conservación de la carga

- Las líneas de corriente son cerradas (o solenoidales)
- **Ley de Kirchhoff de las corrientes (LKC):** la suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen.



$$i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

Tensión. Diferencia de potencial

- Trabajo realizado al mover una carga unidad entre dos puntos.

$$v = \frac{dW_e}{dq}$$

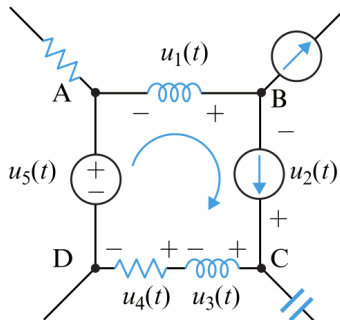
- Si entre dos puntos A y B existe una diferencia de potencial, podemos escribir:

$$v_{AB} = v_A - v_B$$

$$v_{AB} = -v_{BA}$$

Principio de conservación de la energía

- La energía producida por un generador se consume por los receptores del circuito para producir trabajo (mecánico, químico, etc.) o calor.
- **Ley de Kirchhoff de los Voltajes (LKV):** la suma (con signo) de las tensiones a lo largo de un camino cerrado (circuito) es cero.



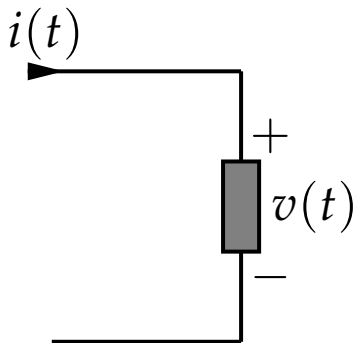
$$u_3(t) + u_4(t) - u_5(t) - u_1(t) - u_2(t) = 0$$

Potencia eléctrica

- Trabajo realizado por unidad de tiempo

$$p(t) = \frac{dW_e}{dt} = v(t) \cdot \frac{dq(t)}{dt} = v(t) \cdot i(t)$$

- Un elemento del circuito absorbe (*receptor*) o entrega (*generador*) potencia según el sentido de tensión y corriente en sus terminales.
Ejemplo: en el dipolo de la figura se absorbe potencia ($p(t) > 0$)



Potencia y Energía

Energía es la capacidad para realizar un trabajo.

Unidades Wh, kWh

$1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}$

Potencia es la cantidad de trabajo efectuado *por unidad de tiempo*.

Unidades W, kW

Eficiencia y Rendimiento

Eficiencia de un proceso es la relación entre la *potencia* de salida y la *potencia* de entrada a ese proceso.

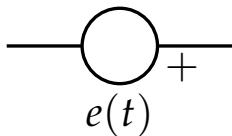
Rendimiento de un proceso es la relación entre la *energía* de salida y la *energía* de entrada a ese proceso.

- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito**
- 3 Corriente alterna sinusoidal
- 4 Recursos

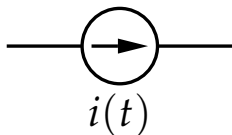
- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
 - Elementos Lineales
 - Elementos No Lineales
 - Asociación de elementos pasivos
- 3 Corriente alterna sinusoidal
- 4 Recursos

Generadores

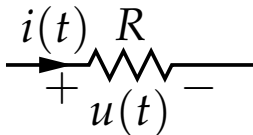
- **Generador de tensión:** su tensión es independiente de la corriente (la corriente la fija el circuito)
 - ▶ Batería electroquímica
 - ▶ Inversor de electrificación rural a su salida



- **Generador de corriente:** su corriente es independiente de la tensión (la tensión la fija el circuito)
 - ▶ Inversor de conexión a red a su salida



Resistencia

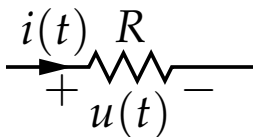


- **Produce una caída de tensión entre sus terminales directamente proporcional a la corriente que lo atraviesa.**

$$V = R \cdot I$$

- La constante de proporcionalidad es el valor de la resistencia
- Su valor depende de resistividad del material, de la sección y de la longitud: $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$

Resistencia

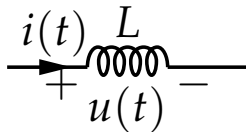


- Disipa energía eléctrica produciendo **calor**:

$$p(t) = R \cdot i^2(t)$$

- Cortocircuito: resistencia nula (tensión nula)
- Circuito abierto: resistencia infinita (corriente nula).

