大学物理•电磁学

主讲教师：吴 喆

第 10章　静电学

10.1 电场 电场的描述

10.2 静电场的高斯定理

10.3 静电场的环路定理； 电势

10.4 静电场中的导体

10.5 电介质

10.6 电容和电容器

10.7 静电场的能量

10.2 静电场的高斯定理

10.2.1 场的力线

场线（例：水流场和水流线，电场和电力线）

(1)曲线上每一点的切线方向表示该点场强的方向;

(2)空间点上场线的疏密程度，表示该点场的大小.

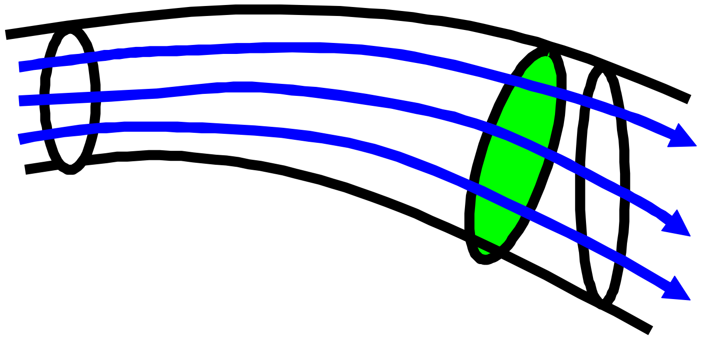


图1. 水流场和水流线

电场线

(1)曲线上每一点的切线方向表示该点电场的方向;

(2)通过垂直于电场方向单位面积上的电场线条数等于该点场强度的大小。

$$E=\frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}S_\perp}$$

（$d\Phi_E$—通过$dS_\perp$的电场线条数）

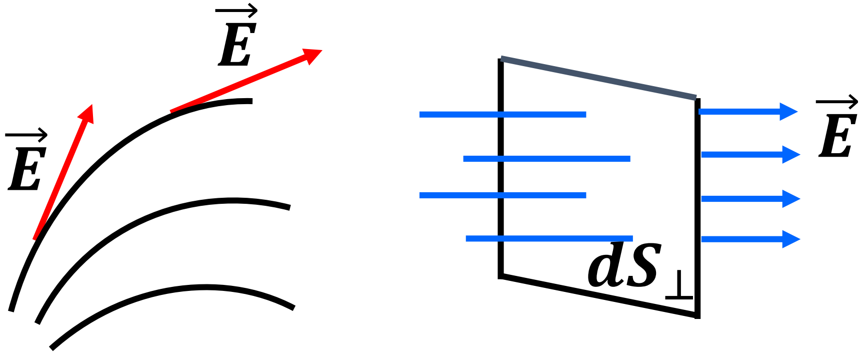


图2. 电场和电力线

10.2.1 场的力线

静电场电场线的特点：

(1)电场线起自正电荷, 止于负电荷, 或延伸到无穷远处。

(2)电场线不形成闭合曲线。

(3)在没有电荷处, 两条电场线不会相交, 也不会中断。

(a) (b)

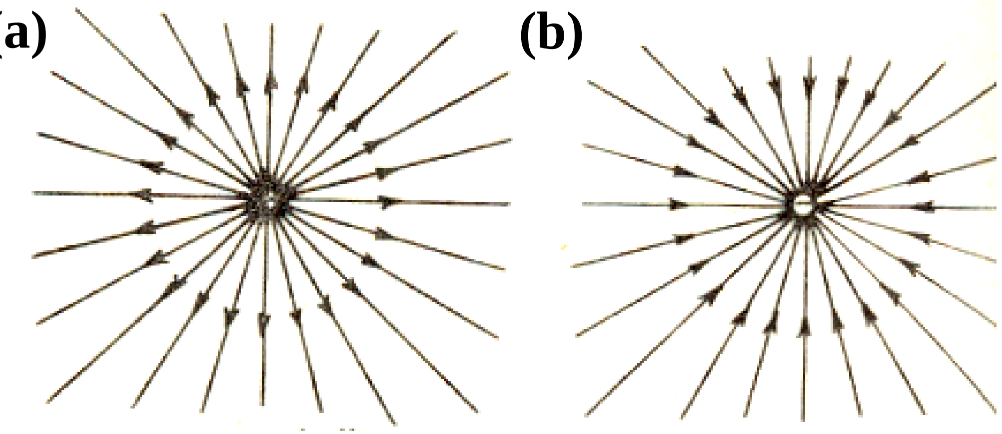


图3. 点电荷的电场线（a）正电荷（b）负电荷

(c) (d)

