大学物理•电磁学

主讲教师：吴 喆

第 10章　静电学

电磁学 引言

(1) 电磁学的研究对象

电磁学是研究物质间电磁相互作用及其运动规律的科学

(2) 电磁学的研究方法

I 实物粒子的研究方法

- 跟踪粒子，描述粒子运动状态
- 分析实物粒子受力状况，分析实物粒子运动状态发生改变的原因

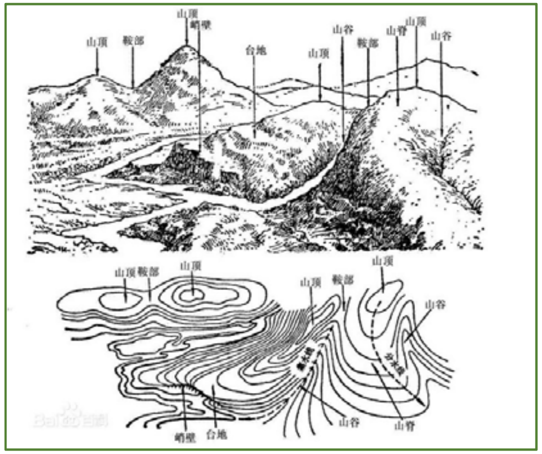


图1 等高线

II 场的研究方法

- 标量场：描述其“梯度”
- 矢量场：描述其“散度”与“旋度”

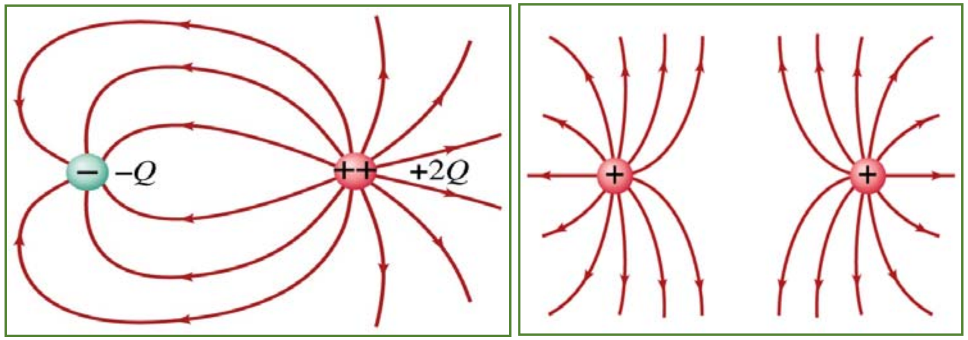
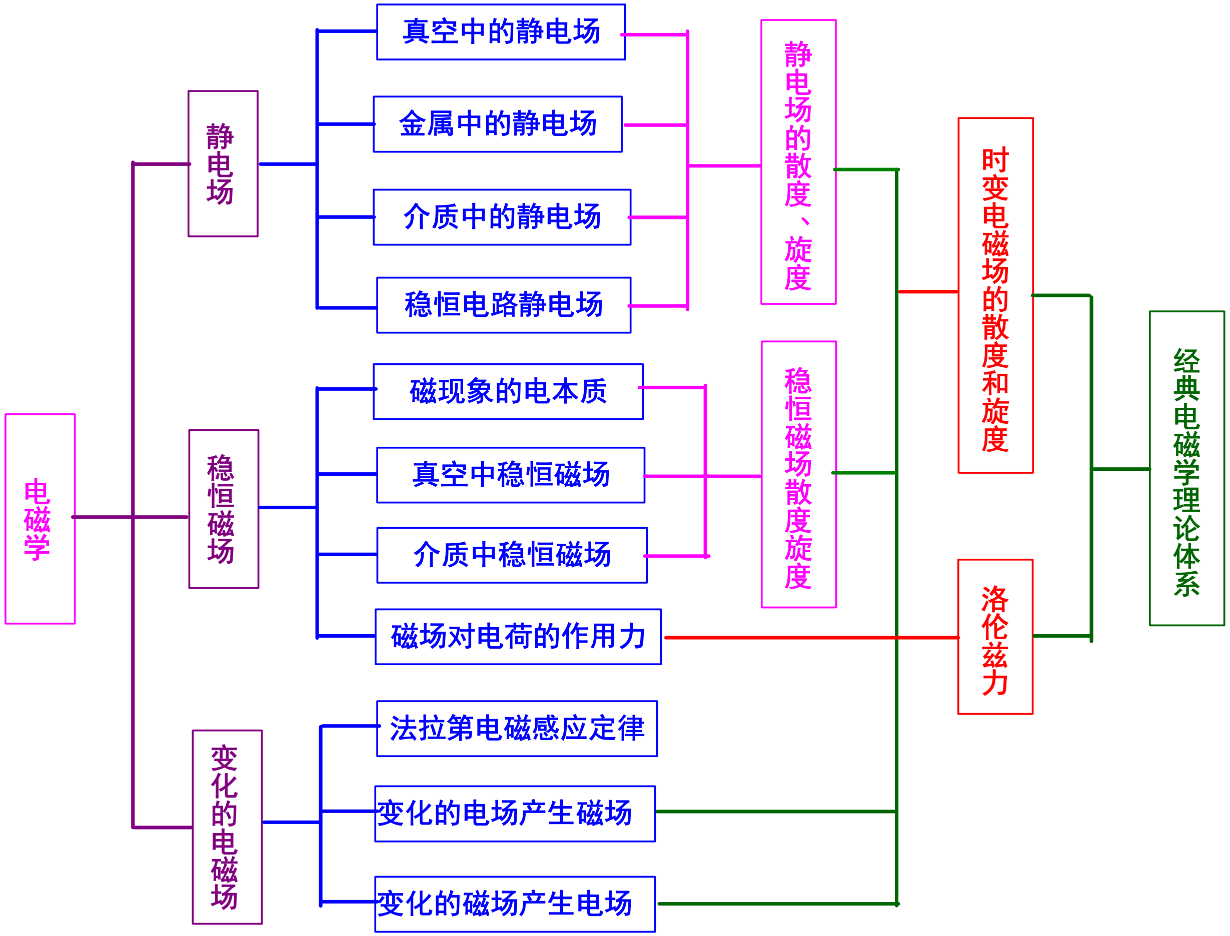


