大学物理•电磁学

主讲教师：吴 喆

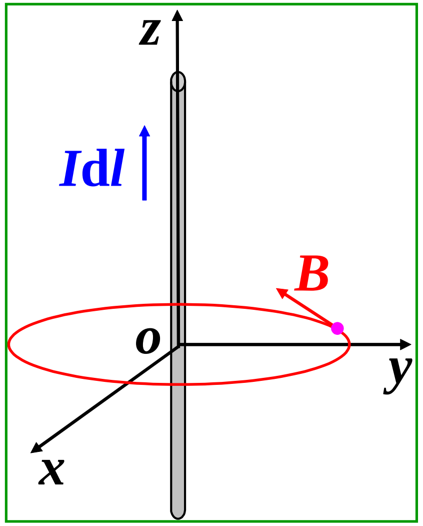
第 11章　静磁学

11.4 安培环路定理

11.4.1 磁场的环量和旋度

◆ 无限长直导线为圆心的任意圆形环路的磁场环量

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\oint_l dl = \mu_0 I$$



◆ 磁场的环量和旋度

- 积分形式（环量） $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$
- 微分形式（旋度） $\mathrm{rot}\,\vec{B} = \nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$

➢ 斯托克斯公式：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla\times\vec{B})\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\therefore \nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$$

14.4.2 安培环路定理

◆ 磁感应强度$\vec{B}$沿任何闭合路径的线积分称为$\vec{B}$的环流。

◆ 稳恒磁场的环流遵从安培环路定理：

在真空中，磁感应强度 $\vec{B}$ 的环流等于闭合路径 l 所包围的电流强度的代数和的 μ_0 倍

$$\boxed{\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}}$$

说明：

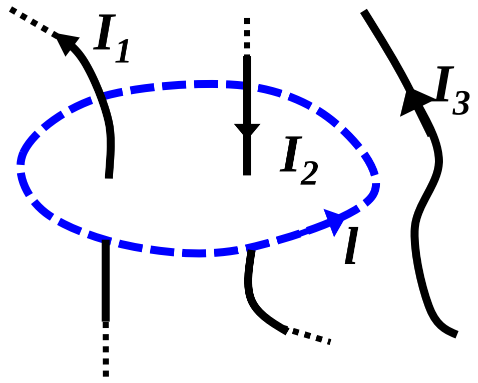
(1) $\sum I_{内}$ —— 闭合路径 l 所包围的电流的代数和。

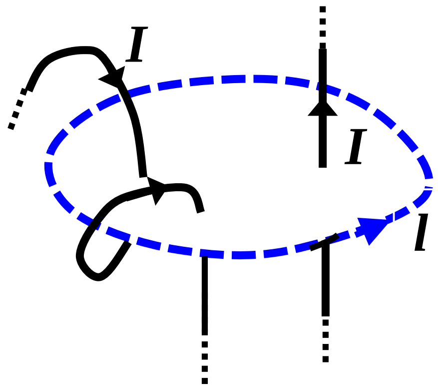
包围 —— 穿过以闭合路径 l 为边界的任一曲面上的电流。

14.4.2 安培环路定理

(1) $\sum I_{内}$ —— 闭合路径 l 所包围的电流的**代数和**。

- **电流的正、负：**当闭合路径 l 的方向与电流方向呈右手螺旋关系时，电流 I 就取正号；反之, 取负号。 **(右手螺旋关系)**





$$\sum I_{内} = I_1 - I_2$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2)$$

$$\sum I_{内} = -2I + I$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (-2I + I)$$

14.4.2 安培环路定理

$$\boxed{\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}}$$

$$\boxed{\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}}$$

(2) 安培环路定理表达式中左端的磁场 $\vec{B}$

应是空间所有电流(闭合路径 l 内外的电流)产生的磁感应强度的**矢量和**。

(3) 磁场 $\vec{B}$ 的环流， 由闭合路径 l 内的**电流代数和$\sum I_{内}$**决定。

磁场 $\vec{B}$ 的旋度， 由该位置的**电流密度矢量**决定。

(4) 安培环路定理揭示： 磁场是非**保守场，是有旋场。**

(5) 适用条件： 稳恒电流(闭合电路)的磁场。

14.4.3 安培环路定理的应用

◆ 利用**安培环路定理**求解具有某些对称性的磁场分布

$$\boxed{\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}}$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}}$$

求解步骤：

（1）分析磁场分布(电流分布)的对称性；

（2）选择适当的闭合回路，使： $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_l B dl = B\oint_l dl$