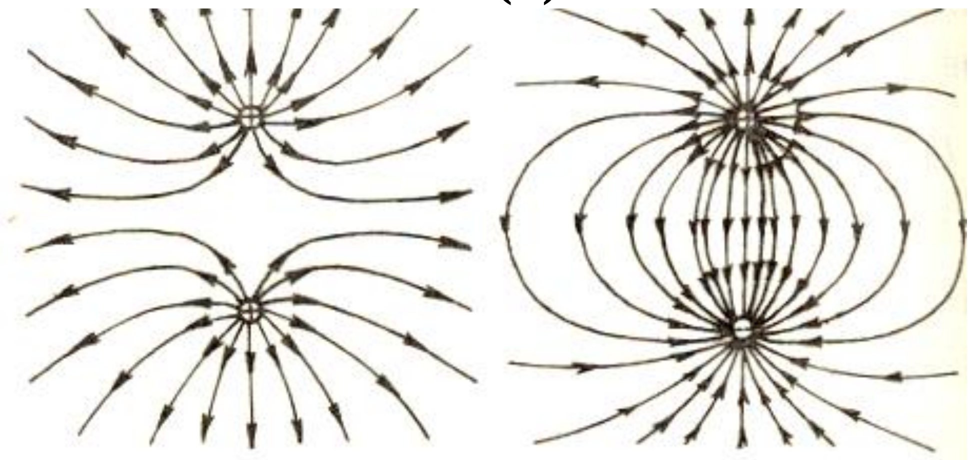


图4. 一对点电荷的电场线

（a）一对等量正电荷（b）一对等量异号电荷

10.2.2 通量

电通量——通过电场中任一给定曲面的电场线总数

(1)通过面元dS的电通量为 $\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{E}} = E\mathrm{d}S_{\perp} = E\mathrm{d}S\cos\theta$

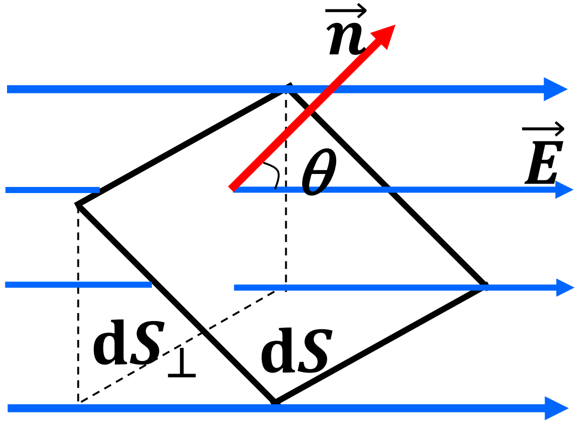


图5.通过面元dS 的电通量

上式可以写为

$$\mathrm{d}\Phi_E = E\mathrm{d}S_{\perp} = \vec{E}\cdot\vec{n}\mathrm{d}S$$

$$= \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$\mathrm{d}\vec{S} = \vec{n}\mathrm{d}S$ 称为面积元矢量，$\vec{n}$ 是面元的正法线方向的单位矢量.