图2 电力线

(3) 电磁学内容结构



(4) 静电学 · 章内容结构

10.1 电场的定量描述；库仑定律

10.2 真空中的静电场；高斯定理

10.3 真空中的静电场；环路定理

10.4 静电场中的金属导体

10.5 介质中的静电场

10.6 电容与电容器

10.7 静电场的能量

10.1 电场 电场的描述

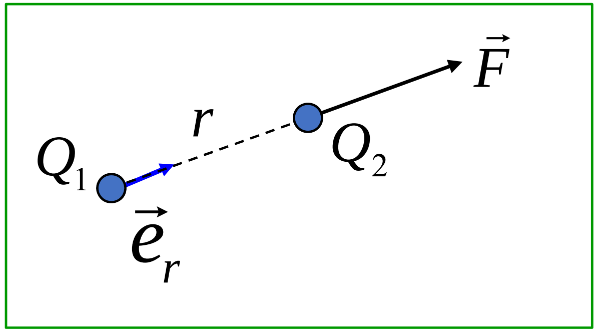
10.1.1 电荷

- **电荷的种类**：+，−
- **电荷的量子性**：$e = 1.6 \times 10^{-19} C$
- **电荷守恒定律**
- **电荷相对论不变性**

图3 几种电现象

10.1.2 库仑定律

$$\boxed{\vec{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{e}_r = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r}$$



$k = 9.0 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$ $\qquad \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$ （真空介电常数）

10.1.4 电场强度

(1) 两个点电荷间的相互作用是如何实现的?

电荷 $\rightleftarrows$ 电场 $\rightleftarrows$ 电荷

- 场是一种物质，具有能量、动量和质量; 场和实物是物质存在的两种基本形式。
- 当电荷静止并且电量不随时间变化时所产生的场称为**静电场**;产生电场的电荷称为**源电荷**

(2) 描述电场的参量——电场强度矢量

I 电场强度的定义

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}}$$

(试验电荷q_0-----电量、几何尺度很小)

II 点电荷的场强

$$\vec{E}=k\frac{Q}{r^2}\vec{e}_r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