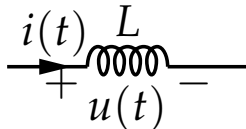
Bobina o inductancia



- Cuando una corriente oscilante atraviesa un conductor arrollado se produce una **tensión inducida que se opone a esta corriente** (ley de Faraday y Lenz)
- La constante que liga la tensión en sus terminales con el cambio de la corriente es el valor de la inductancia

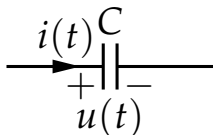
$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Bobina o inductancia



- Almacena **energía magnética**.
- La bobina **retrasa los cambios de la corriente** respecto de la tensión.
- En circuitos de corriente continua es un cortocircuito.

Condensador



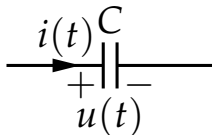
- **Condensador:** dos placas metálicas separadas por una capa dieléctrica.
- Al aplicar tensión se produce una **separación de cargas opuestas que se acumulan en cada placa.**
- **Capacidad:** constante de proporcionalidad entre carga y tensión.

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

- En el proceso de carga se produce una corriente eléctrica entre las dos placas.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$

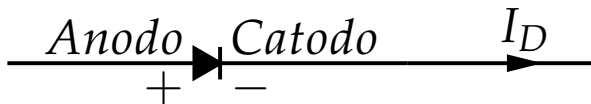
Condensador



- Almacena **energía eléctrica**
- **Retrasa las variaciones de la tensión respecto de la corriente**
- En un circuito de corriente continua se comporta como un circuito abierto.

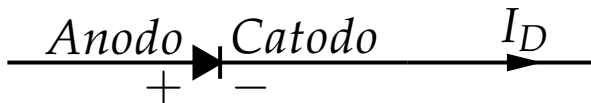
- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
 - Elementos Lineales
 - Elementos No Lineales
 - Asociación de elementos pasivos
- 3 Corriente alterna sinusoidal
- 4 Recursos

Diodo



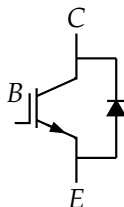
- Un diodo es un dispositivo electrónico que permite el paso de corriente a través de él a partir de una tensión de polarización.
- Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.

Diodo



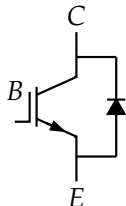
- Por tanto, puede ser utilizado como
 - ▶ **Elemento de bloqueo** (evitar que circule corriente por una parte del circuito en ciertas condiciones)
 - ▶ **Elemento de protección** (obligar a que la corriente circule por él, evitando que circule por otra rama paralela).

Transistor



- Un transistor es un dispositivo electrónico con tres terminales que permite el paso de corriente entre dos de sus terminales cuando en el tercer terminal está polarizado adecuadamente.
- Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.

Transistor



Por tanto, puede ser utilizado como:

- **Elemento de conmutación** (dirigir la circulación de corriente entre dos terminales controlando la señal en el tercer terminal)
- **Elemento de amplificación** (la señal entregada en el terminal de control es reproducida en la salida con mayor amplitud)

- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
 - Elementos Lineales
 - Elementos No Lineales
 - Asociación de elementos pasivos
- 3 Corriente alterna sinusoidal
- 4 Recursos

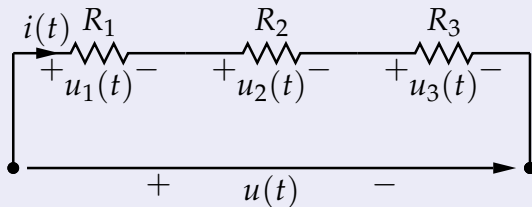
Conexión en serie

Misma corriente por todos los elementos: la tensión se reparte

$$R_s = \sum_i R_i$$

$$L_s = \sum_i L_i$$

$$\frac{1}{C_s} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



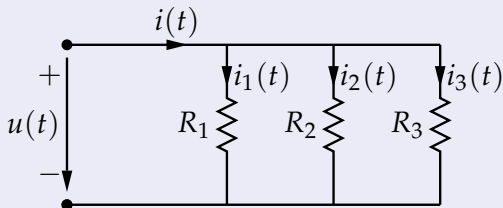
Conexión en paralelo

Misma tensión aplicada a todos los elementos: la corriente se reparte

$$\frac{1}{R_p} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

$$\frac{1}{L_p} = \sum_i \frac{1}{L_i}$$

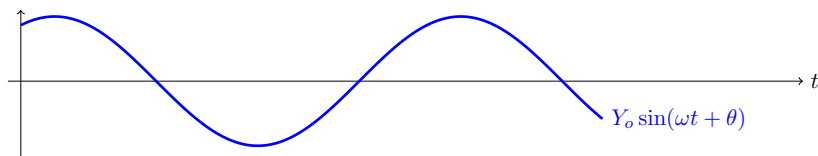
$$C_p = \sum_i C_i$$



- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
- 3 Corriente alterna sinusoidal**
- 4 Recursos

- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
- 3 **Corriente alterna sinusoidal**
 - **Conceptos Fundamentales**
 - Cálculo Fasorial
 - Potencia
 - Trifásica
- 4 Recursos

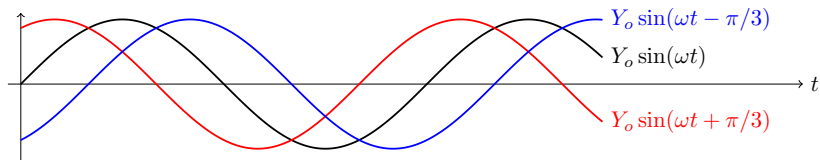
Onda sinusoidal



$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- Y_o valor máximo de la onda.
- $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$: pulsación (radianes/segundo)
- T : periodo de la onda (segundos)
- $f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{T}$: frecuencia (Hz)

Fase

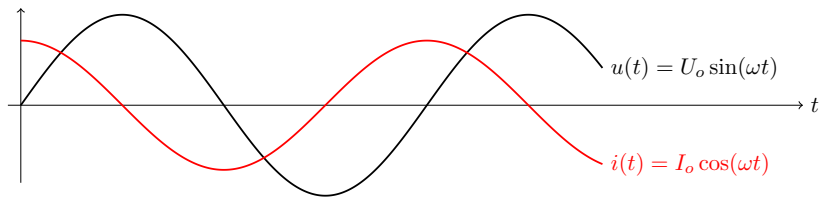


$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- θ : fase (radianes o grados)

- ▶ Es el argumento de la onda para $t=0$
- ▶ Tomando una onda como referencia, si la fase es 0° , se dice que están en fase con la onda de referencia.
- ▶ Si la fase es positiva, se dice que la onda adelanta respecto a la referencia.

Señales en Cuadratura



- Cuando el desfase entre dos señales es de 90° ($\theta_I - \theta_U = \pi/2$), se dice que están en cuadratura.
- El paso por cero de una señal coincide con el paso por el máximo/mínimo de la otra señal.

Valor medio y valor eficaz

Valor medio

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)$$

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) dt = 0$$

Valor eficaz

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T y^2(t)}$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta))^2 dt} = \frac{Y_o}{\sqrt{2}}$$

- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
- 3 Corriente alterna sinusoidal**
 - Conceptos Fundamentales
 - **Cálculo Fasorial**
 - Potencia
 - Trifásica
- 4 Recursos

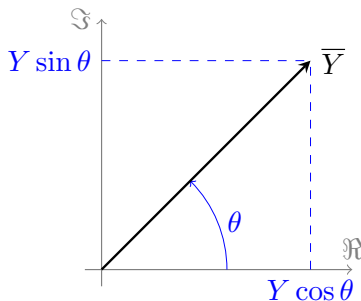
Representación fasorial

- Un fasor es un **número complejo** que representa una señal sinusoidal para simplificar cálculos.
- El **módulo** del fasor es el **valor eficaz**. El **argumento** es la **fase**.
- Descartamos pulsación: No se puede emplear cuando hay frecuencias diferentes en un mismo circuito.

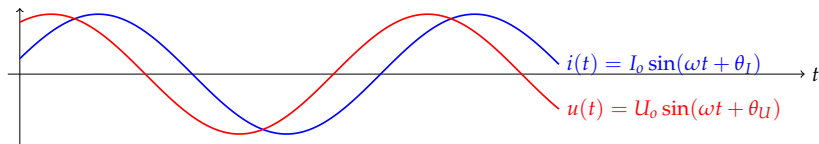
$$\bar{Y} = Y \cdot e^{j\theta}$$

$$\bar{Y} = Y \cdot (\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta))$$