(2) 对一个任意曲面S，通过的电通量应为

$$\boxed{\Phi_{\mathrm{E}} = \int_S \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{E}} = \int_S E\mathrm{d}S\cos\theta = \int_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$

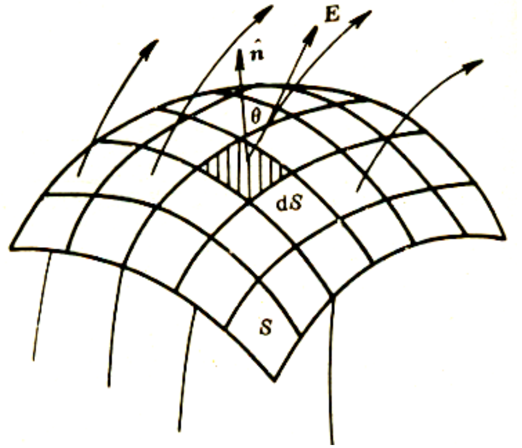


图6.通过任意曲面S的电通量

10.2.2 通量

(3) 通过一个封闭曲面S的电通量可表示为

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

对于闭合曲面，规定**由内向外**的方向为各处面元法向的正方向。

当电场线从面内**穿出**时，$\mathrm{d}\Phi_E$ **为正**；**穿入**时，$\mathrm{d}\Phi_E$**为负**。

通过整个封闭曲面的电通量Φ_E，就等于穿出与穿入该封闭曲面的电场线的代数和**(净通量)**。

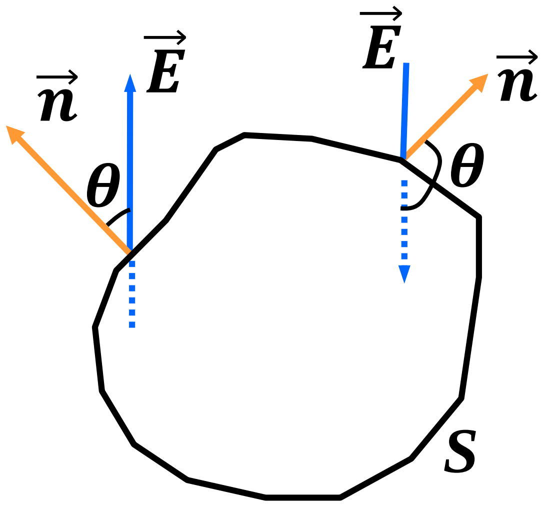
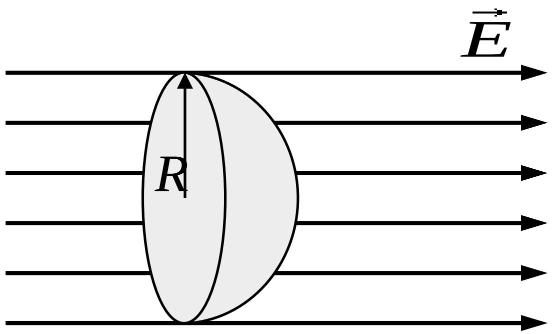
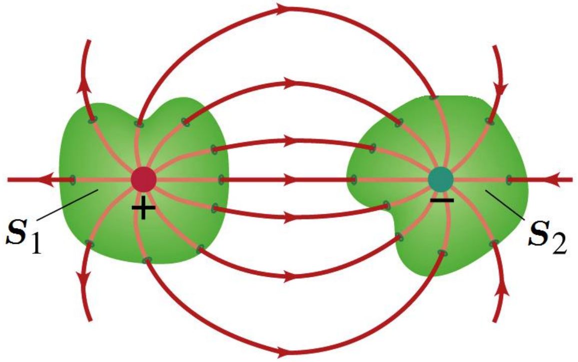


