

Mécanique des Fluides Compressibles

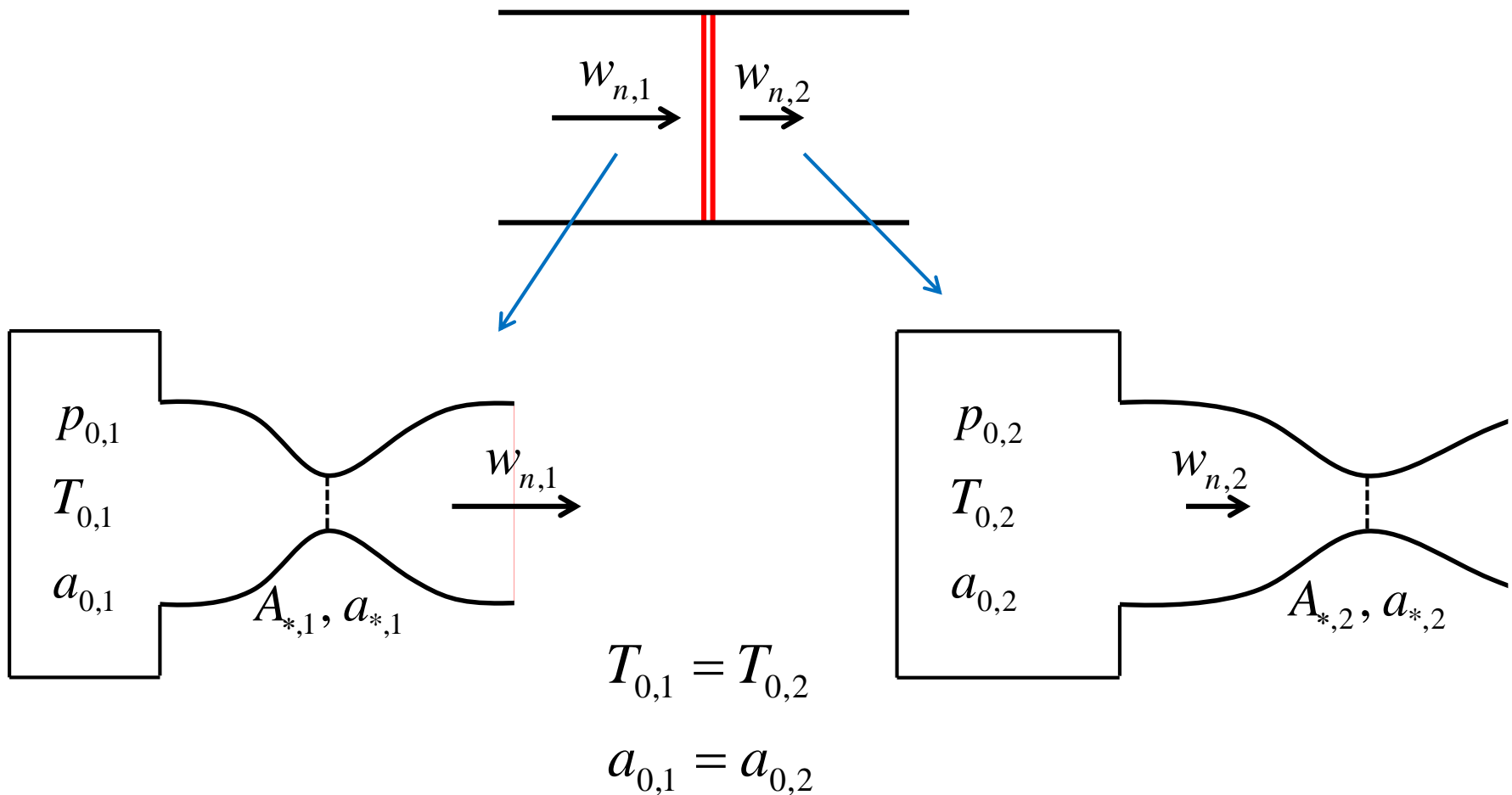
Ondes de choc droites - Applications

Dr. Flavio NOCA

Semestre printemps 2019-2020

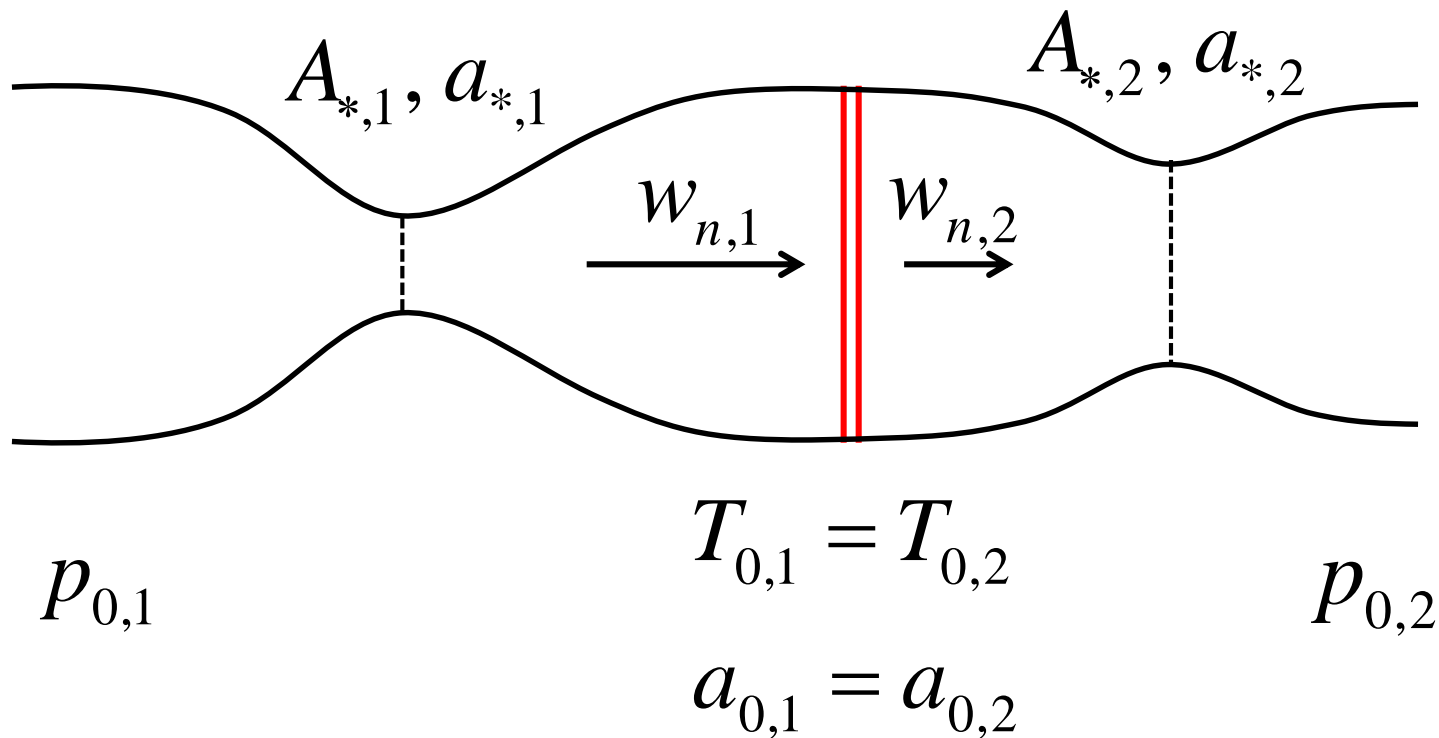
Réservoir

➤ Présence d'un choc dans une conduite



Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

➤ En combinant les deux



Ecoulements dans les tuyères

➤ Côté 1

$$c_p T + \frac{u^2}{2} = c_p T_0 \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{\gamma - 1} \gamma r T + \frac{u^2}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} \gamma r T_0$$

➤ En introduisant la vitesse du son $a^2 = \gamma r T$

$$\frac{1}{\gamma - 1} a^2 + \frac{u^2}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} a_0^2$$

➤ Au col:

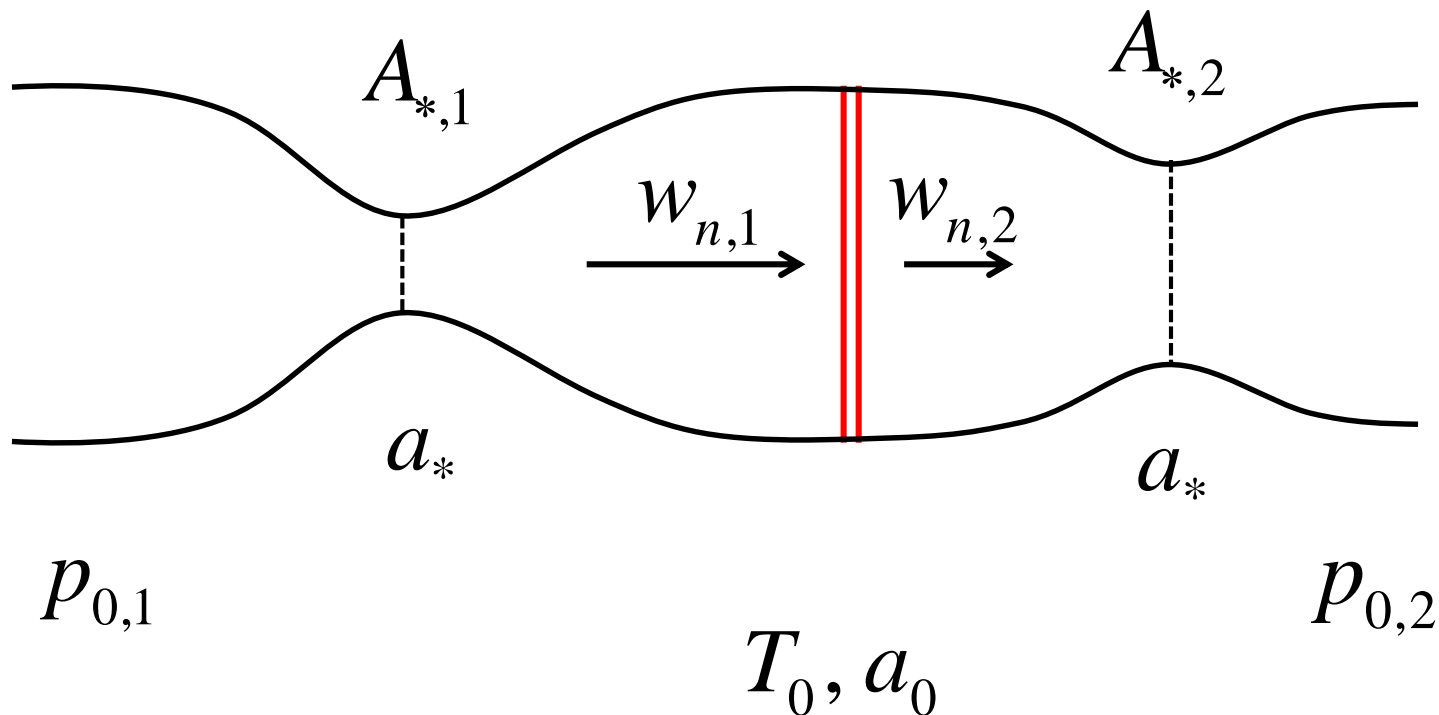
$$\frac{1}{\gamma - 1} a_*^2 + \frac{a_*^2}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} a_0^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{\gamma + 1}{2} a_*^2 = a_0^2$$

➤ Or, comme $T_{0,1} = T_{0,2}$ alors $a_{0,1} = a_{0,2}$

$$\longrightarrow \quad a_{*,1} = a_{*,2} = a_*$$

Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

➤ Présence d'un choc dans une tuyère



Relation de Prandtl

Conservation de la quantité de mouvement

$$p_1 + \rho_1 w_{n,1}^2 = p_2 + \rho_2 w_{n,2}^2 \quad \longrightarrow \quad w_{n,2} - w_{n,1} = \boxed{\frac{p_1}{\rho_1 w_{n,1}}} - \boxed{\frac{p_2}{\rho_2 w_{n,2}}}$$

Conservation de l'énergie

$$c_p T + \frac{w_n^2}{2} = c_p T_0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{w_n^2}{2} = \frac{a_0^2}{\gamma-1} = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} a_*^2$$

$$\frac{\gamma+1}{2} a_*^2 = a_0^2$$

$$rT = \frac{p}{\rho}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\frac{p}{\rho w_n}} = \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{a_*^2}{w_n} - \frac{\gamma-1}{2\gamma} w_n$$

Relation de Prandtl

➤ Par suite

$$w_{n,2} - w_{n,1} = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} a_*^2 \left(\frac{1}{w_{n,1}} - \frac{1}{w_{n,2}} \right) + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} (w_{n,2} - w_{n,1})$$

➤ Qui peut s'écrire comme

$$(w_{n,2} - w_{n,1}) \left[1 - \frac{\gamma - 1}{2\gamma} - \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{a_*^2}{w_{n,1} w_{n,2}} \right] = 0$$