$$\bar{Y} = Y \angle \theta$$

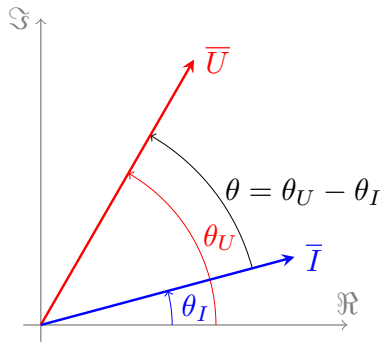


Tensión y corriente en notación fasorial



$$\bar{U} = U/\theta_U$$

$$\bar{I} = I/\theta_I$$

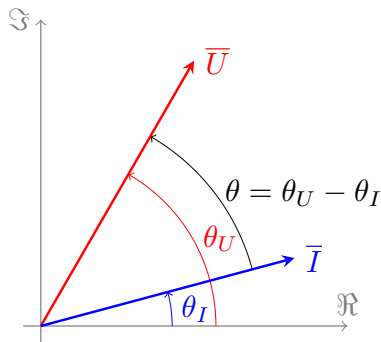


Impedancia: relación entre fasores de tensión y corriente

$$\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$$

$$\bar{Z} = \frac{U}{I} \angle \theta_U - \theta_I \Rightarrow \begin{cases} Z = \frac{U}{I} \\ \theta = \theta_U - \theta_I \end{cases}$$

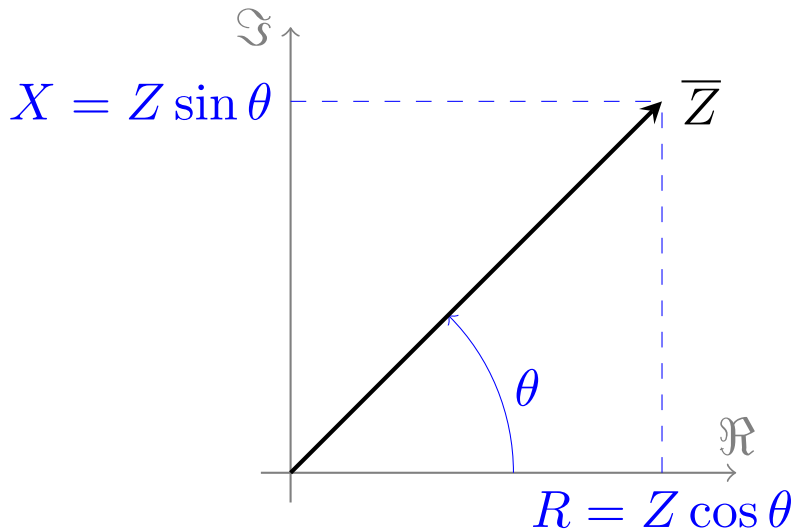


Convenio de origen de fases

$$\theta_U = 0 \Rightarrow \begin{cases} Z = \frac{U}{I} \\ \theta = -\theta_I \end{cases}$$

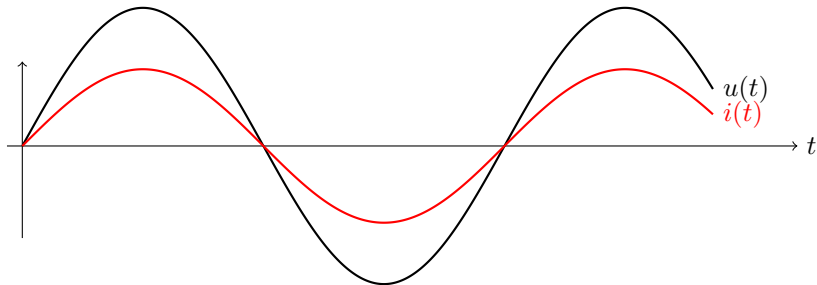
Impedancia Genérica

$$\bar{Z} = R + jX$$



Circuito Resistivo

Un circuito resistivo no desfasa (**tensión y corriente en fase**).

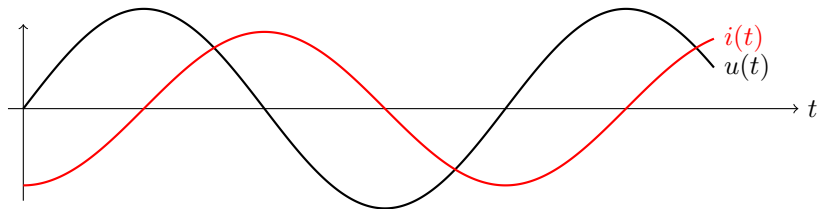


$$\bar{Z}_R = R = R/\underline{0}$$



Circuito Inductivo puro

Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y **retrasa la corriente**.