图7.通过封闭曲面S的电通量

思考



半球面的电通量 $\Phi_{\mathrm{E}} = E \cdot \pi r^2$



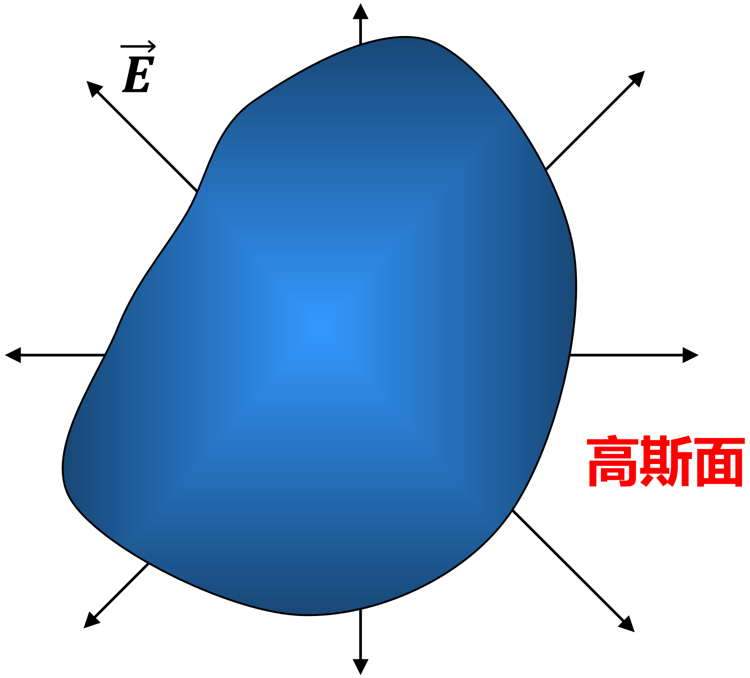
$\Phi_E(S_1)>0$

$\Phi_E(S_2)<0$

10.2.3 真空中的高斯定理

在真空中的静电场内，通过任意封闭曲面(高斯面)的电通量等于该封闭曲面所包围的电荷的电量的代数和乘以$1/\varepsilon_0$倍。

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{S内}}$$



(1)点电荷 q 位于一半径为r的球面中心，则通过这球面的电通量为

$$\Phi_E = \oint_{球面} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_{球面} E\mathrm{d}S$$

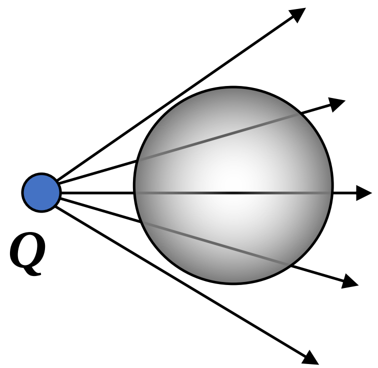
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint_{球面} \mathrm{d}S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

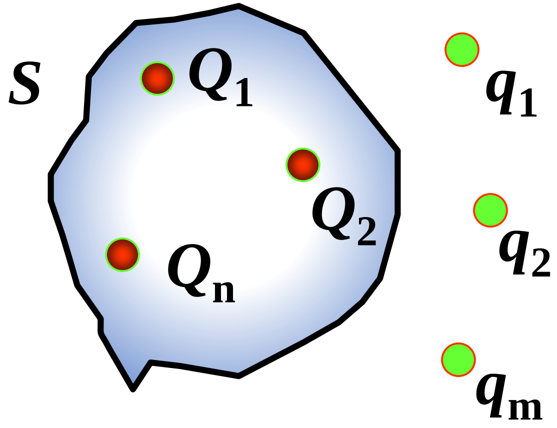
(2)对包围点电荷q的任意形状的曲面S来说，显然 $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

10.2.3 真空中的高斯定理

(3) 如果闭合面S不包围点电荷q，则

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$





(4) 设封闭曲面S内有n个点电荷$q_1, q_2, \ldots q_n$，封闭曲面S外有m个点电荷Q_1, Q_2, Q_m，

则任一点的电场为 $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i + \sum_{j=1}^{m} \vec{E}_j$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n} \oint_s \vec{E}_i \cdot d\vec{S} + \sum_{j=1}^{n} \oint_s \vec{E}_j \cdot d\vec{S} = \sum_{i}^{n} \frac{q_i}{\varepsilon_0} + 0$$