➤ On a les solutions

$$w_{n,1} = w_{n,2} \quad \text{et}$$

$$w_{n,1} w_{n,2} = a_*^2 = \frac{2}{\gamma + 1} a_0^2$$

Relation de
Prandtl

Pression totale et col sonique

- Au Chapitre 5, on a trouvé une expression pour le débit

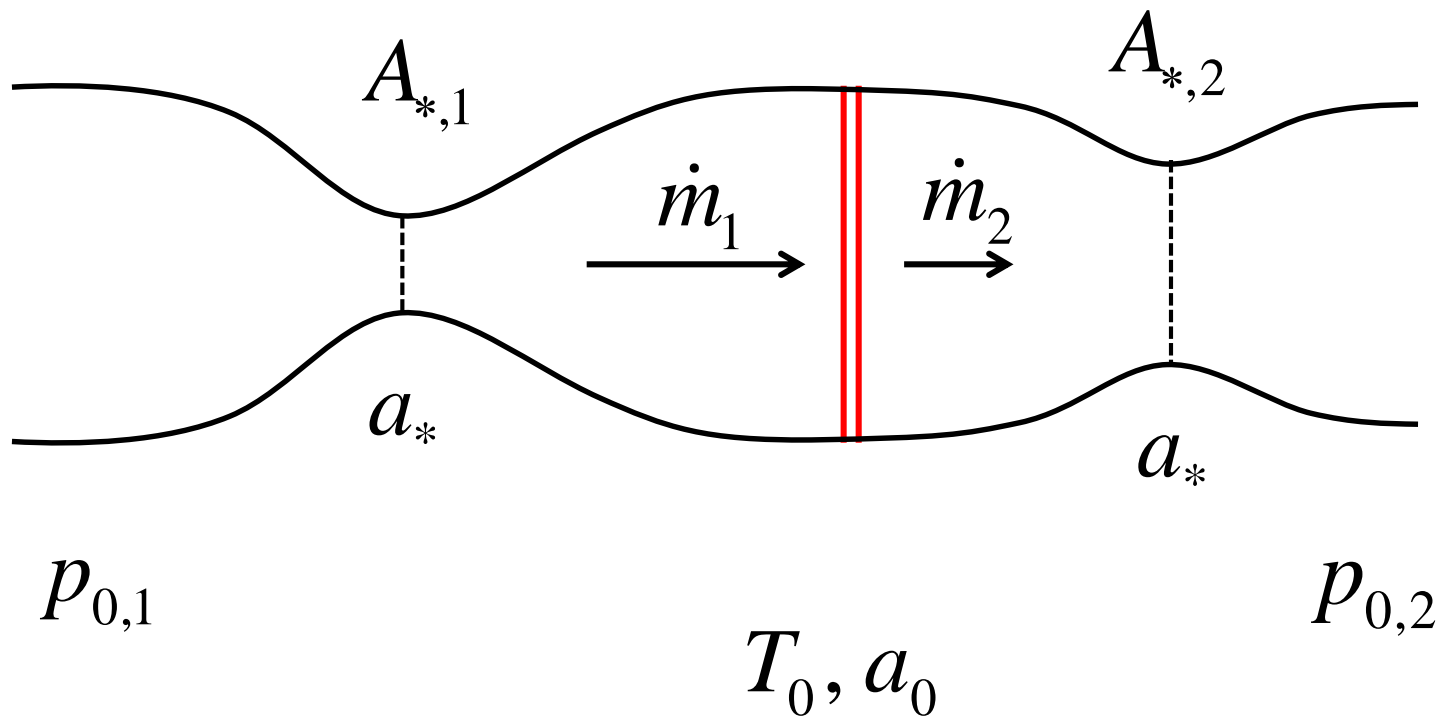
$$\dot{m} = \gamma M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{p_0}{a_0} A$$

- On utilise aussi la forme sans dimension, avec $a_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$

$$\frac{\dot{m} \sqrt{r T_0}}{p_0 A} = \sqrt{\gamma} M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

- Dans une conduite à géométrie variable



Pression totale et col sonique

- Pour le débit dans une section arbitraire de la région 1

$$\frac{\dot{m}_1 \sqrt{rT_0}}{p_{0,1} A_1} = \sqrt{\gamma} M_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

- Pour le débit dans une section arbitraire de la région 2

$$\frac{\dot{m}_2 \sqrt{rT_0}}{p_{0,2} A_2} = \sqrt{\gamma} M_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

- En particulier, au col sonique des deux régions:

$$M_1^* = 1, M_2^* = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\dot{m}_1 \sqrt{rT_0}}{p_{0,1} A_{*,1}} = \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$\frac{\dot{m}_2 \sqrt{rT_0}}{p_{0,2} A_{*,2}} = \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Pression totale et col sonique

$$\frac{\dot{m}_1 \sqrt{rT_0}}{p_{0,1} A_{*,1}} = \sqrt{\gamma} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{\dot{m}_2 \sqrt{rT_0}}{p_{0,2} A_{*,2}}$$

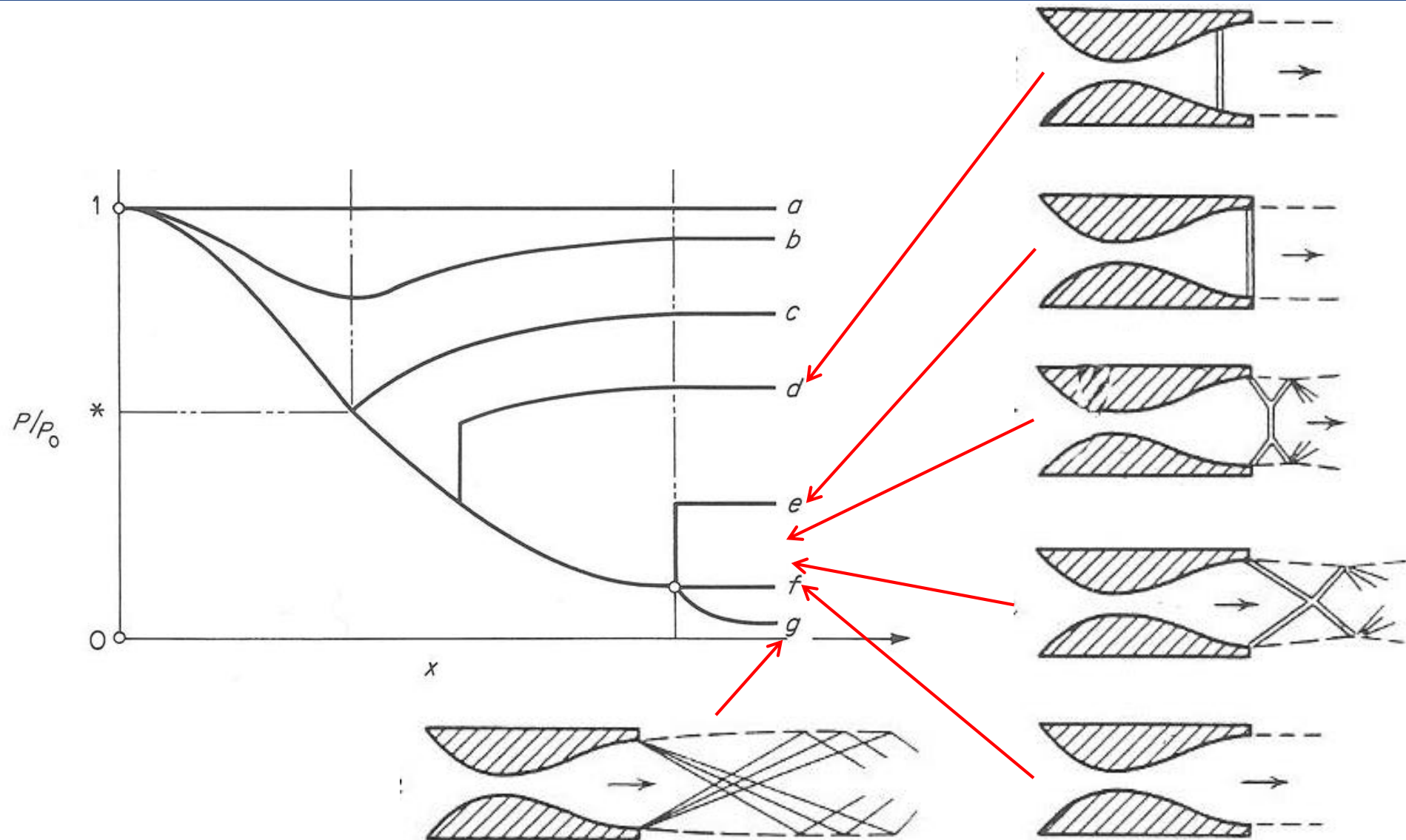
- Le débit est invariant le long de la tuyère

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

- On a ainsi le résultat suivant:

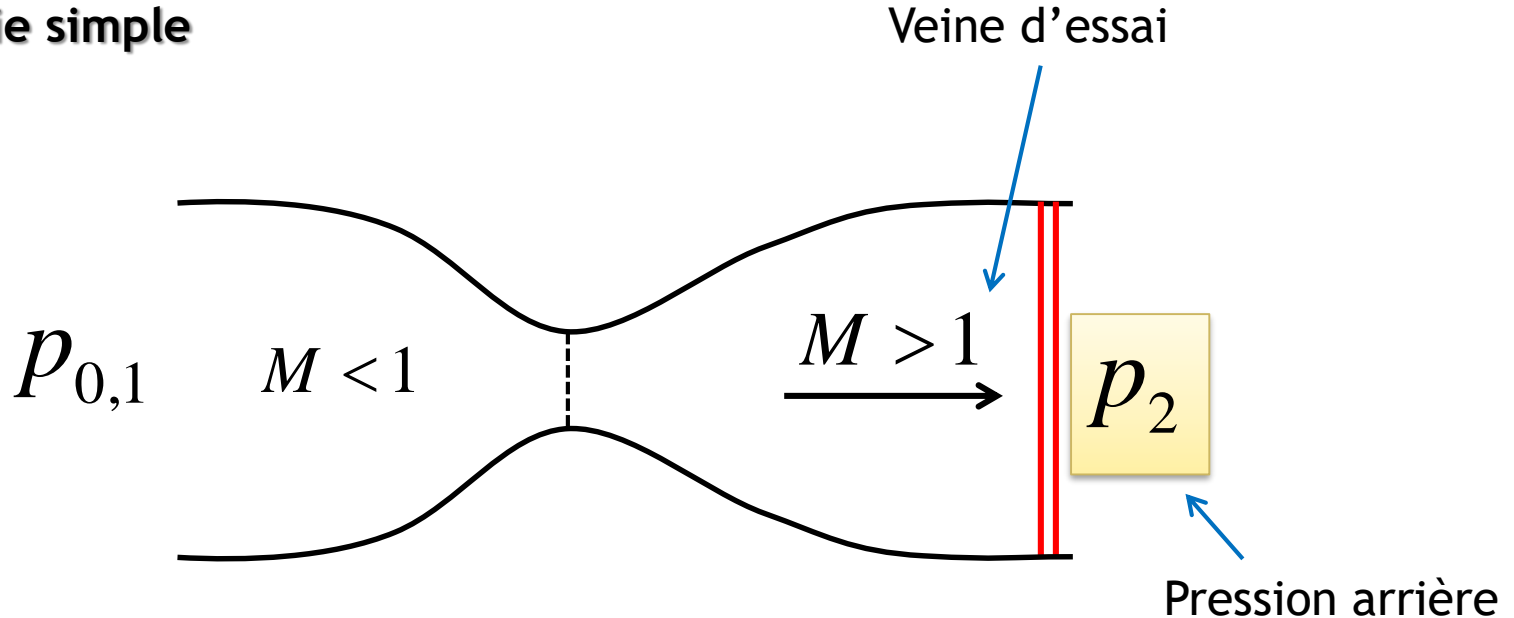
$$p_{0,1} A_{*,1} = p_{0,2} A_{*,2}$$

Rappel: Tuyère Convergente - Divergente



Opération d'une soufflerie supersonique

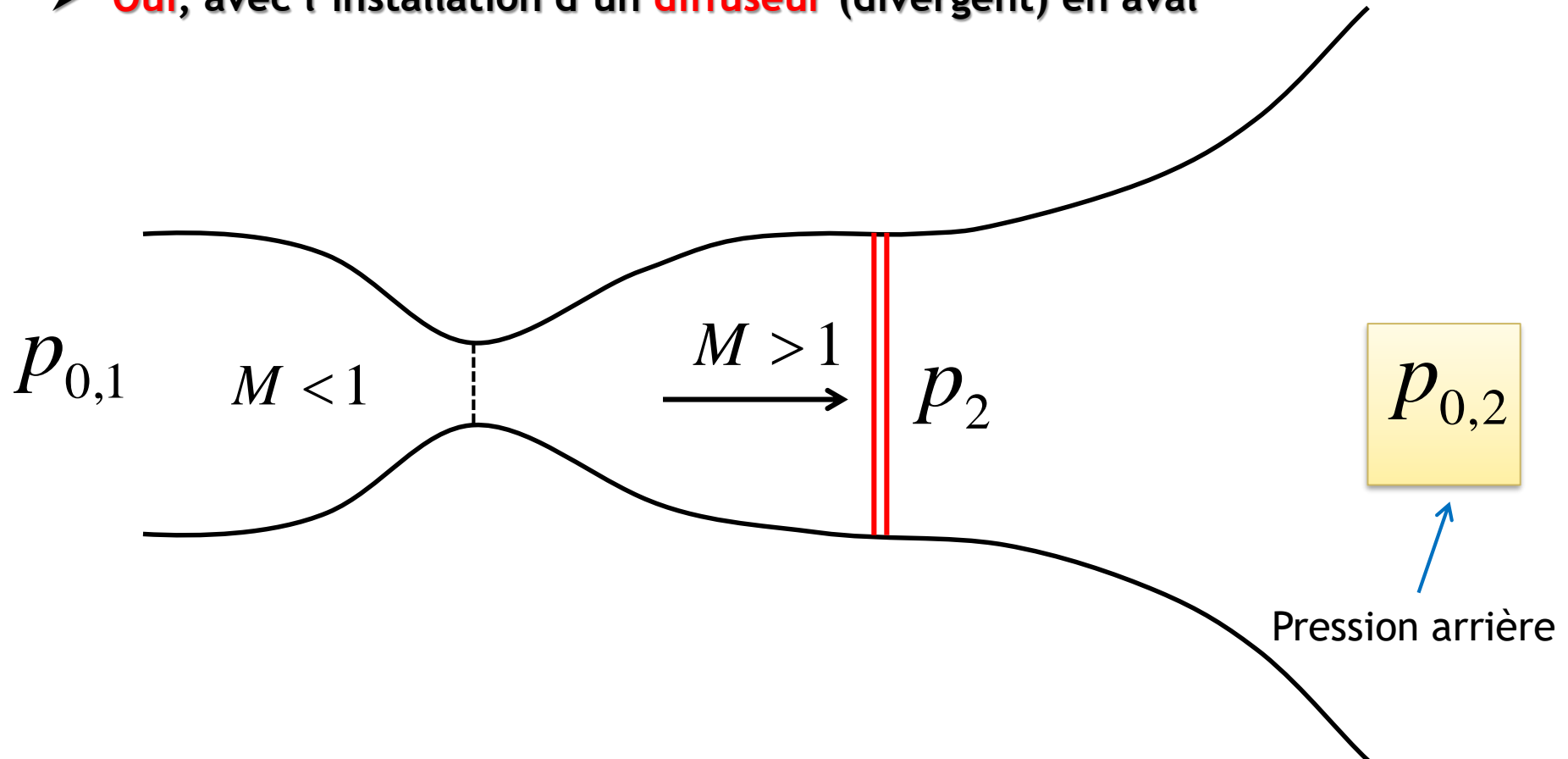
➤ Soufflerie simple



- Diminuer p_2 enlèverait le choc mais ne changerait rien aux conditions d'essais dans la veine -> aucun intérêt de diminuer encore plus p_2
- Par contre, est-il possible de relever la pression arrière tout en maintenant les mêmes conditions d'essais?

Opération d'une soufflerie supersonique

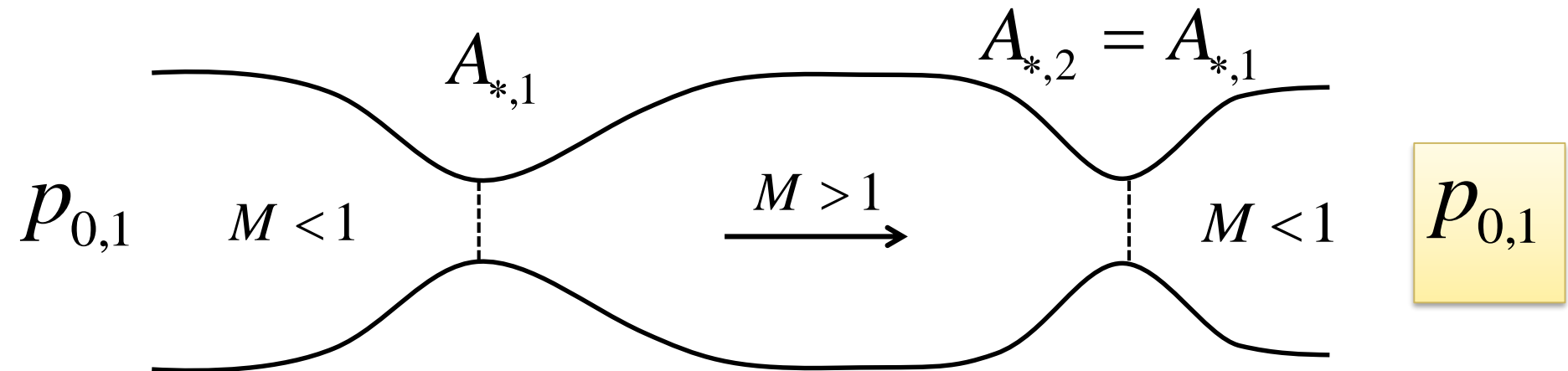
- **Oui**, avec l'installation d'un **diffuseur** (divergent) en aval



- La nouvelle pression arrière $p_{0,2}$ est plus grande que la pression p_2

Opération d'une soufflerie supersonique

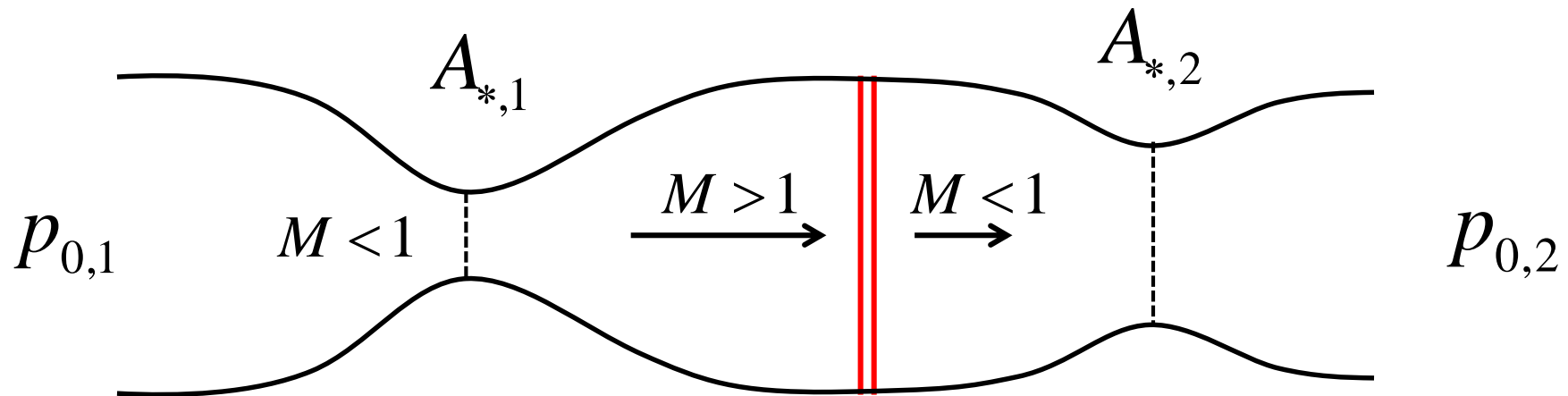
- Est-il possible de faire mieux? (relever encore plus la pression arrière)
- Écoulement **permanent** sans choc



- Ceci n'est pas possible à cause du **démarrage**

Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

- **Problème:** le **démarrage** crée un **choc**
- **Situation 1:** si le choc se positionne dans la veine d'essai en régime permanent

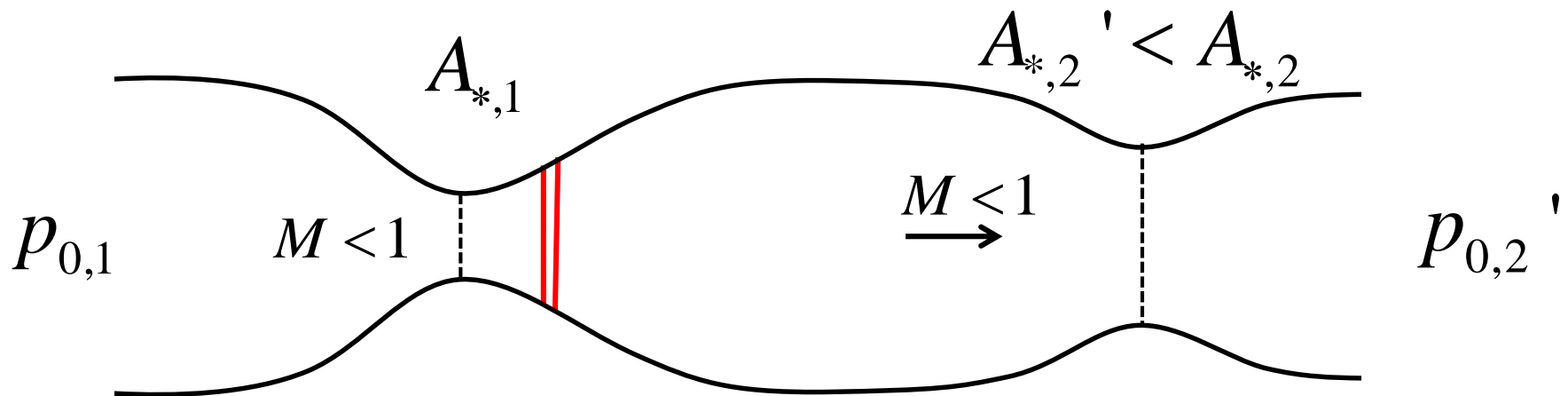


$$p_{0,1} A_{*,1} = p_{0,2} A_{*,2}$$

- **Il faut alors que le deuxième col soit plus grand que le premier col pour que cette situation existe!**

Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

- **Que se passe-t-il si le deuxième col est réduit?** (l'objectif initial était d'avoir 2 cols identiques)
- Le choc retourne dans le divergent afin que $p_{0,2}'$ soit plus élevé (choc plus faible)

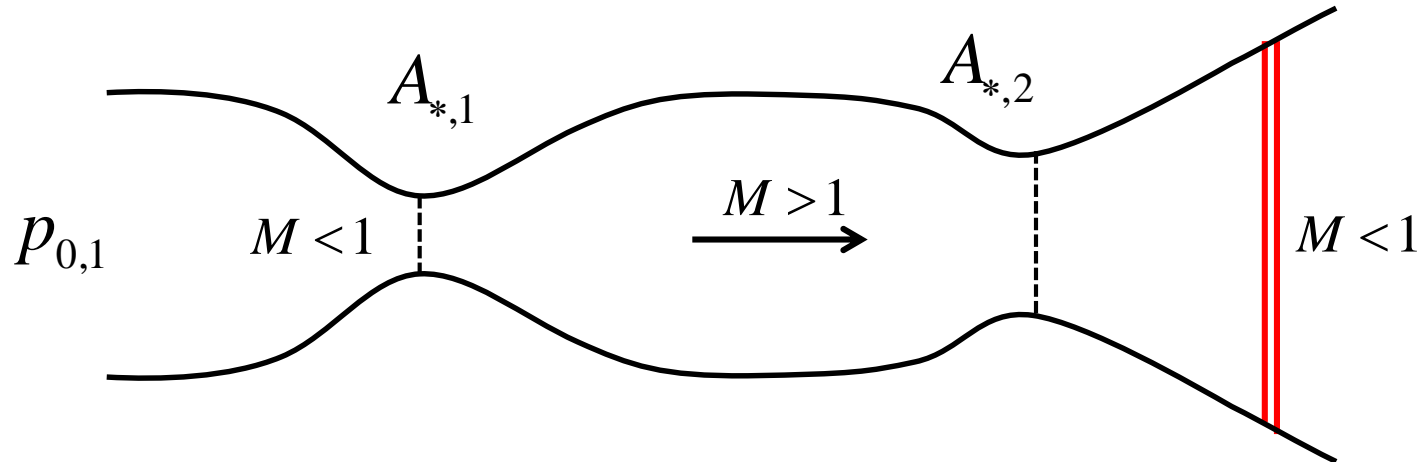


$$p_{0,1} A_{*,1} = p_{0,2}' A_{*,2}'$$

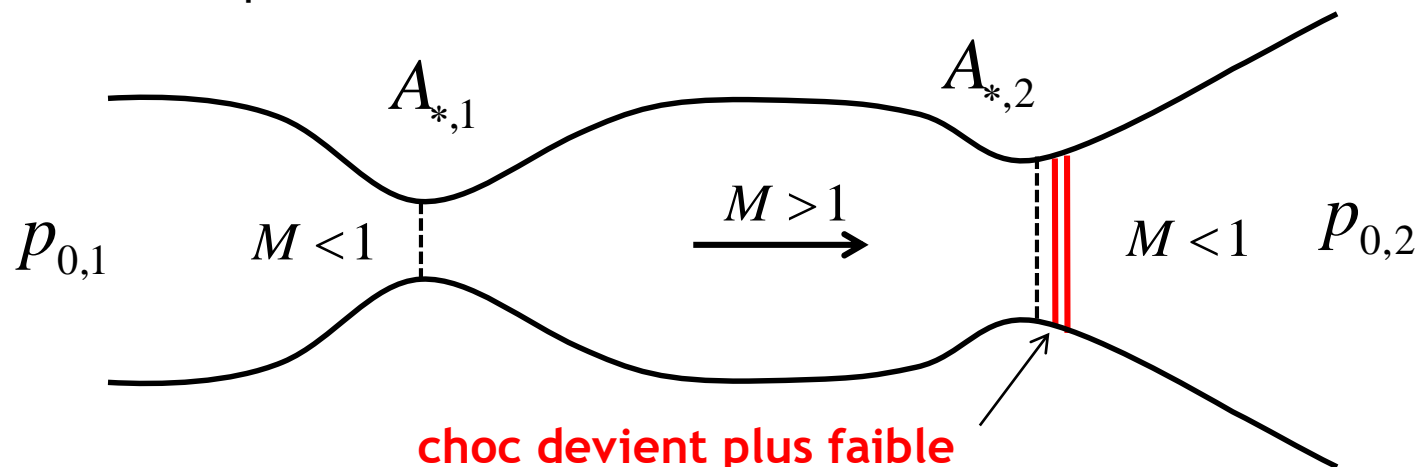
- **L'écoulement devient subsonique dans la veine d'essai, donc réduire la taille du deuxième col après démarrage n'est pas une bonne solution.**

Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

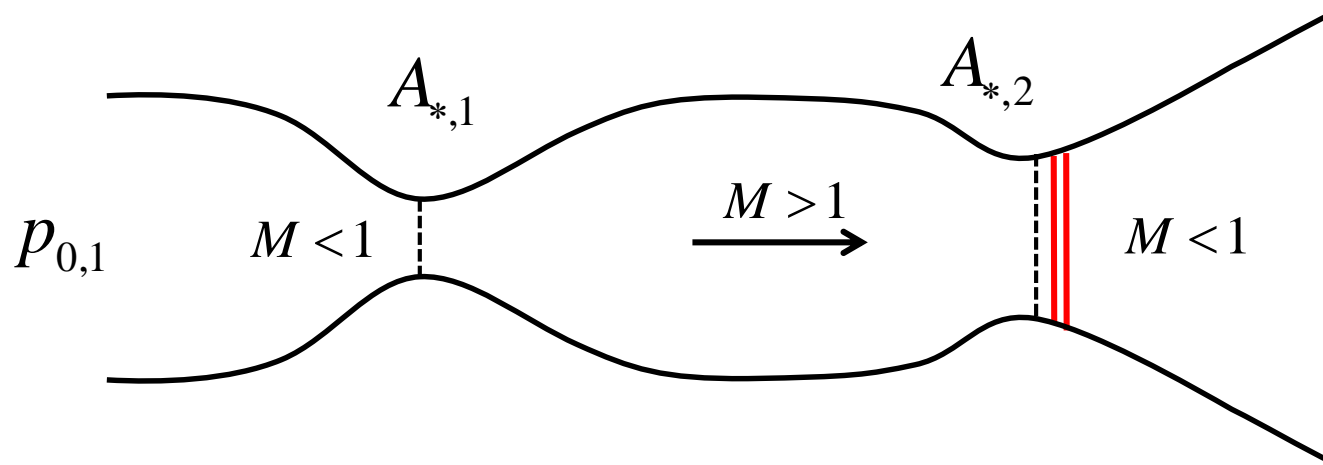
- On peut diminuer la pression arrière pour «avalier le choc»



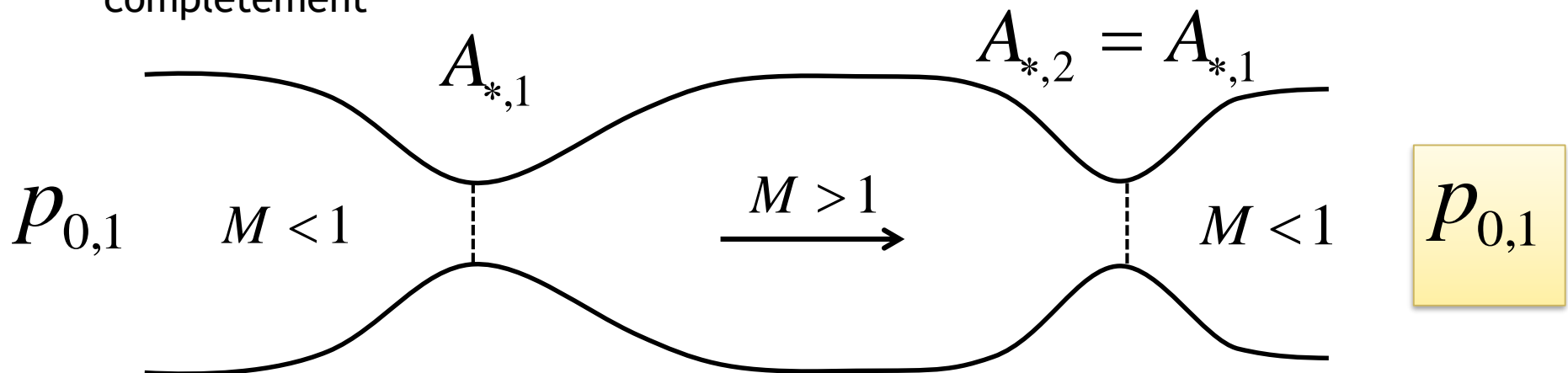
- Puis on remonte la pression arrière



Ecoulements dans les tuyères – gaz parfait

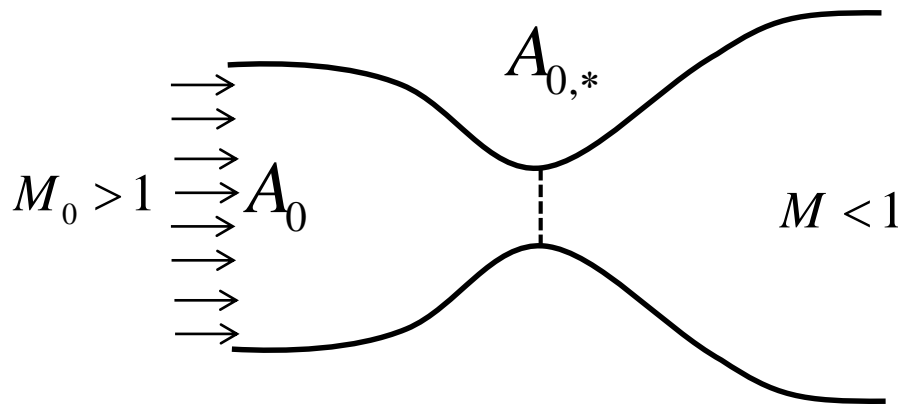


- On peut ensuite **réduire le deuxième col** (avec un système de vérins) **tout en remontant la pression arrière (afin de maintenir le choc près du col)** jusqu'à ce que les deux cols soient de même taille - et l'onde de choc disparaît complètement



Entrée d'air supersonique

- Le principe est identique aux tuyères
- Dans le cas idéal



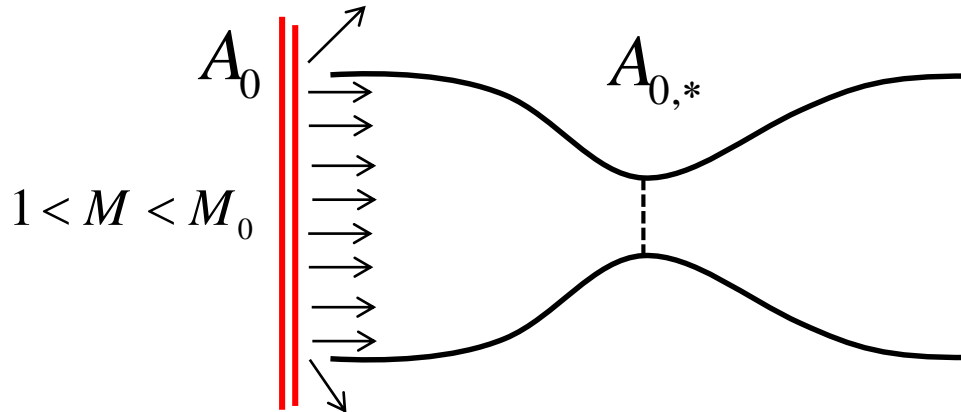
- Lors du démarrage de l'avion, un choc apparaît devant la tuyère car pour un nombre de Mach M tel que:

$$1 < M < M_0$$

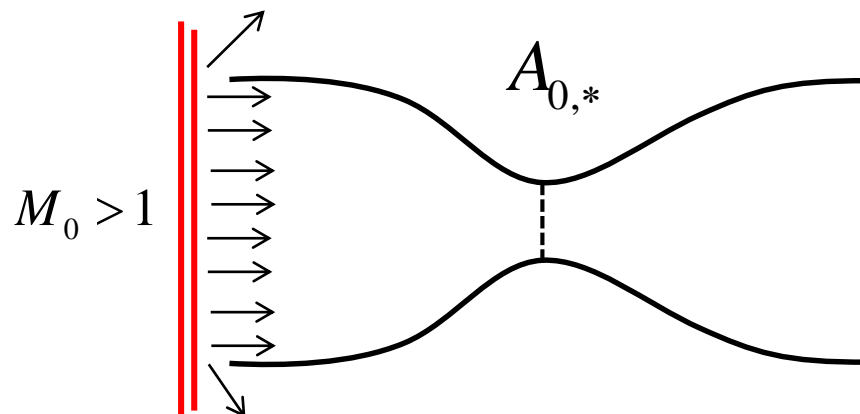
$$\left(A / A_* \right) < \left(A_0 / A_{0,*} \right)$$

Entrée d'air supersonique

- Au démarrage $1 < M < M_0$

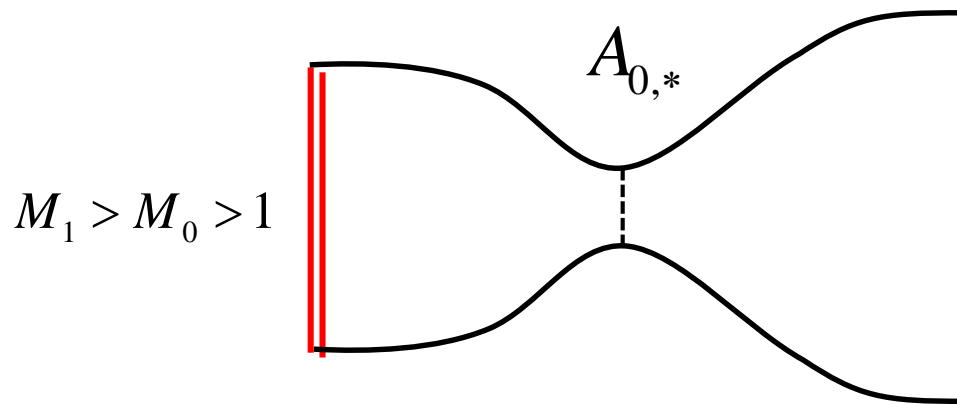


- On augmente le nombre de Mach jusqu'à $M_0 > 1$

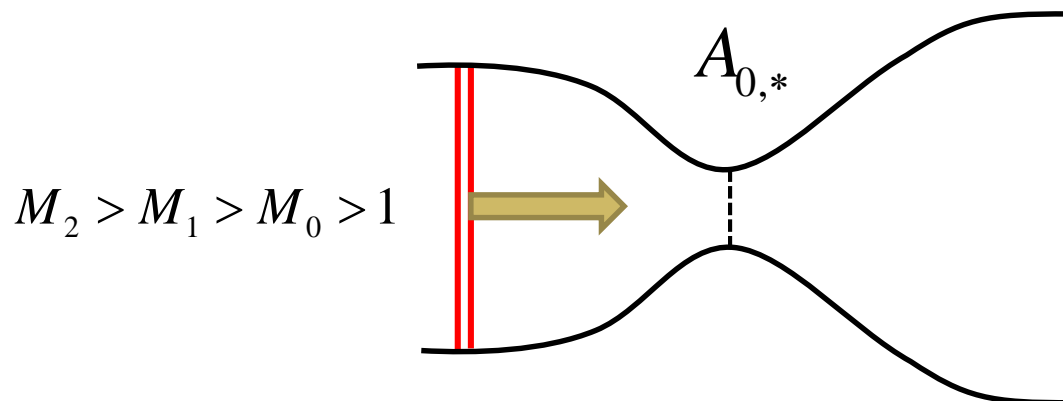


Entrée d'air supersonique

- L'avion (réacteur) peut **accélérer au-delà de son nombre de Mach de vol**

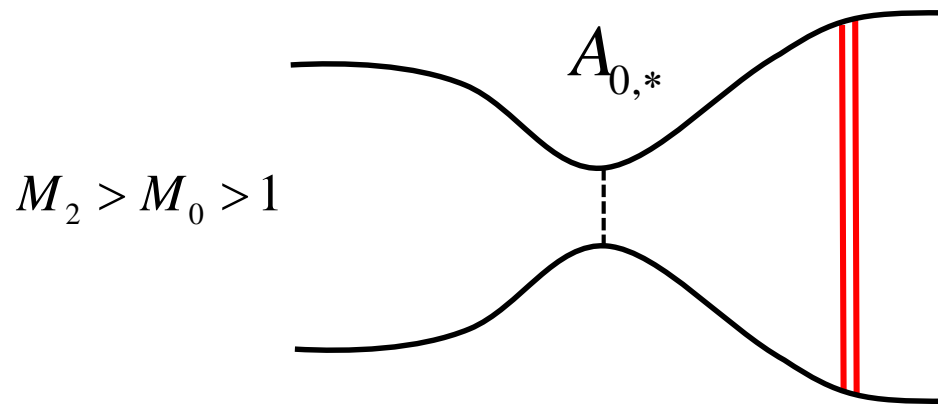


- Si l'avion **accélère un peu plus, il n'y a pas de solution stable du choc**

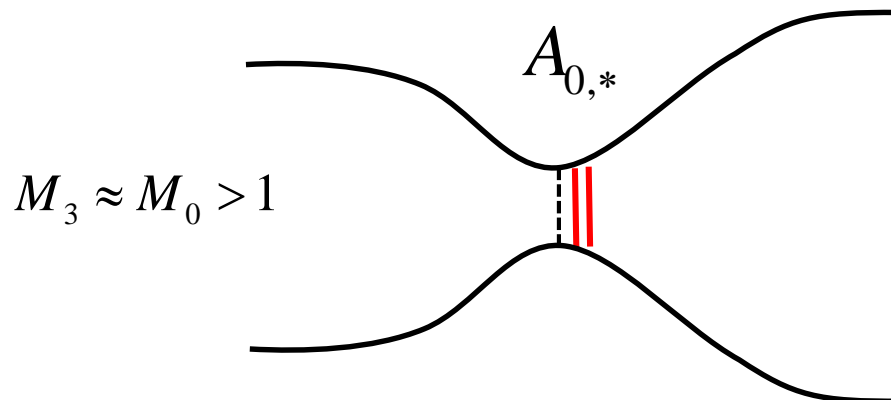


Entrée d'air supersonique

- Le choc est alors «**avalé**» vers une position stable



- L'avion peut ensuite **ralentir** pour mettre le choc légèrement plus loin que le col