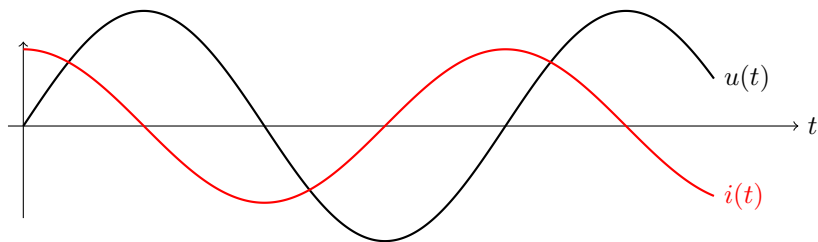


$$\overline{Z}_L = j\omega L = \omega L \underline{90^\circ}$$

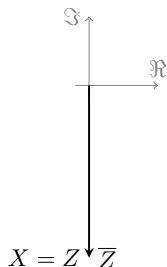
A phasor diagram in the complex plane. The horizontal axis is labeled \Re (Real) and the vertical axis is labeled \Im (Imaginary). A vertical arrow points upwards from the origin, representing the impedance phasor \overline{Z} . To the left of the arrow, the equation $X = Z \overline{Z}$ is written.

Circuito Capacitivo puro

Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura y adelanta la corriente**.

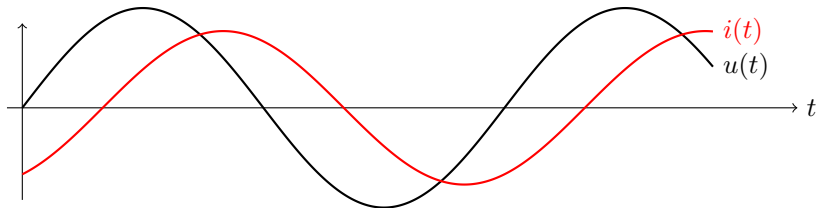


$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$

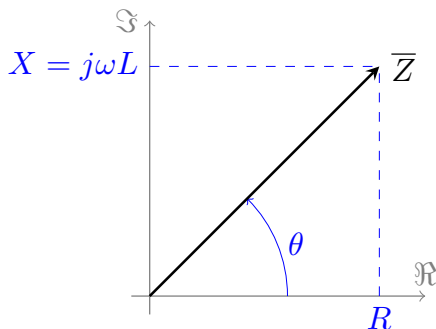


Circuito Inductivo con pérdidas

Un circuito inductivo **retrasa la corriente**.

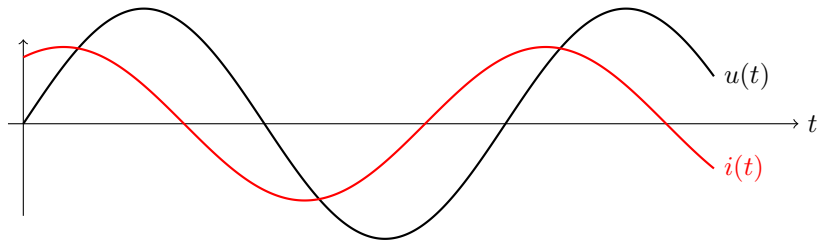


$$\bar{Z} = R + j\omega L \Rightarrow \boxed{\theta > 0}$$

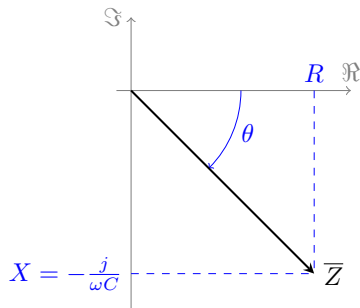


Circuito Capacitivo con pérdidas

Un circuito capacitivo **adelanta la corriente**.

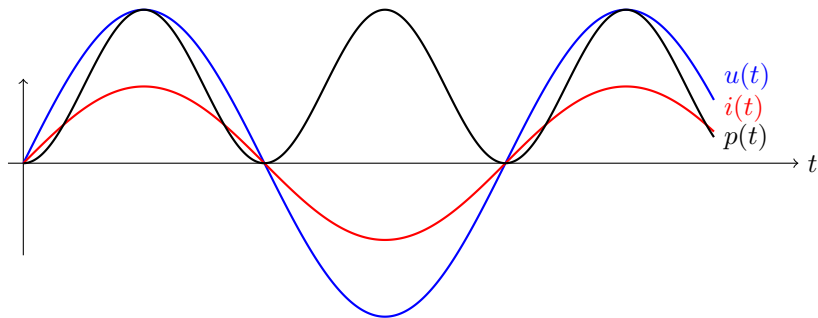


$$\bar{Z} = R - \frac{j}{\omega C} \Rightarrow \boxed{\theta < 0}$$



- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
- 3 **Corriente alterna sinusoidal**
 - Conceptos Fundamentales
 - Cálculo Fasorial
 - **Potencia**
 - Trifásica
- 4 Recursos