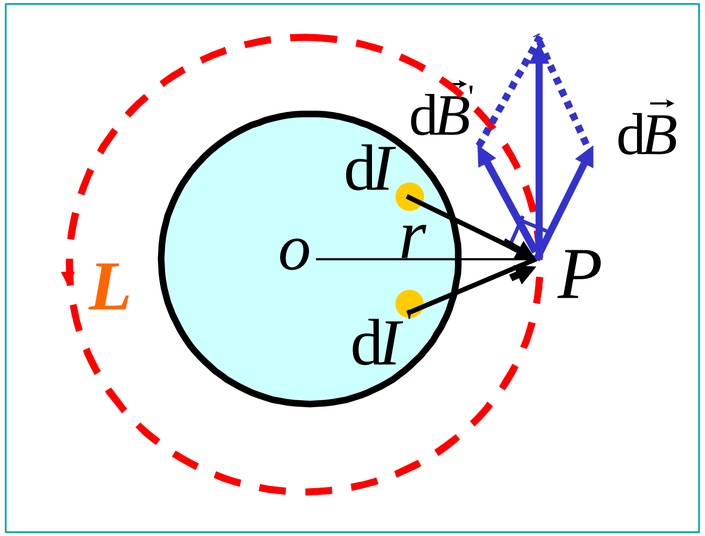
（3）求出闭合回路所包围的电流的代数和；

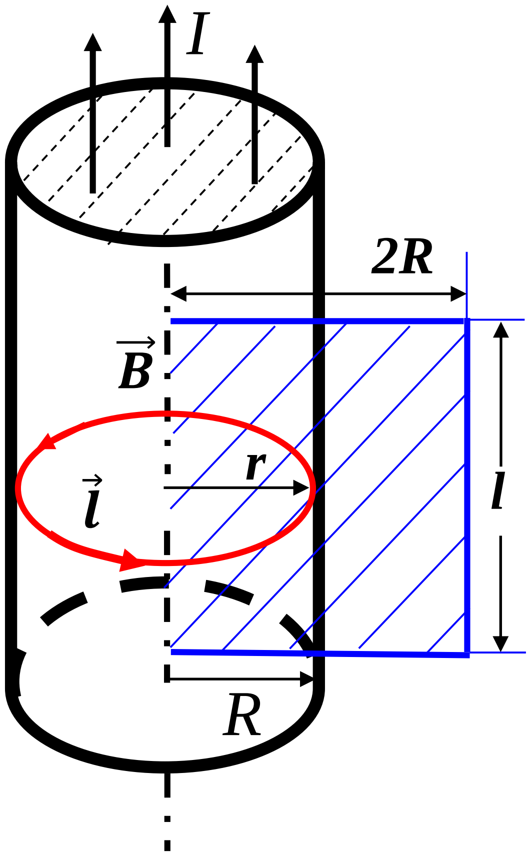
（4）求出磁场 B 并判断其方向。

14.4.3 安培环路定理的应用

例11-4 设无限长圆柱体半径为 R，电流 I 沿轴线方向，并且在横截面上是均匀分布的。求：(1) 圆柱体内外的磁场；(2) 通过斜线面积的磁通量。

解： (1) 圆柱体内外的磁场 分布具有轴对称性，磁场方向为圆周切线方向，满足右手螺旋关系。





例11-4 设无限长圆柱体半径为 R，电流 I 沿轴线方向，并且在横截面上是均匀分布的。求：(1) 圆柱体内外的磁场；(2) 通过斜线面积的磁通量。

解：(1) 圆柱体内外的磁场

选半径 r 的圆周为积分的闭合路径，由安培环路定理：

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_{内}$$

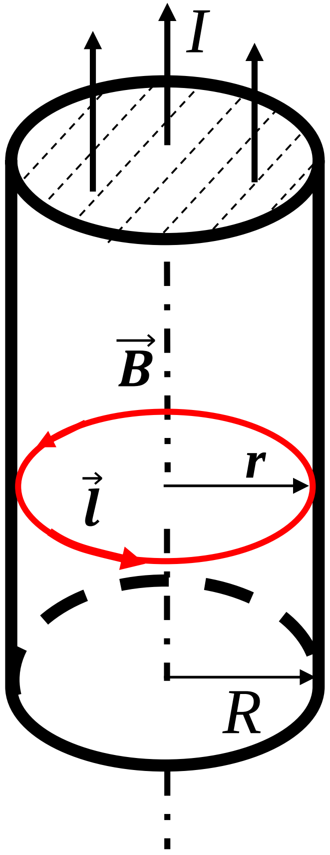
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \sum I_{内}}{2\pi r}}$$

设电流密度为：

$$J = I/\pi R^2$$

$r < R$:
$$B_1 = \frac{\mu_0 J\cdot \pi r^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 J r}{2} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