Tube de Pitot subsonique - rappel

- Un premier procédé pour déterminer le nombre de Mach local M_1 consiste à déterminer la pression totale p_0 et la pression statique p_1 et d'utiliser la relation isentrope

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{Equation du tube de Pitot subsonique}$$

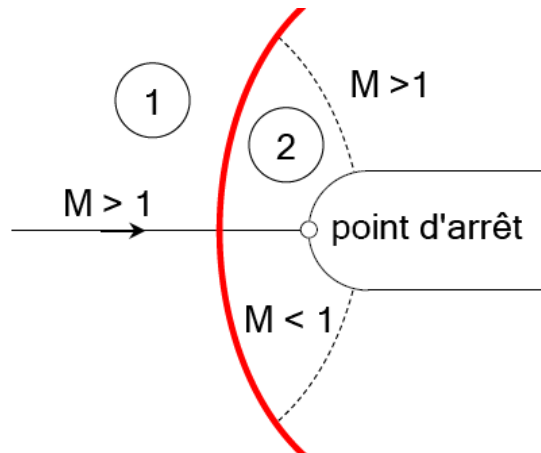
- La mesure de la température totale nous donne la température statique

$$\frac{T_0}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2$$

- Et finalement

$$u_1 = M_1 \sqrt{\gamma r T_1} \quad q_1 = \frac{1}{2} \rho_1 u_1^2 = \frac{\gamma p_1}{2} M_1^2$$

Problème: Onde de choc devant le tube de Pitot



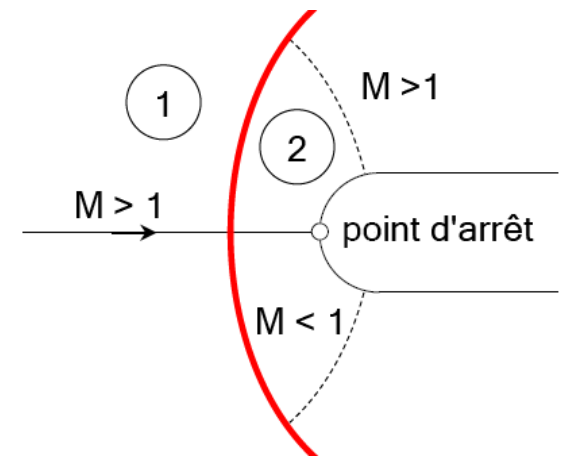
On ne mesure pas les bonnes grandeurs totales en raison du choc

➤ Rappel de formules

$$\frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} = \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{1}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

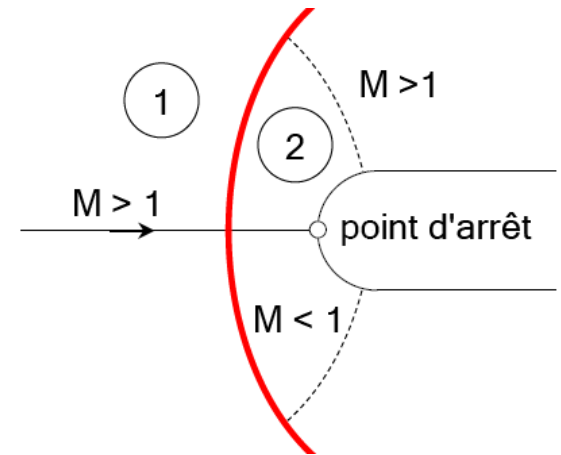
$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 - 1) = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$$

$$\frac{p_{0,1}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$



- On obtient alors

$$\frac{p_{0,2}}{p_2} = \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} \frac{p_{0,1}}{p_1} \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 - 1)} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$



- Si on mesure $p_{0,2}$ et p_2 derrière le choc, on peut en déduire le nombre de Mach

En pratique ceci est difficile

car p_2 est difficile à mesurer

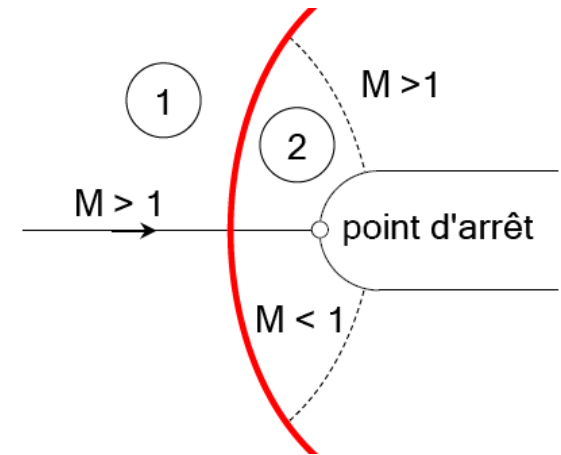
En pratique: formule de Rayleigh

$$\frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} = \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{1}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{p_{0,1}}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

- **Formule de Rayleigh** pour un tube de Pitot supersonique

$$\frac{p_{0,2}}{p_1} = \frac{\left(\frac{\gamma+1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

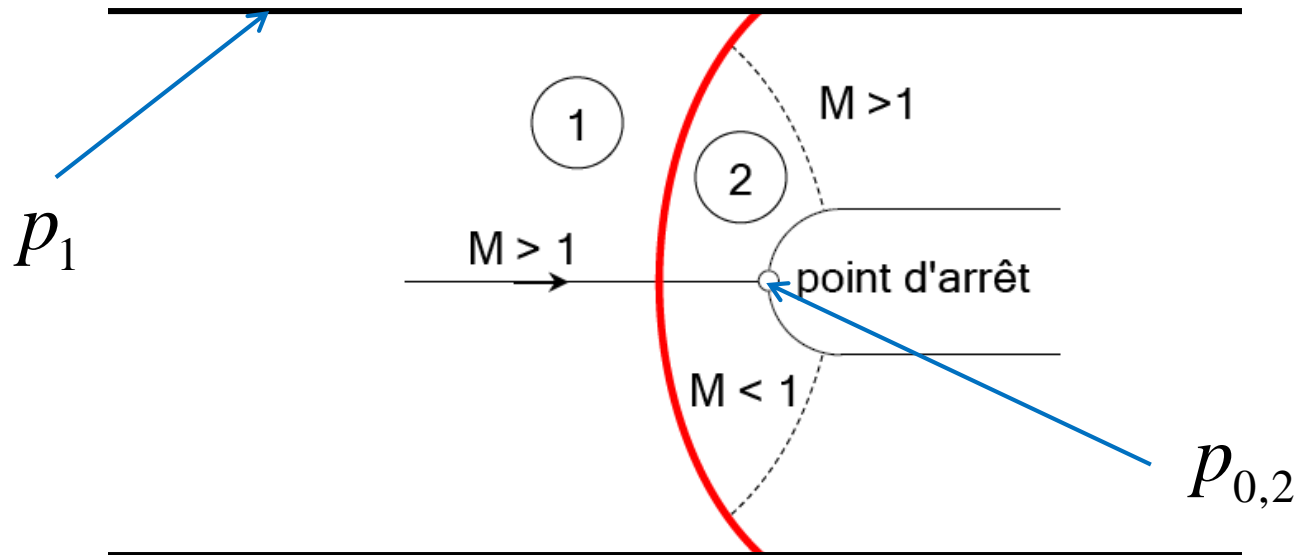


Si on mesure $p_{0,2}$ et p_1 , on peut en déduire le nombre de Mach

- La pression statique p_1 peut être obtenue de deux manières

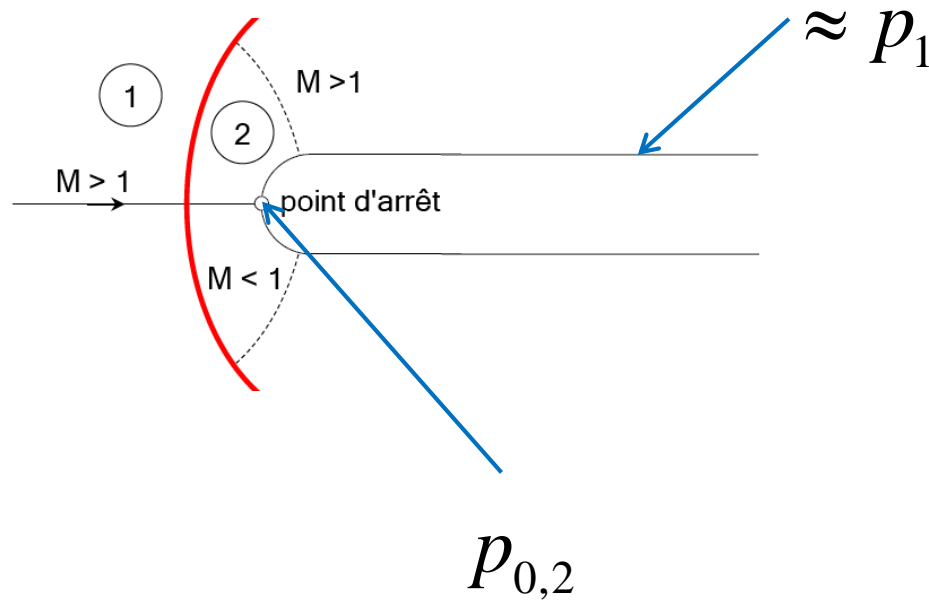
Méthode 1:

Dans une soufflerie supersonique: mesure de p_1 sur la paroi **en amont** du Pitot



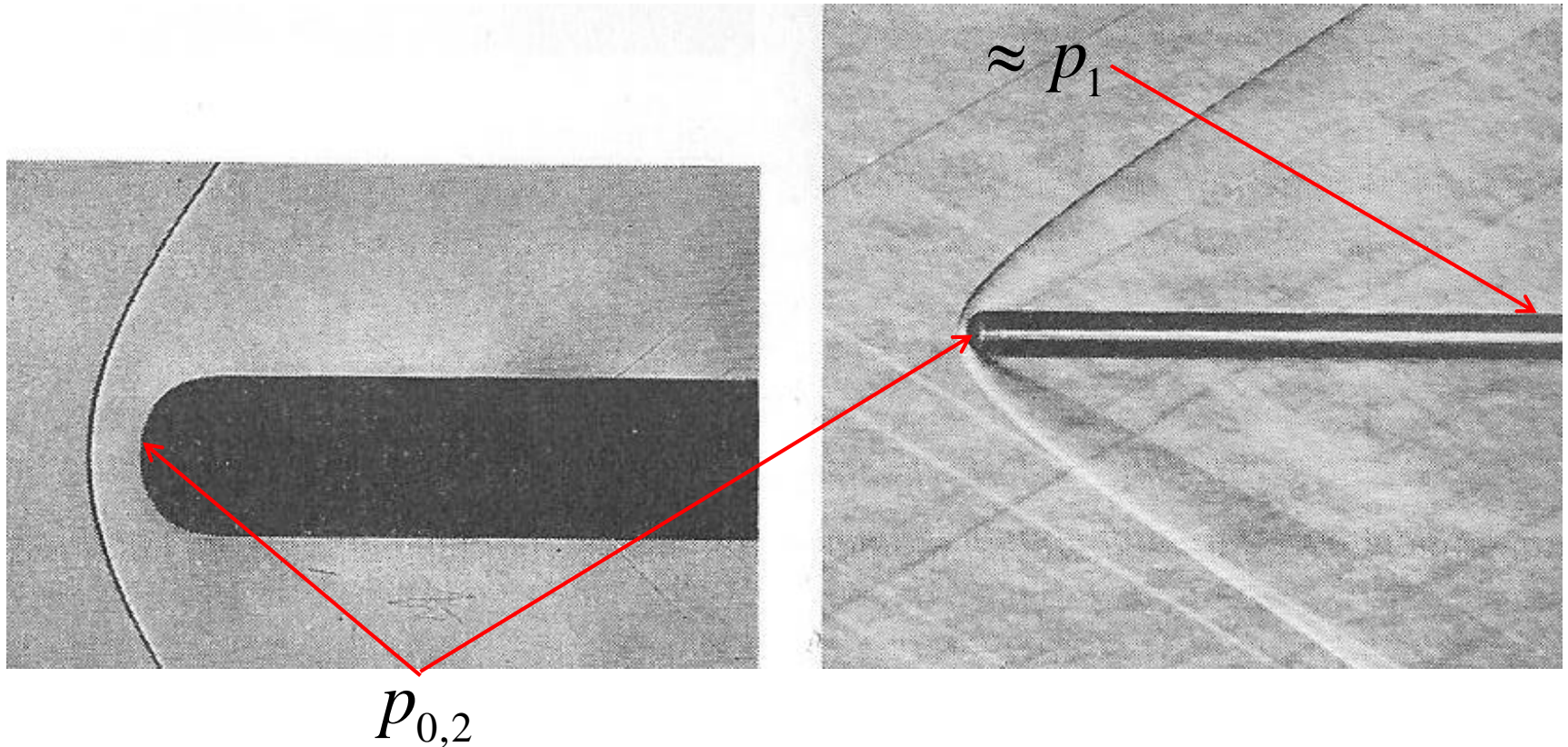
Méthode 2:

A une distance de ± 10 diamètres en aval, la pression statique est pratiquement égale à p_1



Méthode 2:

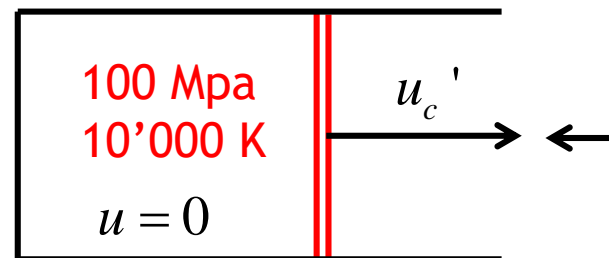
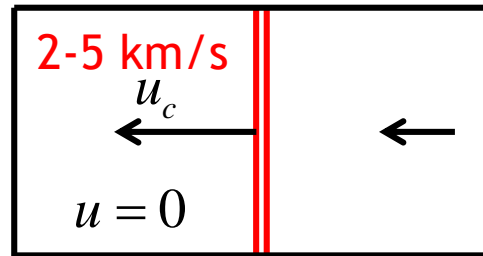
A une distance de ± 10 diamètres en aval, la pression statique est pratiquement égale à p_1



Essais à haute enthalpie

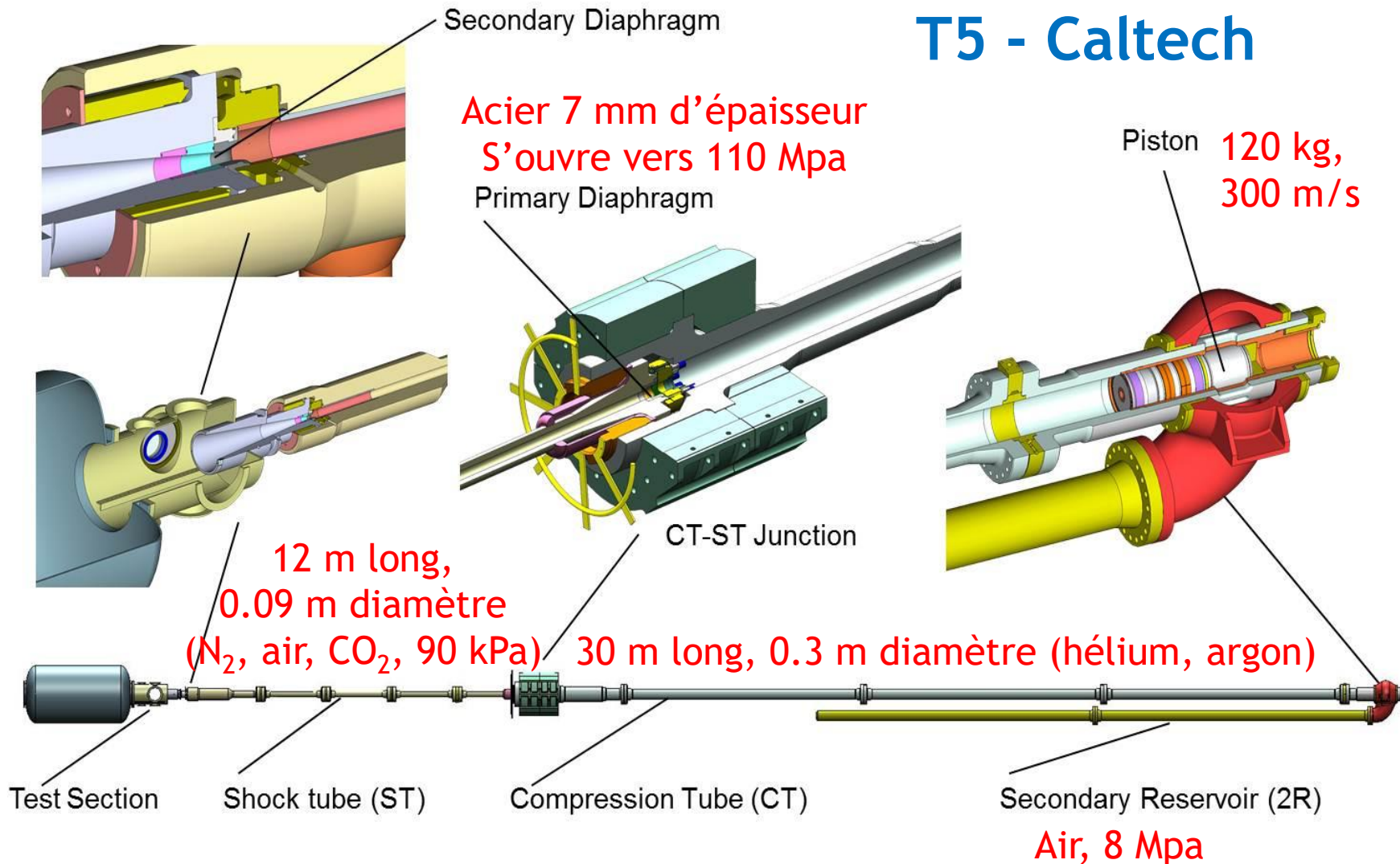


Tube à choc

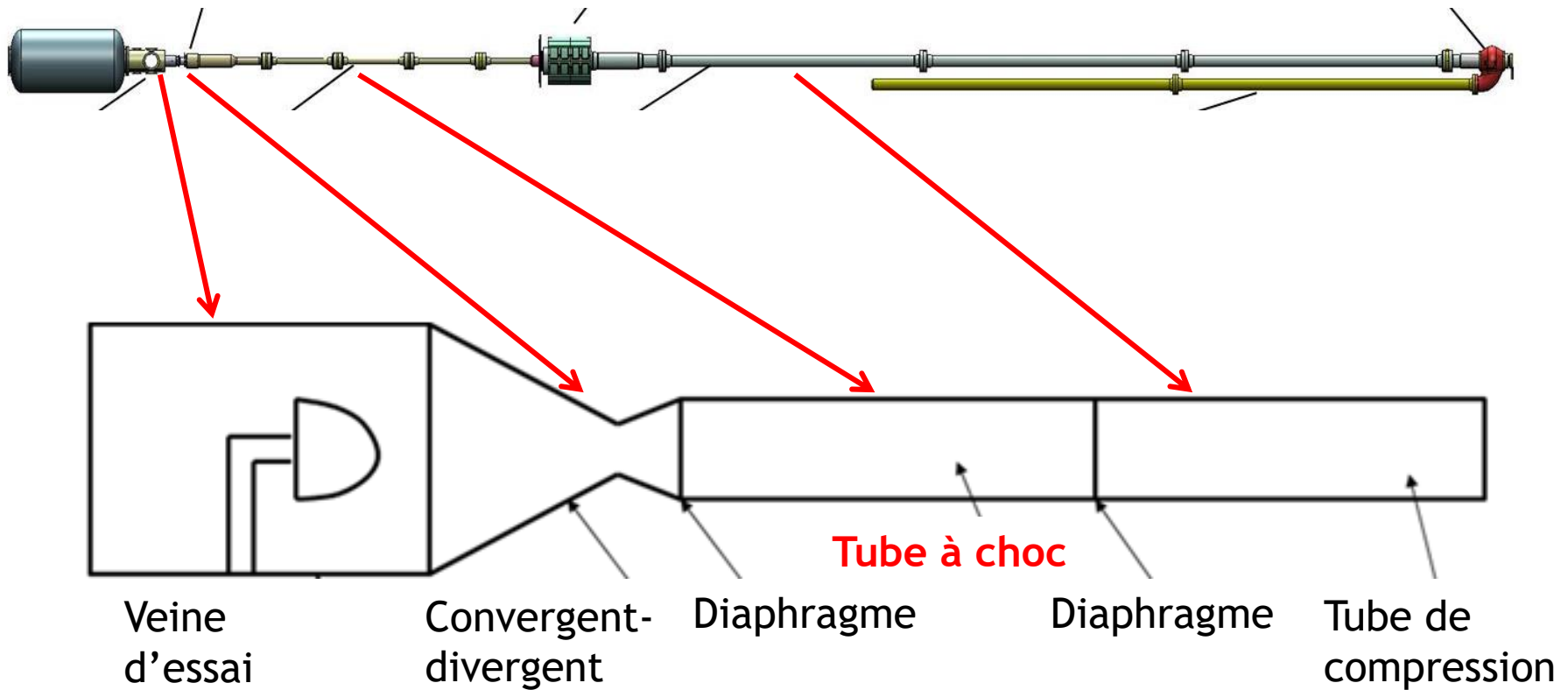


Soufflerie à haute enthalpie

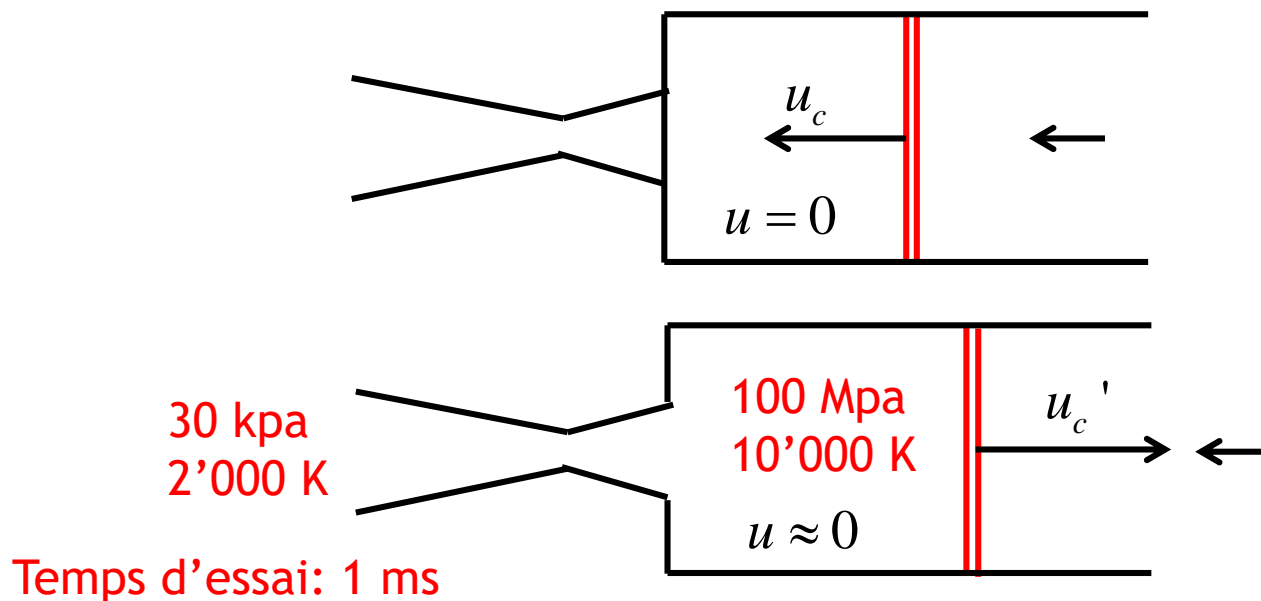
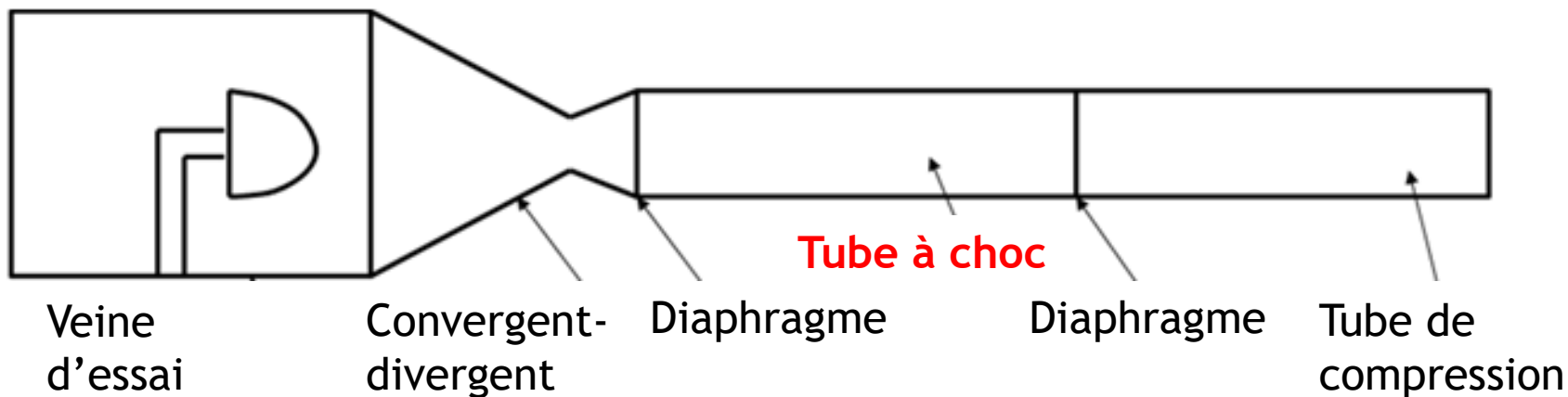
T5 - Caltech



Soufflerie à haute enthalpie



Tube à choc

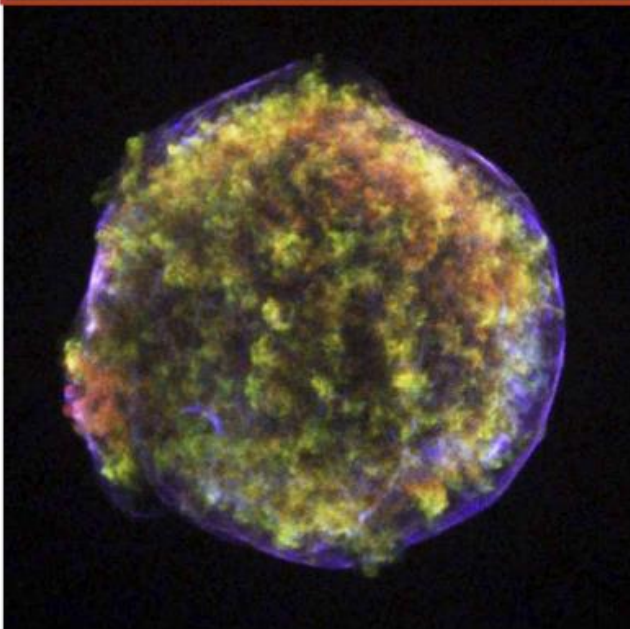




Origine des rayons cosmiques

- Les rayons cosmiques (protons) sont accélérés (accélération de Fermi) au niveau des **ondes de choc des supernova**.