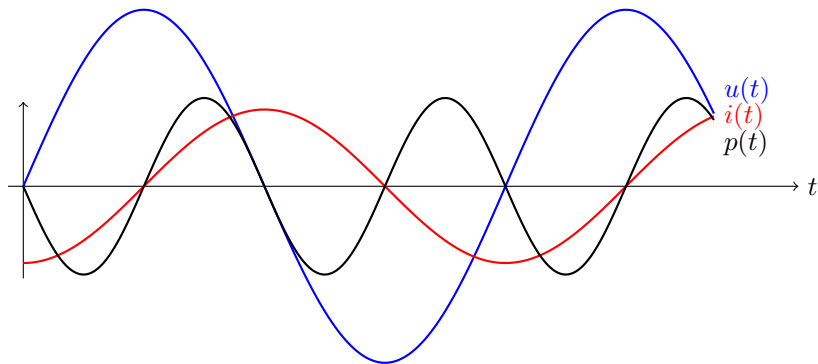
Circuito Resistivo



- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Es siempre positiva.

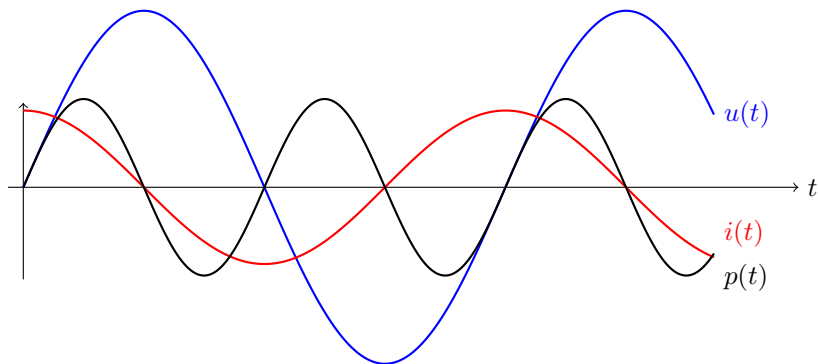
$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

Circuito Inductivo puro



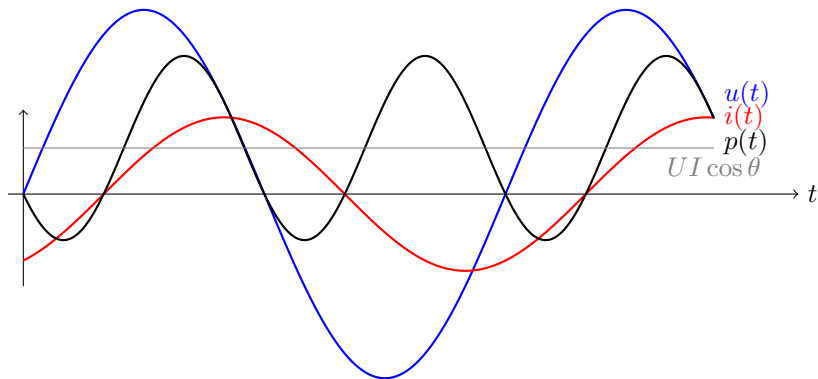
- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- Su valor medio es nulo.

Circuito Capacitivo puro



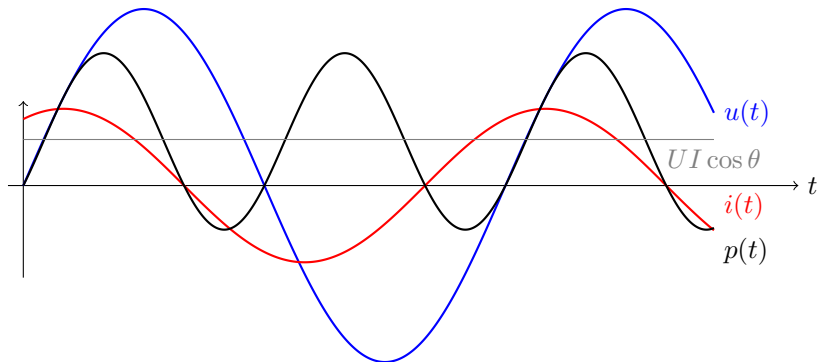
- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- Su valor medio es nulo.

Circuito Inductivo con pérdidas



- Su valor medio es positivo, de valor $UI \cos \theta$.

Circuito Capacitivo con pérdidas



- Su valor medio es positivo, de valor $UI \cos \theta$.

