

物理学院



# 大学物理·电磁学

主讲教师：吴 喆

# 第 12 章 变化的电磁场

## 12.1 电磁感应定律

## 12.2 动生电动势与感生电动势

## 12.3 自感与互感

## 12.4 磁场能量

## 12.5 位移电流

## 12.6 麦克斯韦方程组

## 12.7 电磁波



## 12.4 磁场能量

本节的研究内容

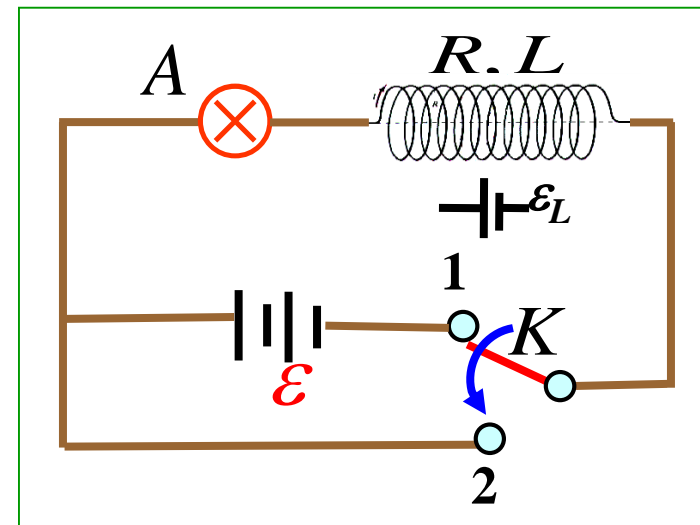
- 线圈储能
- 磁场能量

### 12.4.1 载流线圈的储能

如图所示电路，开关由1 → 2后灯泡A不会立即熄灭，那么灯泡发光发热的能量从哪里来的？

开关 $K \rightarrow 1$ ，回路方程为  $\varepsilon - L \frac{dI}{dt} = IR$  (1)

式中  $\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$  是自感电动势



将(1)式两边乘以电流再积分

$$\int_0^t \varepsilon I dt = \int_0^I LI dI + \int_0^t I^2 R dt \quad (2)$$

(2)式左边是电源发出的总功，右边第一项是电源反抗自感做的功，第二项是电阻上的焦耳热

电源克服自感电动势所做的功，就转化为**线圈的储能**：

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

线圈电流的建立过程也是线圈中磁场的建立的过程，实验证明，线圈中的储能储存在磁场中。

### 12.4.2 磁场能量

磁场能量的分布取决于磁场的分布，下面以长直螺线管为例求磁场能量密度

设螺线管单位长度有 $n$ 匝，体积为 $V$ ，其中充满磁导率为 $\mu$ 的均匀磁介质，其自感系数

$$L = \mu n^2 V$$

当螺线管通以电流 $I$ 时，其内部磁感应强度  $B = \mu n I = \mu H$

螺线管的储能 
$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} \cdot V = \frac{1}{2} \mu H^2 \cdot V$$

螺线管内磁场是均匀的，所以磁场能量的分布也是均匀的。单位体积内磁场的能量即**磁场能量密度**：

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} B H = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

可以证明，上式适用于一切磁场(铁磁质除外)。



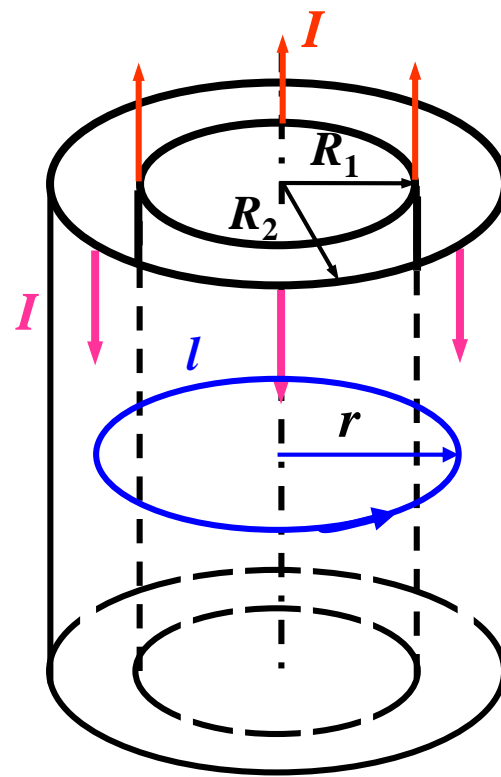
在非均匀磁场中，有限体积内的磁场能量

$$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV = \int_V \frac{1}{2} BH dV$$

**例1** 一根长直同轴电缆由两个同轴薄圆筒构成，其半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ ，流有大小相等、方向相反的轴向电流 $I$ ，两筒间为真空。试计算电缆单位长度的自感系数和所储存的磁能。

**解：** 根据安培环路定理  $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}}$

$$B = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r > R_2 \end{cases} \quad \text{方向由如图所示。}$$



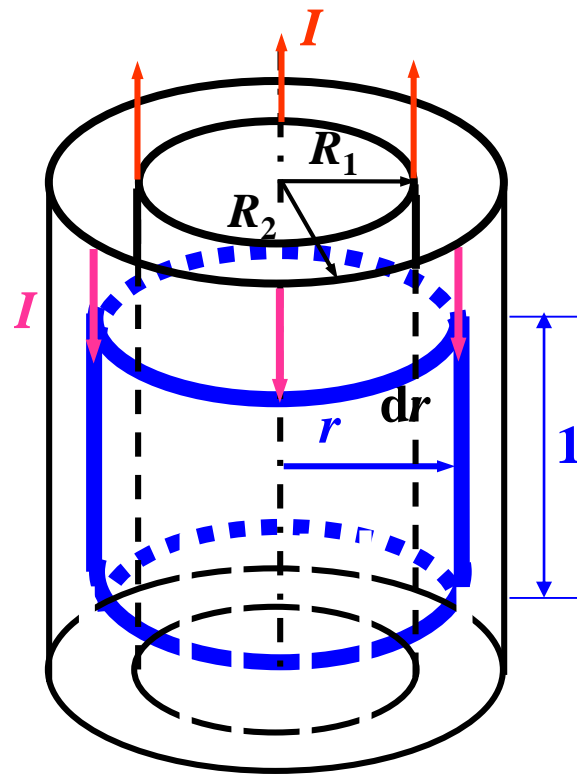
$R_1 < r < R_2$  : 磁场能量密度  $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$

电缆单位长度的磁能

$$W_m = \int_{R_1}^{R_2} w_m 2\pi r dr \cdot 1 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

由  $W_m = \frac{1}{2} LI^2$  得单位长度的自感系数  $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$

**练习：**先求电缆单位长度的自感系数再求储能。







物理学院

# 谢谢大家!