Tycho's Supernova Remnant



Detection of the Characteristic Pion-Decay Signature in Supernova Remnants

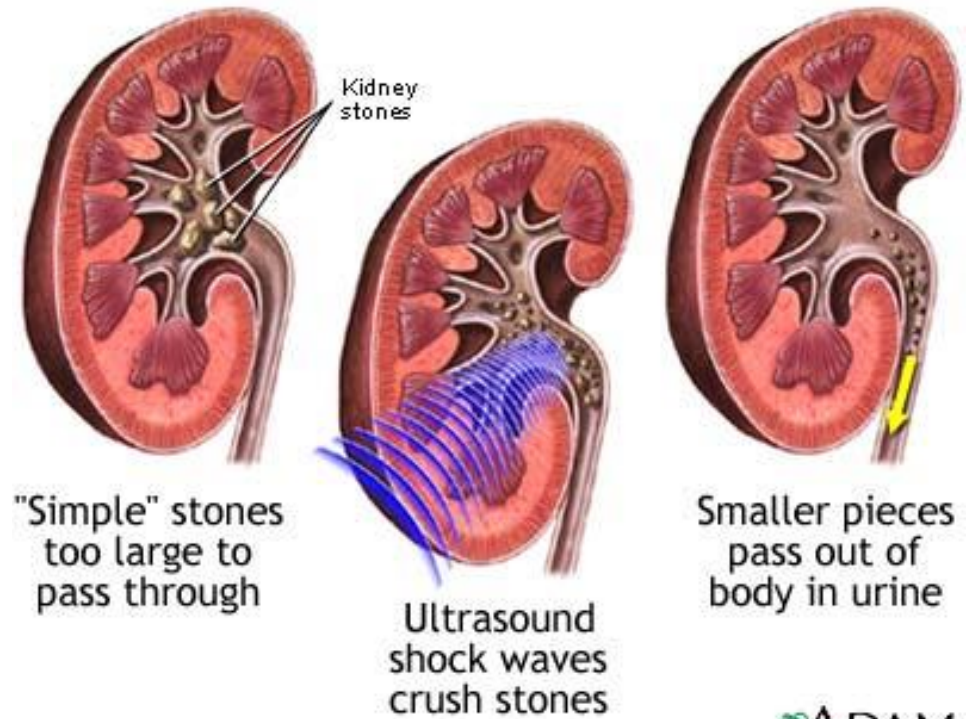
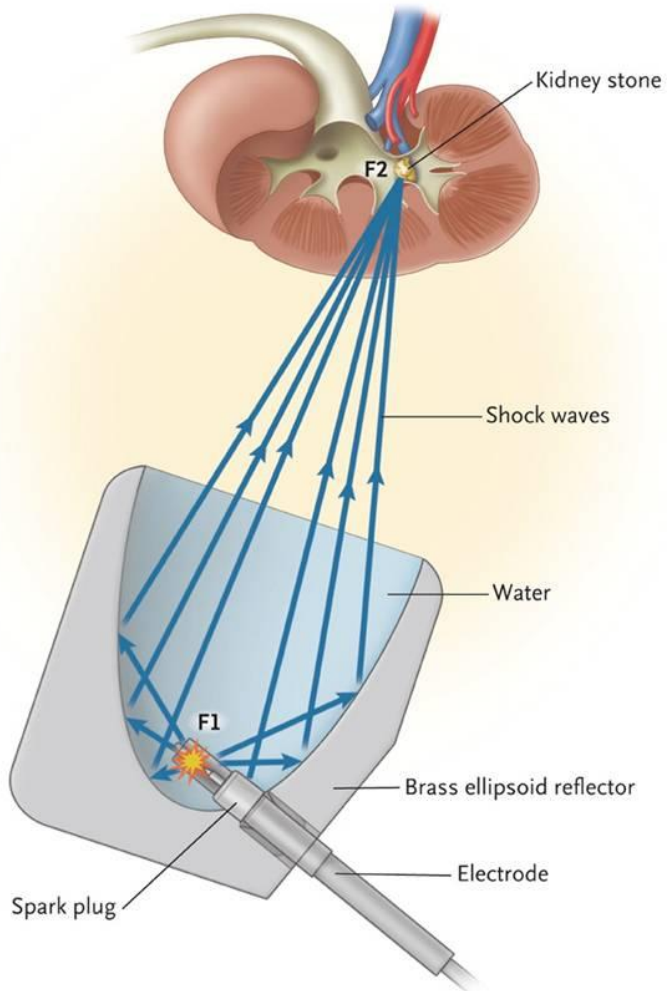
M. Ackermann,¹ M. Ajello,² A. Allafort,³ L. Baldini,⁴ J. Ballet,⁵ G. Barbiellini,^{6,7} M. G. Baring,⁸ D. Bastieri,^{9,10} K. Bechtol,³ R. Bellazzini,¹¹ R. D. Blandford,³ E. D. Bloom,³ E. Bonamente,^{12,13} A. W. Borgland,³ E. Bottacini,³ T. J. Brandt,¹⁴ J. Bregeon,¹¹ M. Brigida,^{15,16} P. Bruel,¹⁷ R. Buehler,³ G. Busetto,^{9,10} S. Buson,^{9,10} G. A. Calandro,¹⁸ R. A. Cameron,³ P. A. Caraveo,¹⁹ J. M. Casandjian,⁵ C. Cecchi,^{12,13} Ö. Çelik,^{14,20,21} E. Charles,³ S. Chabry,⁵ R. C. G. Chaves,⁵ A. Chekhtman,²² C. C. Cheung,²³ J. Chiang,³ G. Chiaro,²⁴ A. N. Cillis,^{14,25} S. Ciprini,^{13,26} R. Claus,³ J. Cohen-Tanugi,²⁷ L. R. Cominsky,²⁸ J. Conrad,^{29,30,31} S. Corbel,^{5,32} S. Cutini,³³ F. D'Ammando,^{12,34,35} A. de Angelis,³⁶ F. de Palma,^{15,16} C. D. Dermer,³⁷ E. do Couto e Silva,³ P. S. Drell,³ A. Drlica-Wagner,³ L. Falletti,²⁷ C. Favuzzi,^{15,16} E. C. Ferrara,¹⁴ A. Franckowiak,³ Y. Fukazawa,³⁸ S. Funk,³⁹ P. Fusco,^{15,16} F. Gargano,¹⁶ S. Germani,^{12,13} N. Giglietto,^{15,16} P. Giommi,³³ F. Giordano,^{15,16} M. Giroletti,³⁹ T. Glanzman,³ G. Godfrey,³ I. A. Grenier,⁵ M.-H. Grondin,^{40,41} J. E. Grove,³⁷ S. Guiriec,¹⁴ D. Hadasch,¹⁸ Y. Hanabata,³⁹ A. K. Harding,¹⁴ M. Hayashida,^{3,42} K. Hayashi,³⁸ E. Hays,¹⁴ J. W. Hewitt,¹⁴ A. B. Hill,^{3,43} R. E. Hughes,⁴⁴ M. S. Jackson,^{30,45} T. Jogler,³ G. Jóhannesson,⁴⁶ A. S. Johnson,³ T. Kamae,³ J. Kataoka,⁴⁷ J. Katsuta,³ J. Knödseder,^{48,49} M. Kuss,¹¹ J. Lande,³ S. Larsson,^{29,30,50} L. Latronico,⁵¹ M. Lemoine-Goumard,^{52,53} F. Longo,^{6,7} F. Loparco,^{15,16} M. N. Lovellette,³⁷ P. Lubrano,^{12,13} G. M. Madejski,³ F. Massaro,³ M. Mayer,¹ M. N. Mazziotta,¹⁶ J. E. McEnery,^{14,54} J. Mebault,²⁷ P. F. Michelson,³ R. P. Mignani,⁵⁵ W. Mitthumsiri,³ T. Mizuno,¹⁶ A. A. Moiseev,^{20,54} M. E. Monzani,³ A. Morseelli,⁵⁷ I. V. Moskalenko,³ S. Murgia,³ T. Nakamori,⁴ R. Nemmen,¹⁴ E. Nuss,²⁷ M. Ohno,⁵⁸ T. Ohsugi,⁵⁶ N. Omodei,³ M. Orienti,²⁹ E. Orlando,³ J. F. Ormes,⁵⁹ D. Paneque,^{3,60} J. S. Perkins,^{16,21,20,61} M. Pesce-Rollins,¹¹ F. Piron,²⁷ G. Pivato,¹⁰ S. Rainò,^{15,16} R. Rando,^{9,10} M. Razzano,^{11,62} S. Razzaque,²² A. Reimer,^{3,63} O. Reimer,^{3,63} S. Ritz,⁶² C. Romoli,¹⁰ M. Sánchez-Conde,³ A. Schulz,¹ C. Sgrò,¹¹ P. E. Simeon,³ E. J. Siskind,⁶⁴ D. A. Smith,⁵² G. Spandre,¹¹ P. Spinelli,^{15,16} F. W. Stecker,^{14,65} A. W. Strong,⁶⁶ D. J. Suson,⁶⁷ H. Tajima,^{3,68} H. Takahashi,³⁸ T. Takahashi,⁵⁸ T. Tanaka,^{3,69} J. G. Thayer,³ J. B. Thayer,³ D. J. Thompson,¹⁴ S. E. Thorsett,⁷⁰ L. Tibaldo,¹⁰ O. Tibolla,⁷¹ M. Tinivella,¹⁵ E. Troja,^{14,72} Y. Uchiyama,³⁴ T. L. Usher,³ J. Vandenbroucke,³ V. Vasileiou,²⁷ G. Vianello,^{3,73} V. Vitale,^{57,74} A. P. Waite,³ M. Werner,⁶³ B. L. Winer,⁴⁴ K. S. Wood,³⁷ M. Wood,³ R. Yamazaki,⁷⁵ Z. Yang,^{29,30} S. Zimmer,^{29,30}

www.sciencemag.org SCIENCE VOL 339 15 FEBRUARY 2013



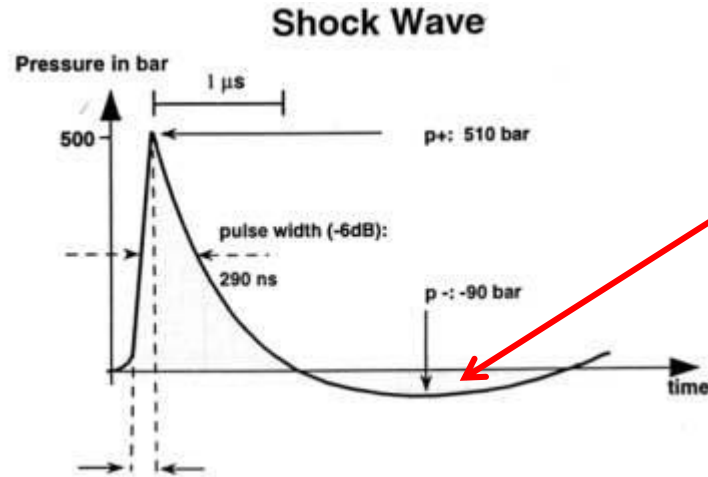
NASA ASTROPHYSICS

Lithotripsie par Ondes de Choc

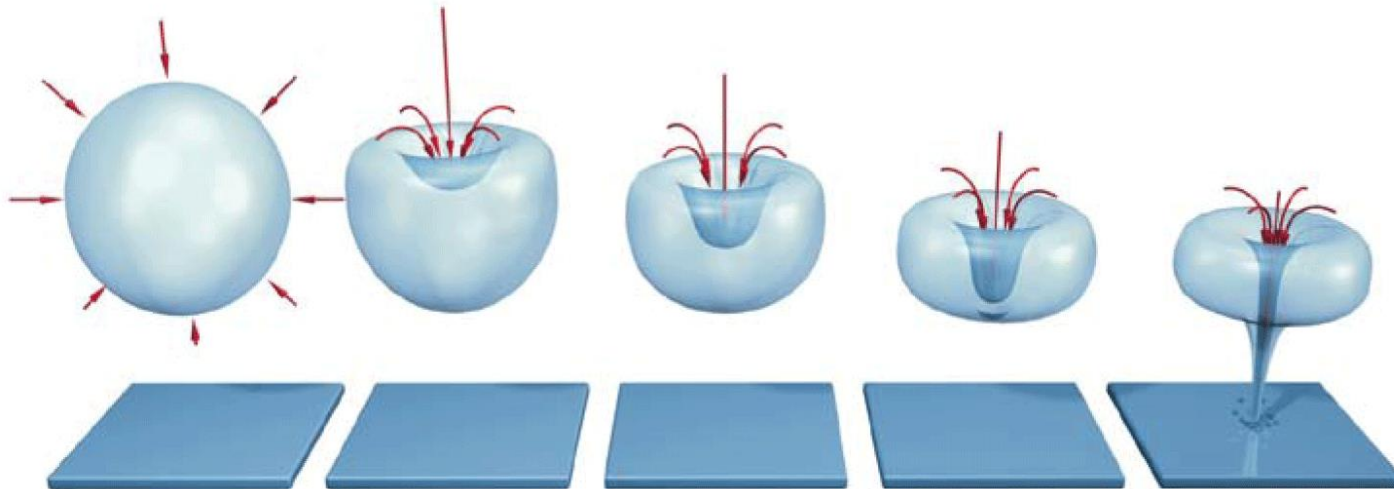


ADAM.