Triángulo de Potencias

- Potencia Activa

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2$$

- Potencia Reactiva

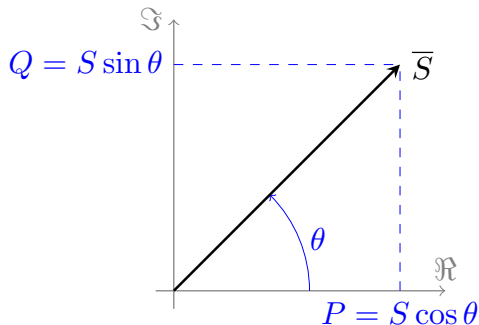
$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2$$

- Potencia Aparente

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$

$$|S| = U \cdot I$$

$$\theta_S = \theta_Z = \theta$$



Potencia de elementos: Resistencia

$$\theta = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_R = RI^2 \\ Q_R = 0 \\ S_R = P_R \end{cases}$$

- Consume potencia activa
- No consume potencia reactiva

Potencia de elementos: Inductancia

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_L = \omega LI^2 \\ \bar{S}_L = \omega LI^2 / \underline{\pi/2} \end{cases}$$

- No consume potencia activa
- Consume potencia reactiva ($Q > 0$)

Potencia de elementos: Condensador

$$\theta = -\pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_C = -\omega CU^2 \\ \bar{S}_C = \omega CU^2 / \underline{-\pi/2} \end{cases}$$

- No consume potencia activa
- Genera potencia reactiva ($Q < 0$)

Teorema de Boucherot

- En un circuito con múltiples elementos, la potencia aparente total es la suma de las potencias aparentes individuales.

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^n S_i$$

$$P + jQ = \sum_{i=1}^n (P_i + jQ_i)$$

- La potencia activa (reactiva) total es la suma de las potencias activas (reactivas) individuales.

$$P = \sum_{i=1}^n P_i$$

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Compensación de reactiva

- El factor de potencia, $\cos(\theta)$, representa la aportación de potencia activa dentro de la potencia aparente.

$$P = S \cos \theta$$

- Sean dos sistemas con misma tensión y potencia activa, y factores de potencia $\cos \theta_1 > \cos \theta_2$.
- El sistema 2 requiere **mayor sección** de cable para transportar la misma potencia activa.

$$\left(\frac{P}{U \cos \theta_1} = I_1 \right) < \left(I_2 = \frac{P}{U \cos \theta_2} \right)$$

- El sistema 2 requiere **mayor potencia aparente** (generador mayor) para alimentar la misma potencia activa.

$$\left(\frac{P}{\cos \theta_1} = S_1 \right) < \left(S_2 = \frac{P}{\cos \theta_2} \right)$$

Compensación de reactiva

- Comúnmente, el factor de potencia es **inductivo** (máquinas eléctricas industriales).
- La red debe suministrar potencia reactiva inductiva (influye en secciones de líneas y tamaños de generadores)
- Es necesario mejorar **localmente** el factor de potencia. Solución común: utilizar **bancos de condensadores** como suministradores de potencia reactiva.

Compensación de reactiva

- Sea una carga de potencia activa P y potencia reactiva Q . Supongamos que se desea mejorar el factor de potencia a $\cos \theta' > \cos \theta$:

$$Q' = P \tan \theta'$$

$$Q_c = Q - Q' = P \tan \theta - P \tan \theta'$$

$$Q_c = \omega C U^2$$

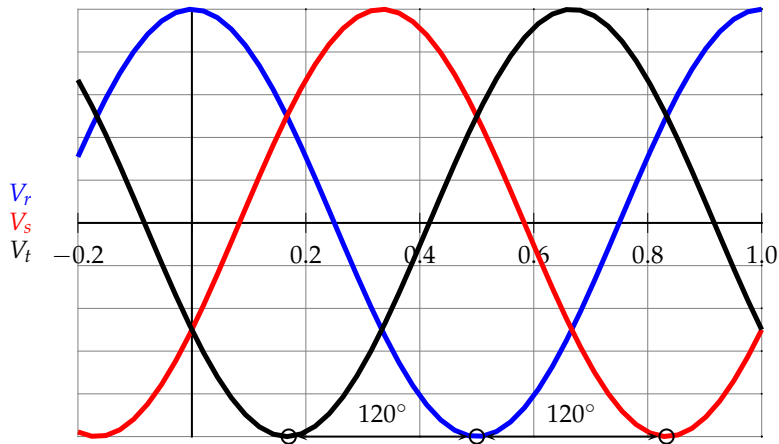
$$C = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}$$

- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
- 3 **Corriente alterna sinusoidal**
 - Conceptos Fundamentales
 - Cálculo Fasorial
 - Potencia
 - **Trifásica**
- 4 Recursos

Motivación de los sistemas trifásicos

- La potencia instantánea de un sistema monofásico es pulsante. En un sistema trifásico la potencia instantánea es constante, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas.
- Para transportar una determinada potencia la masa de conductor necesaria es un 25 % en un trifásico que en un monofásico.