高斯定理 $\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{s内}}$

电荷连续分布的带电体产生的电场 $\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV}$

讨 论

(1) 高斯定理表明，通过一任意封闭曲面的电通量只取决于封闭曲面所包围的电荷量的代数和，与内部电荷怎样分布无关，也与面外的电荷无关。

(2) 高斯定理 $$\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{s内}}$$

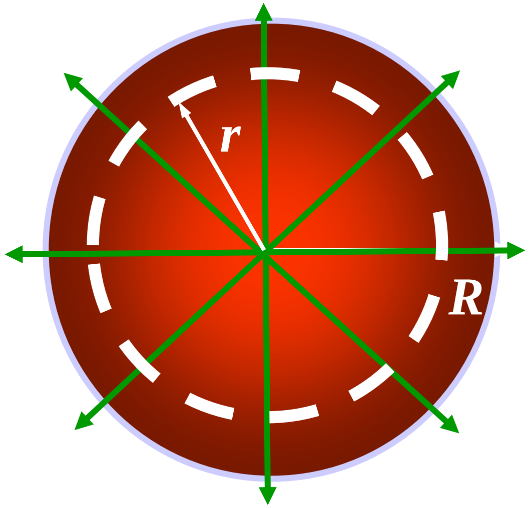
高斯面上各面元处的场强是由所有电荷(既包括封闭曲面内，又包括封闭曲面外的电荷)共同产生的

(3) 高斯定理揭示了静电场中“场”和“源”的关系

+q: 发出ε_0/q 条电场线，是电场线的“头”

-q: 吸收ε_0/q 条电场线，是电场线的“尾”　　静电场的重要性质 —— 静电场是有源场

10.2.4 高斯定理的应用



例10-4 一均匀带电q的球体，半径R，求球内外的场强。

解: 由于电荷分布具有球对称性，因而电场分布也具有球对称性。

取半径 r 的同心球面为高斯面，由高斯定理，

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = E\oint_S dS = \sum q_{内}$$

于是球对称中的高斯定理可写为 $E\cdot 4\pi r^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ 或 $\boxed{E = \dfrac{\sum q_{内}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$

$$r < R: \quad E_1 = \frac{\rho\dfrac{4\pi r^3}{3}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} = \frac{q\cdot r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$r \geq R: \quad \boxed{E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

即球面外任一点的场强，

等于全部电荷集中在球心点电荷产生的场。

10.2.4 高斯定理的应用

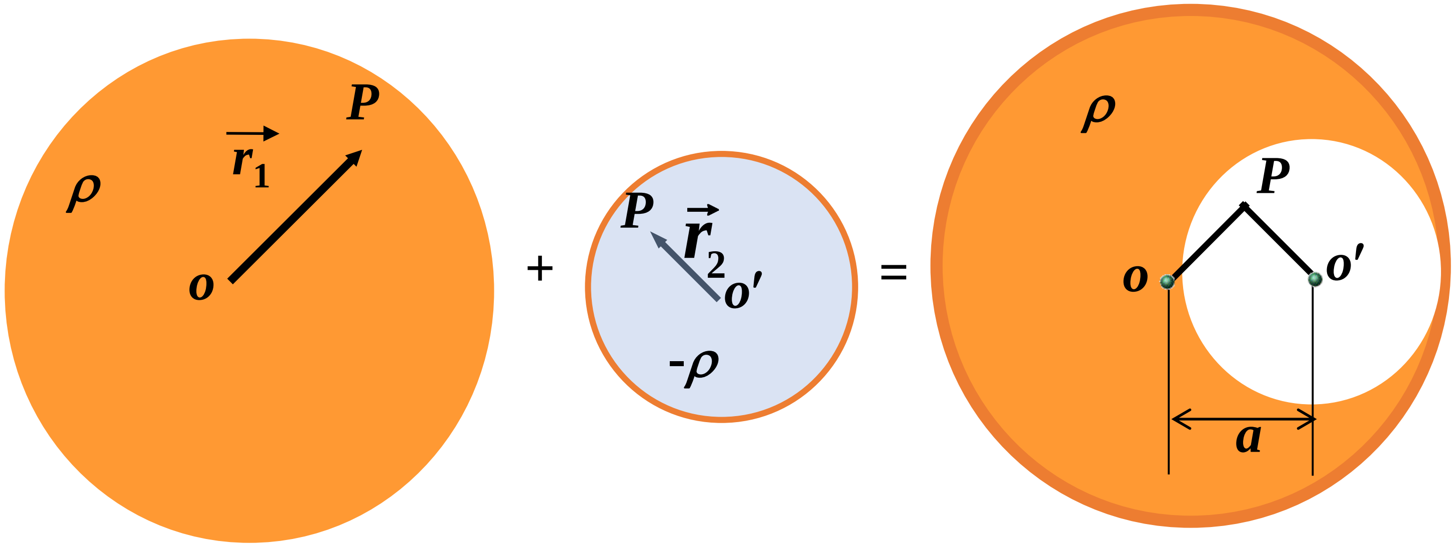
例10-5 电荷体密度为 ρ 的球体内有一球形空腔，两球心相距a。求空腔中任一点P的电场。