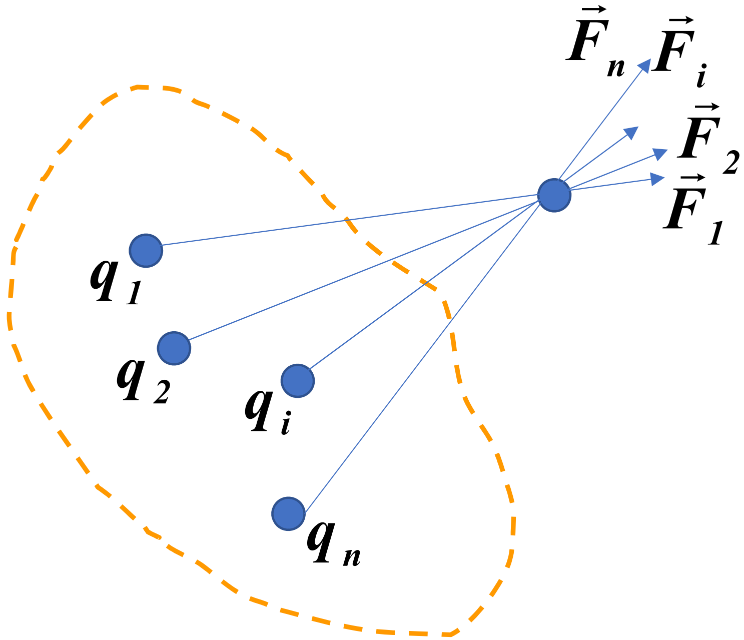
10.1.3 电力叠加原理

点电荷系对某点电荷的作用等于系内各点电荷单独存在时对该电荷作用的**矢量和**。

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$= \sum_i \vec{F}_i$$

$$= \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$



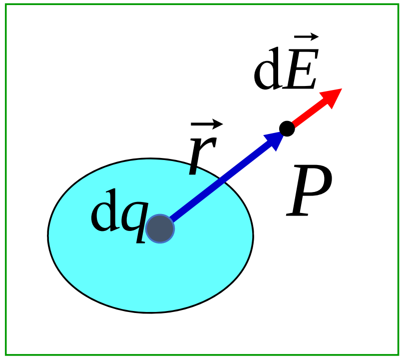
推广 如何计算**电荷连续分布的带电体**对一点电荷的作用力?

10.1.5 电场的计算

点电荷场强公式+场强叠加原理

(1) 点电荷系的电场

$$\vec{E}=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i=\sum_{i}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\vec{e}_r$$



连续带电体的电场计算示意图

(2) 连续带电体的电场

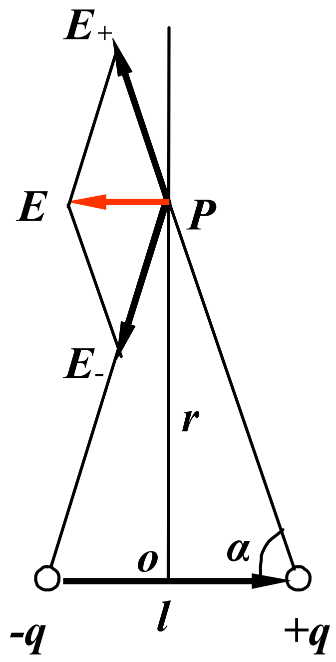
$$dq=\begin{cases}\lambda dl & \text{(线性带电体)}\\ \sigma dS & \text{(面状带电体)}\\ \rho dV & \text{(体状带电体)}\end{cases}$$

$$d\vec{E}=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

$$\vec{E}=\int d\vec{E}=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}\quad\text{(矢量积分)}$$

学习重点：求电荷连续分布的带电体的电场

例10-1：求电偶极子中垂线上任一点的电场强度。



解： 设P点是中垂线上任一点，$+q$和$-q$在P点所产生的场强E_+和E_-的大小分别为，

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2+l^2/4}, \qquad E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2+l^2/4},$$

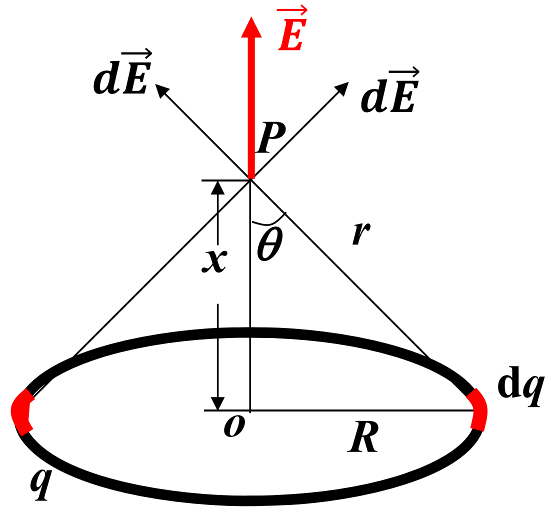
方向如图所示。P点的总场强E_P的大小为，$E_P = E_+\cos\alpha + E_-\cos\alpha$

$$\because \cos\alpha = \frac{l}{2\sqrt{r^2+l^2/4}} \qquad \boxed{E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{ql}{(r^2+l^2/4)^{3/2}}}$$