Generación de un sistema trifásico



Receptores

- **Tensión simple o de fase:** la existente entre una fase y el neutro.
- **Tensión compuesta o de línea** (por defecto): la existente entre dos fases.
- Un receptor puede estar conectado en **estrella** (punto común) o en **triángulo**.
- Un receptor puede ser **equilibrado** (las tres impedancias que lo componen son idénticas) o **desequilibrado**.
- Cuando el receptor es equilibrado la corriente que circula por el neutro es nula.

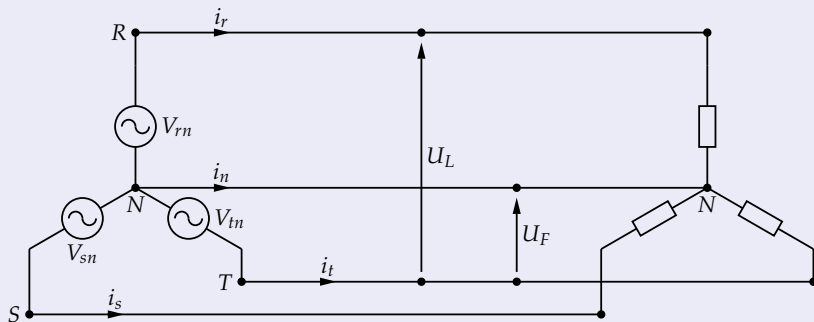
Fase y línea

Receptor en Estrella (cuatro hilos, 3F+1N)

$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F$$

$$I_F = I_L$$

$$P = 3 \cdot V_F I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta)$$



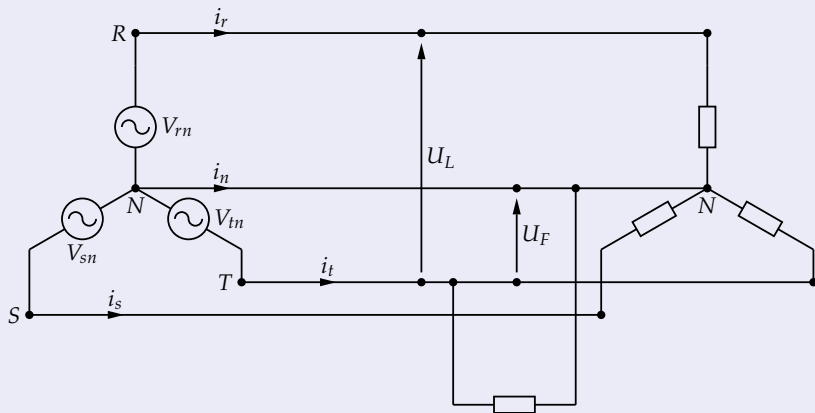
Fase y línea

Receptor en Estrella (cuatro hilos, 3F+1N)

$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F$$

$$I_F = I_L$$

$$P = 3 \cdot V_F I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta)$$



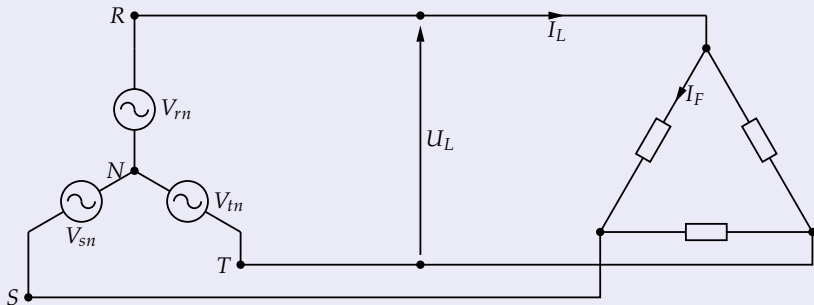
Fase y línea

Receptor en Triangulo (tres hilos, 3F)

$$V_L = V_F$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$P = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta)$$



Compensación de Reactiva

Para mejorar el factor de potencia en un sistema trifásico equilibrado se deben emplear **tres condensadores conectados en triángulo**:

$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{3\omega U^2}$$

- 1 Conceptos preliminares
- 2 Elementos del Circuito
- 3 Corriente alterna sinusoidal
- 4 Recursos

Bibliografía

- **Fraile Mora, J.:** *Circuitos Eléctricos*. Ed. Prentice Hall.
- **Hayt, W. y Kemmerly, J:** *Análisis de circuitos en ingeniería*. Ed. Mc. Graw Hill.
- **C. K. Alexander; M. N. O. Sadiku,** Ed. McGraw-Hill.
- Tú verás