Cavitation par lithotripsie



Cavitation!



11 PFLOP/s Simulations of Cloud Cavitation Collapse

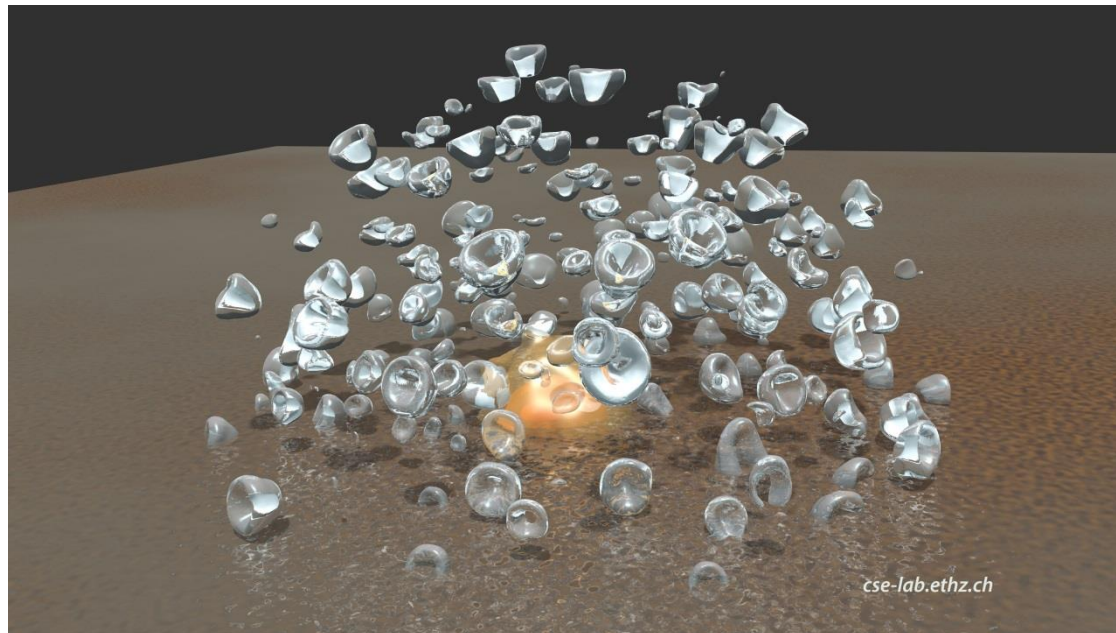
Diego Rossinelli¹, Babak Hejazialhosseini¹, Panagiotis Hadjidoukas¹,
Costas Bekas², Alessandro Curioni², Adam Bertsch³, Scott Futral³,
Steffen J. Schmidt⁴, Nikolaus A. Adams⁴ and Petros Koumoutsakos¹

¹Professorship for Computational Science, ETH Zürich, Switzerland

²IBM Research Division, Zürich Research Laboratory, Switzerland

³Lawrence Livermore National Laboratory, U.S.A.

⁴Institute of Aerodynamics and Fluid Mechanics, TU München, Germany



Record Shattering Supercomputing Performance In CFD Wins ACM Gordon Bell Prize

Scientists from Switzerland, Germany and the U.S have set a new supercomputing simulation record in fluid dynamics by reaching 14.4 Petaflops of sustained performance to win the 2013 ACM Gordon Bell Prize. The simulation, which represents a 150-fold improvement over current state-of-the-art performance levels for this type of application, has potential utility for improving the design of high pressure fuel injectors and propellers, shattering kidney stones, and therapeutic approaches for cancer treatment. The research was led by scientists at the CSE LAB in ETH Zurich in collaboration with IBM Research Zurich, the Technical University of Munich and the Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL). The results were presented by the team at [SC13](#) in Denver, where the winner of the ACM Gordon Bell Prize was announced on November 21, 2013.

The simulation conducted by the team resolved unique phenomena associated with clouds of collapsing bubbles. This condition occurs when vapor bubbles formed in a liquid collapse due to changes in pressure. The successful effort employed 13 trillion cells and 6.4 million threads on LLNL's "Sequoia" IBM BlueGene/Q, one of the fastest supercomputers in the world. The simulation resolved 15,000 bubbles and a 20-fold reduction in time to solution over previous research. The paper describing this achievement was one of six papers chosen as finalists for the 2013 Gordon Bell Prize.

IBM Sequoia Blue Gene
(Lawrence Livermore Lab)

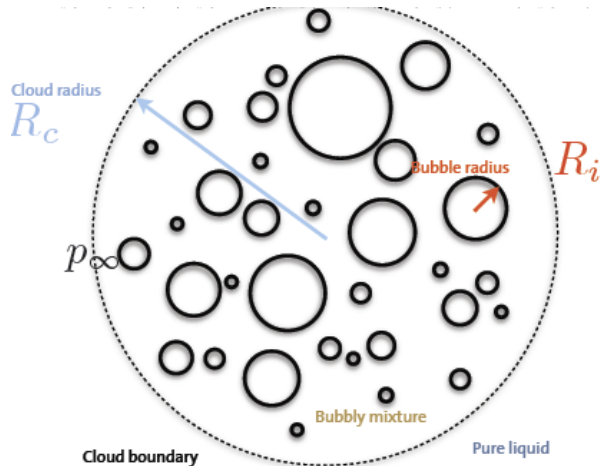
1.5 millions coeurs

20 PetaFlop/s

8 MégaWatts



Cloud Cavitation Collapse



Cloud interaction parameter

$$\beta = \alpha_0 \left(\frac{R_{eq}}{R_{avg}} \right)^2$$

Brennen et al.

$$\alpha_0 = \frac{\sum_i^N R_i^3}{R_c^3} \quad \text{Initial volume fraction}$$

$$R_{eq} = \sqrt[3]{\sum_i^N R_i^3} \quad \text{Equivalent radius}$$

$$R_{avg} = \frac{\sum_i^N R_i}{N} \quad \text{Average radius}$$

Simulation **RESOLUTION**

$$\Delta x \approx 2 \mu m$$

$$\Delta t \approx 1 ns$$

INPUTS

$$50 \mu m < R_i < 200 \mu m$$

$$R_c \approx 1.5 mm$$

$$\text{domain size} \approx 16 mm$$

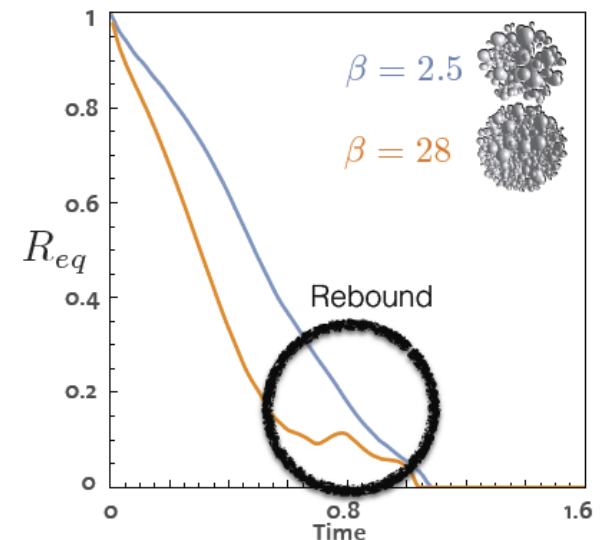
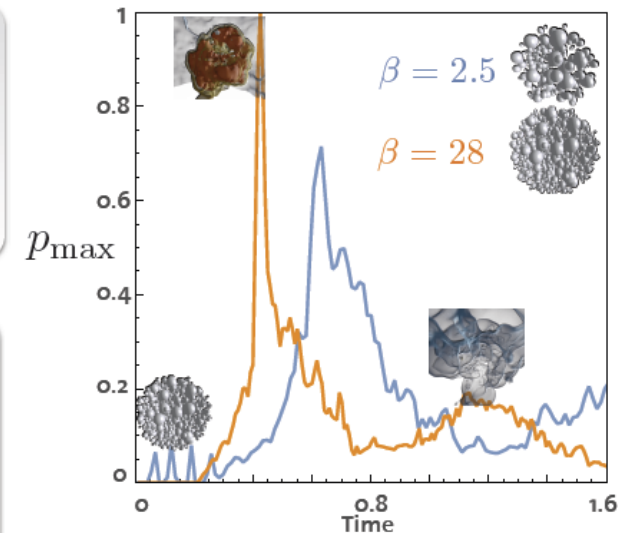
$$p_{\infty} = 10 MPa$$

RESULTS

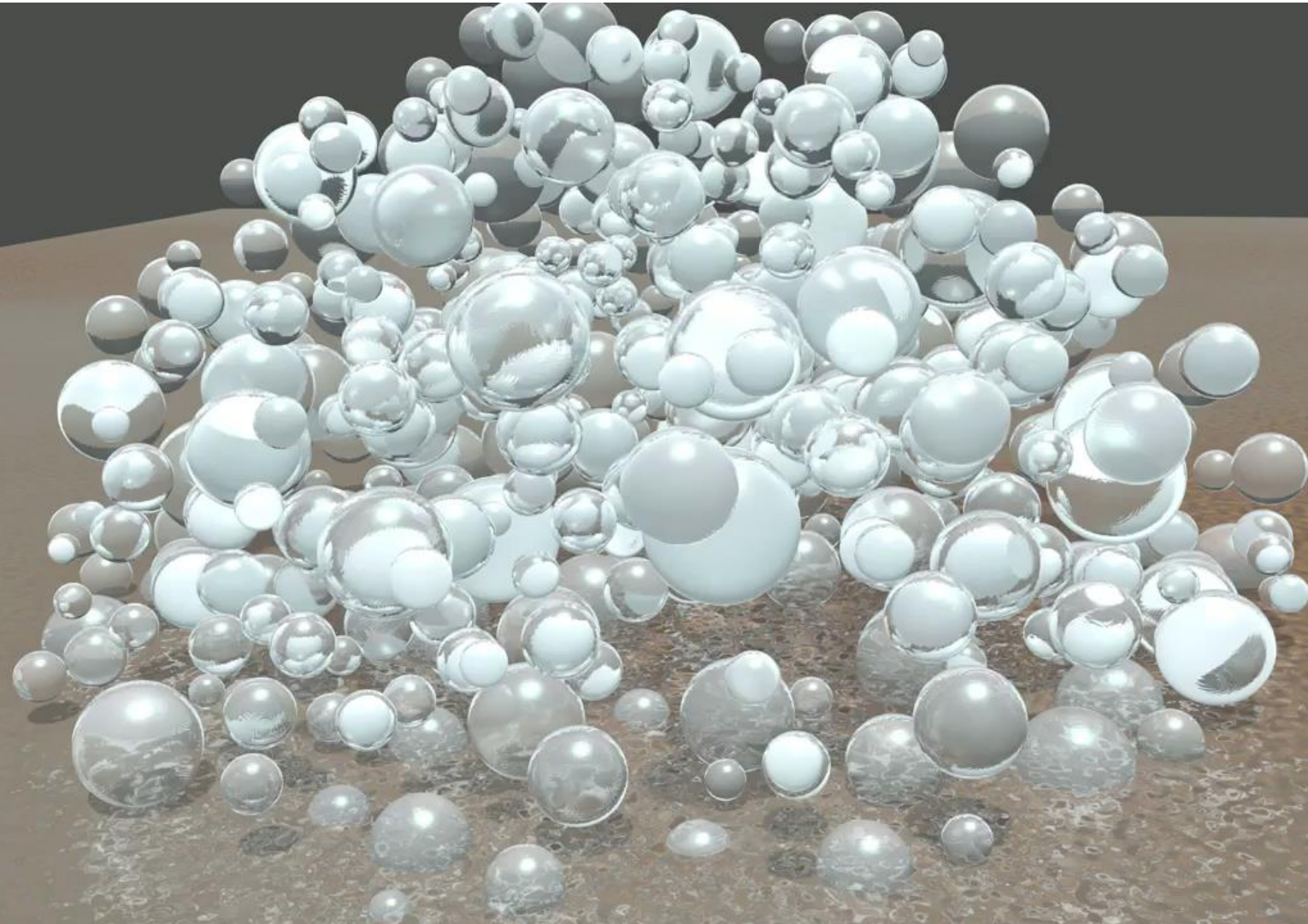
$$\text{Peak Pressure} \approx 150 MPa$$

$$\text{Peak Duration} \approx 0.1 \mu s$$

$$\text{Collapse Time} \approx 6 \mu s$$



Cloud Cavitation Collapse



Cloud Cavitation Collapse