由于$r \gg l$，得：$E_P = \dfrac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

写成矢量式：$\boxed{\vec{E}_P = -\dfrac{q\vec{l}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = -\dfrac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$ （$\vec{p} = q\vec{l}$ 称为电偶极矩或电矩）

例10-2 一圆环半径为R、均匀带电q，求轴线上一点的场强。



解： 由对称性可知，轴线上的电场方向是沿轴线向上的。

$$E = \int_0^q \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

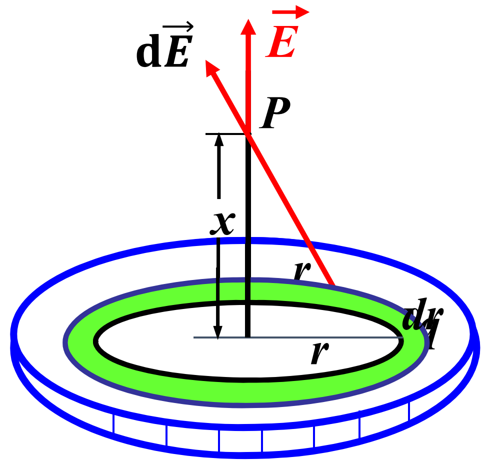
$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}}$$

讨论

(1) 若 $x=0$，则$E=0$，即在环心上的场强为零。

(2) 若 $x \gg R$，则有 $E \approx \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$

例10-3 一均匀带电的薄圆盘，半径为R、面电荷密度为σ，求圆盘轴线上一点的场强。



解： (1) 方法一

把带电圆盘看成由许多电荷元组成 $\mathrm{d}q = \sigma \mathrm{d}S$

则圆盘轴线上一点的场强

$$\vec{E} = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} = \int_S \frac{\sigma \mathrm{d}S}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

此积分是二重积分，运算较烦(可参看书上例题10.3.4)。

(2)方法二：如果将带电圆盘面看作是一系列半径不同的带电细圆环组成，可将二重积分简化为单重积分。 任取其中一半径为 r、宽为$\mathrm{d}r$的园环，如图所示。

$$E = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x \cdot \sigma 2\pi r \mathrm{d}r}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}\right]$$

场强方向如图

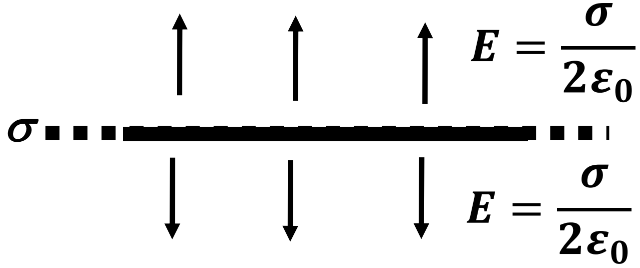
例10-3 一均匀带电的薄圆盘，半径为R、面电荷密度为σ，求圆盘轴线上一点的场强。

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]}$$

讨论

(1) 当$R\to\infty$ ($x \ll R$)时, 带电圆盘可视为**无限大平面**，这时有

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$



(匀强电场)

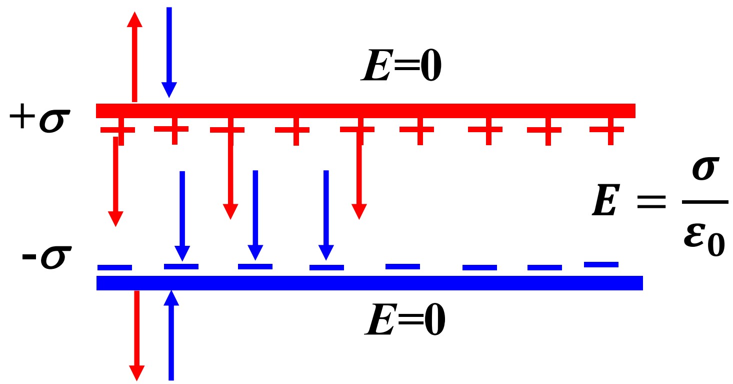
(2) 两个带有**等量异号电荷的平板**平行放置，且二者之间的距离远小于板面度，则

- **在两板内侧：**

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- **在两板外侧：**

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=0$$




物理学院
谢谢大家！