解： 空间任一点的电场可看作是带电 $\pm\rho$ 的两个实心球体电场的叠加。(补缺法)

由例10-4的结果，

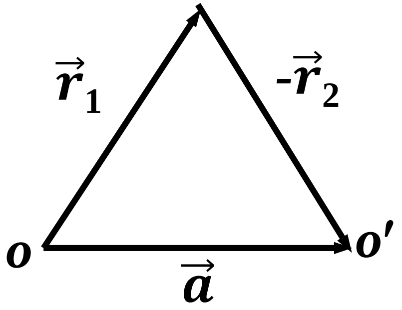
球体内：

$$E=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$



空腔中任一点 P 的电场为：

$$\vec{E}=\frac{\rho\vec{r}_1}{3\varepsilon_0}+\frac{-\rho\vec{r}_2}{3\varepsilon_0}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}[\vec{r}_1+(-\vec{r}_2)]=\frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0}$$



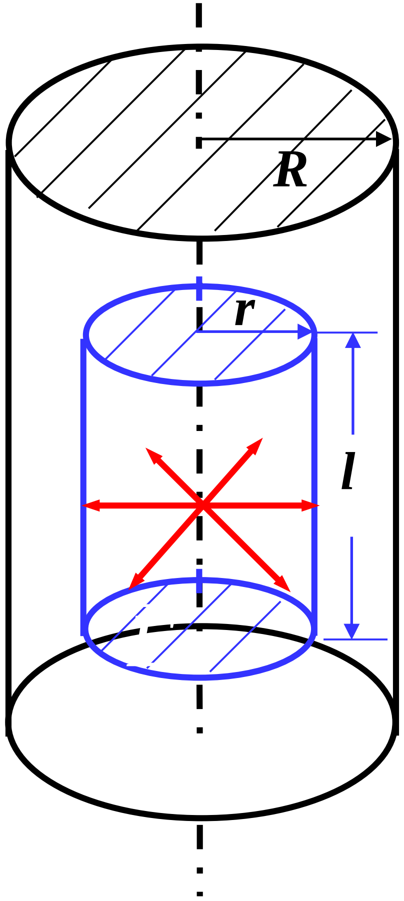
大小：$E=\dfrac{\rho a}{3\varepsilon_0}$ 方向：由 o 指向 o' 。即空腔内的场为均匀电场

10.2.4 高斯定理的应用

例10-6 一均匀带电的无限长直柱体，半径为R，电荷体密度为 ρ，求柱内外的场强。

解：场具有轴对称性，即电场方向垂直轴线指向四周，如图所示。

选同轴封闭柱面为高斯面，由高斯定理有：



$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S E dS\cos\theta = \int_{\text{上下底面}} E dS\cos\frac{\pi}{2} + \int_{\text{侧面}} E dS\cos 0$$

即 $$\boxed{E\cdot 2\pi r\cdot l = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{s_{\text{内}}}}$$

- $r < R$: $E\cdot 2\pi r l = \dfrac{\rho\pi r^2 l}{\varepsilon_0}$ $\qquad \vec{E} = \dfrac{\rho\vec{r}}{2\varepsilon_0}$
- $r > R$: $E\cdot 2\pi r l = \dfrac{\rho\pi R^2 l}{\varepsilon_0}$ $\qquad \vec{E} = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r^2}\vec{r}$

谢谢大家！