$r > R$:
$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

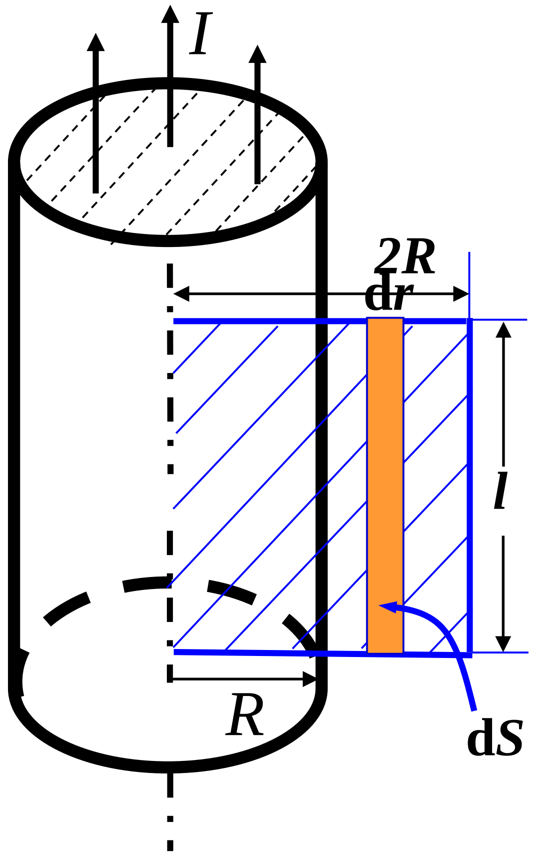


例11-4 设无限长圆柱体半径为 R，电流 I 沿轴线方向，并且在横截面上是均匀分布的。求：(1) 圆柱体内外的磁场；(2) 通过斜线面积的磁通量。

解：

$$B_1=\frac{\mu_0 Jr}{2}=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\qquad B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

磁场的方向均垂直于斜线面向里。



(2) 通过斜线面积的磁通量:

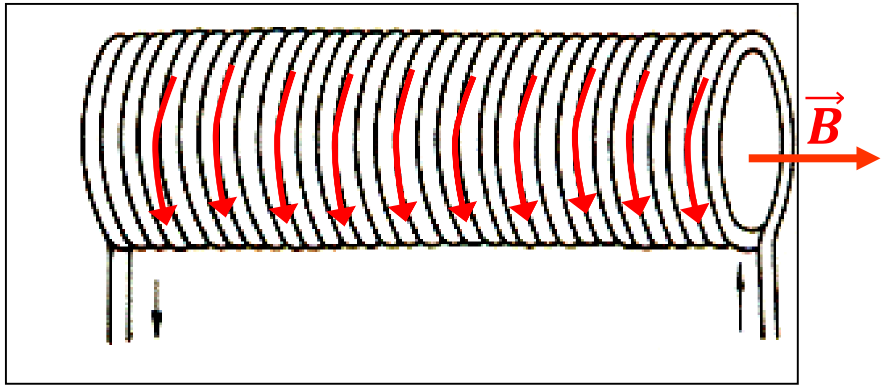
$$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int B_1 dS+\int B_2 dS$$

$$=\int_0^R \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2} l dr+\int_R^{2R}\frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$$

$$=\frac{\mu_0 Il}{4\pi}+\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln 2$$

例11-5：求载流长直密绕螺线管内外的场。

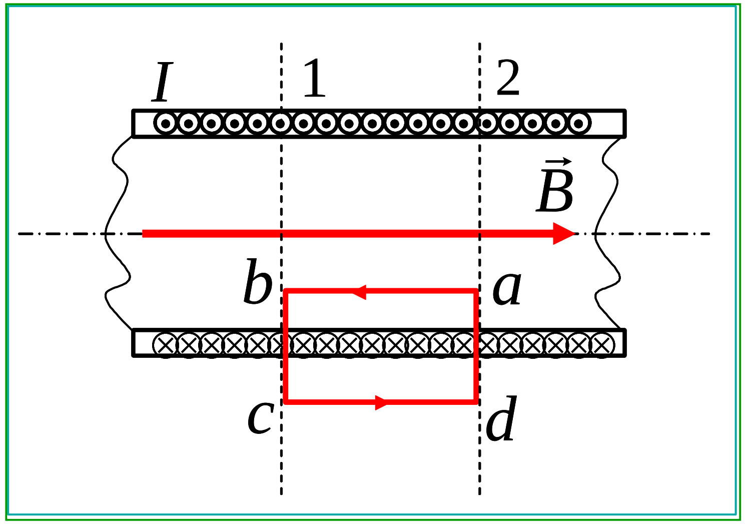
设线圈中通有电流 I，沿管长方向单位长度上的匝数为 n。



解：线圈密绕 $B_{外} = 0$

根据对称性可知，管内磁场沿轴线方向。

作矩形环路 $abcda$ 如图



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B\cos\pi\overline{ab} = -B\overline{ab}$$

$$= \mu_0 \sum I_{内} = -\mu_0 n I \overline{ab}$$

$$\boxed{\therefore B_{内} = \mu_0 n I}$$

谢谢大家！