

# Teoría de Conjuntos.

## Aplicaciones

Departamento de Matemáticas

# Conceptualización inicial.

Considerando los temas tratados en las lecturas previas, responda las siguientes interrogantes:

- 1 ¿Como se determina la cardinalidad de un conjunto?
- 2 ¿Si  $A \subset B$  entonces la cardinalidad de  $A$  es menor que la cardinalidad de  $B$ ?
- 3 Si la cardinalidad de  $A$  y  $B$  son iguales ¿cuál es la cardinalidad de  $A - B$ ?
- 4 Si  $\#A = 4$  y  $\#B = 3$  entonces ¿ $\#(A \cup B) = ?$
- 5 Si  $\#A = 6$ ,  $\#B = 3$  y  $\#(A \cap B) = 1$  entonces ¿ $\#(A \cup B) = ?$

**Definición.** Considere  $A$  un conjunto:

- $A$  se denomina finito, si el proceso de contar los elementos de  $A$  tiene término.
- $A$  se denomina infinito, si  $A$  no es finito.

**Definición.** Considere  $A$  un conjunto finito, se define la cardinalidad de  $A$  por la cantidad de elementos de  $A$ . Notación.

$$\#(A) := \text{cardinalidad de } A$$

**Ejemplo.** Considere  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 1 \leq 80\}$ . Observe que:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Por lo tanto  $\#A = 9$

# Propiedades de cardinalidad

Considere  $A, B, C$  conjuntos finitos, entonces son válidas las siguientes propiedades.

- $\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$ .
- $\#(A \cup B \cup C) = \#A + \#B + \#C - \#(A \cap B) - \#(A \cap C) - \#(B \cap C) + \#(A \cap B \cap C)$ .

**Observación.** El concepto de cardinalidad permite resolver problemas de encuestas, como el que se ilustra a continuación.

**Ejemplo.** Una agencia de viajes ha consultado con 180 de sus clientes sobre sus destinos favoritos en Europa. Los resultados son los siguientes: 57 prefieren España, 77 prefieren Alemania, 45 prefieren España y Alemania, 10 prefieren España, pero no Alemania ni Polonia, 28 prefieren España y Alemania, pero no Polonia, 90 prefieren otros países y 19 prefieren Alemania y Polonia. Determine, si es posible, el número de clientes que:

- (a) prefieren como destino turístico Polonia
- (b) prefieren solo a Alemania
- (c) prefieren a lo menos viajar a dos países
- (d) viajan a los tres países

**Solución.** Para resolver el problema planteado considere los siguientes conjuntos

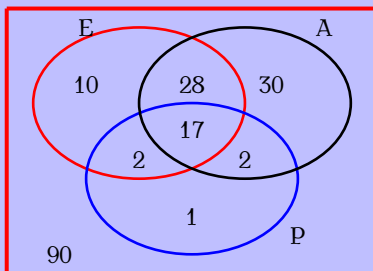
- $U$  = Clientes Agencia de viajes
- $E$  = Clientes que prefieren España
- $A$  = Clientes que prefieren Alemania.
- $P$  = Clientes que prefieren Polonia

Observe que del enunciado se tiene que:

- $\#(U) = 180$ .
- $\#(E) = 57$ .
- $\#(A) = 77$ .
- $\#(E \cap A) = 45$ .
- $\#(E - (A \cup P)) = 10$ .
- $\#(E \cap A \cap P^c) = 28$ .
- $\#(E^c \cap A^c \cap P^c) = 90$ .
- $\#(A \cap P) = 19$ .

# Propiedades de cardinalidad

Con la información anterior es posible construir el diagrama de Venn-Euler:



Por lo tanto

- a 22 clientes que prefieren como destino turístico Polonia
- b 30 clientes prefieren solo a Alemania
- c 49 clientes viajan al menos a dos países
- d 17 clientes que viajan a los tres países

## Taller. Trabajo grupal.(3 integrantes)

- ① Analice el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:
  - Si sabe que  $n(B - A) = 8$ ,  $n(A \cap B) = 2$ ,  $n(A^c \cap B^c) = 6$ , y  $n(A \cap B^c) = 9$ . Entonces  $n(A) = 9$ ,  $n(A \cup B) = 19$  y  $n(U) = 23$ .
  - Si se tiene que  $n(A) = 33$ ,  $n(A^c \cap B^c) = 6$ ,  $n(A^c) = 16$ , y  $n((A^c \cup B)^c) = 18$ , entonces  $n(B - A) = 10$  y  $n(A \triangle B) = 43$ .
- ② Si A es el conjunto de los estudiantes que aprobaron «Álgebra» y B es el conjunto de los estudiantes que aprobaron «Cálculo». Expresé las siguientes expresiones verbales como operaciones de los conjuntos A y B.
  - a El estudiante aprobó sólo una de las asignaturas.
  - b El estudiante aprobó al menos una de las asignaturas.
  - c El estudiante aprobó sólo Álgebra.
- ③ En un universo de 45 elementos se tienen 3 conjuntos A, B y C tales que:
  - $A \cap C = \emptyset$
  - $\#(A \cap B) = 4$
  - $\#(A \cup B \cup C)' = 16$
  - $B \cap C = \emptyset$
  - $\#(C - B) = 10$
  - $\#(B - C) = 12$

Calcule:

a  $\#A$

b  $\#(B - A)$

c  $\#[(B - A) - C]$

## Taller. Trabajo grupal.(3 integrantes)

- ④ De una encuesta hecha a 135 personas para establecer preferencias de lectura de las revistas A, B y C; se obtienen los siguientes resultados: Todos leen alguna de las 3 revistas; todos, menos 40, leen A; 15 leen A y B pero no C, 6 leen B y C pero no A; 10 leen sólo C. El número de los que leen A y C es el doble del número de los que leen las 3 revistas. El número de los que leen sólo B es el mismo que el total de los que leen A y C. Según todo esto, determine el número de los que leen solamente A.
- ⑤ Se realiza una encuesta a 1770 personas respecto a los programas de televisión que ven, se obtuvo la siguiente información: 1200 ven noticieros, 800 ven teleseries y 1240 ven programas deportivos, 390 ven noticieros y teleseries, 380 ven teleseries y programas deportivos, 800 ven noticieros y programas deportivos. Y todos ven al menos uno de estos tres programas. Determinar cuantos de los entrevistados ven los tres tipos de programas.
- ⑥ 500 postulantes a universidades adquirieron libros de la colección Unab. De estos, 329 llegaron a dominar Álgebra, 189 Física, 295 Geometría, 83 Álgebra y Física, 217 Álgebra y Geometría y 63 Física y Geometría. Hallar el número de alumnos que llegaron a dominar los tres cursos y solo uno de estos cursos.



# Conclusiones.