大学物理•量子力学基础

主讲教师：郭袁俊

第 17 章　量子力学基础

17.1 物质的波粒二象性

本节的研究内容

- **德布罗意波及其实验验证**
- **物质波的统计解释**

17.1.1 德布罗意波（1924提出，1929年获诺贝尔物理学奖）

1924年，德布罗意提出了一个大胆而具有深远意义的假设：一切实物粒子都具有波粒二象性。

实物粒子—静质量不为零的粒子。

即一个质量为m、以速度υ运动的粒子，就有一定的波长λ和频率ν的波与之相应，并且满足下面的关系：

$$E = h\nu \qquad\qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

这种和实物粒子相联系的波称为德布罗意波(也称物质波), 其波长λ称为德布罗意波长。

讨论

1) 德布罗意关系式通过h把粒子性和波动性联系起来

2) 德布罗意公式中的两个关系式是彼此独立的

实物粒子($m_0 \neq 0$): $E = mc^2$，$p = mv$，$\nu\lambda = \dfrac{c^2}{v}$

3) 物质微粒的能量是指其总能量，而不是粒子的动能。粒子低速运动时，可用粒子动能代替其总能量求解波长。

$$E^2 = (cp)^2 + \left(m_0c^2\right)^2 \qquad E_k = E - m_0c^2$$

$$\therefore \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2} = \frac{1}{c}\sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}$$

$$E_k \approx \frac{1}{2}m_0v^2 \ll m_0c^2 \qquad \therefore \quad p = \sqrt{2m_0E_k}$$

物质波的数量级

例1 (1) 计算子弹的德布罗意波长，$m = 0.01\text{kg}$，$v = 300\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

(2) 计算地球的德布罗意波长，$m = 5.98\times10^{24}\text{kg}$，$v = 29.8\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$

解：(1)

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 2.21\times10^{-34}\text{m} = 2.21\times10^{-24}\text{Å}$$

(2)

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 3.72\times10^{-63}\text{m} = 3.72\times10^{-53}\text{Å}$$

宏观物体的λ小到实验难以测量的程度，因此宏观物体仅表现出粒子性。

例2 计算电子经过U_1= 100V和 U_2= 5×10^{4}V的电压加速后的德布罗意波长。

解：(1) U_1 = 100V，电子加速后获得的动能 $E_k = 100\text{eV} \ll m_0c^2 = 0.51 \times 10^6\text{eV}$

这时电子的速度远小于光速c，其动量和动能的表达式均可用经典公式。

$$\therefore \quad p = \sqrt{2m_0E_k} = 5.39 \times 10^{-24}\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

根据德布罗意关系 $\lambda = \dfrac{h}{p} = 1.23\text{Å}$

(2) U_2 = 5×10^{4}V，电子加速后获得的动能 $E_k = 5 \times 10^4\text{eV} \sim m_0c^2 = 0.51\text{MeV}$

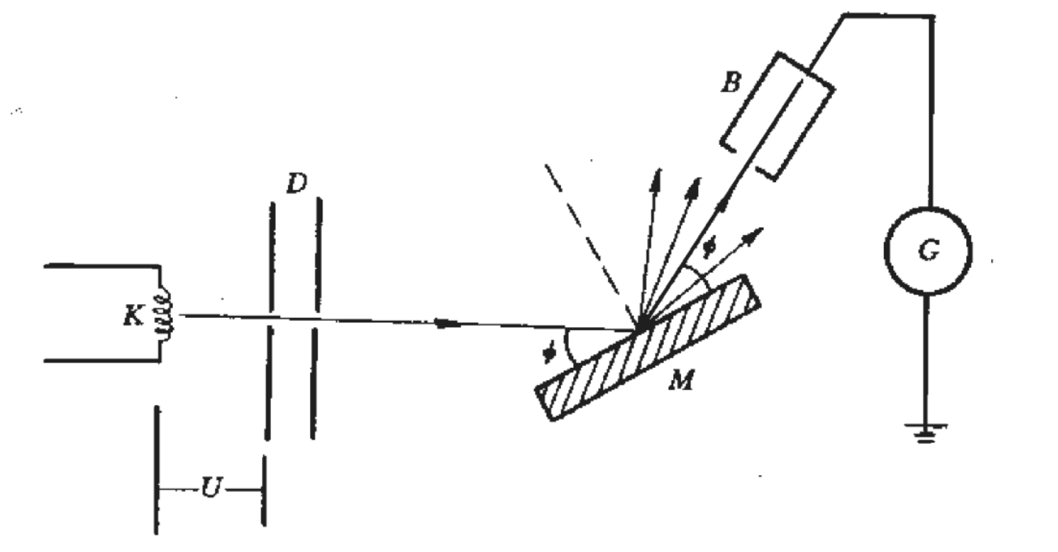
$$\therefore p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2} = \frac{1}{c}\sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)} = 1.23 \times 10^{-22}\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

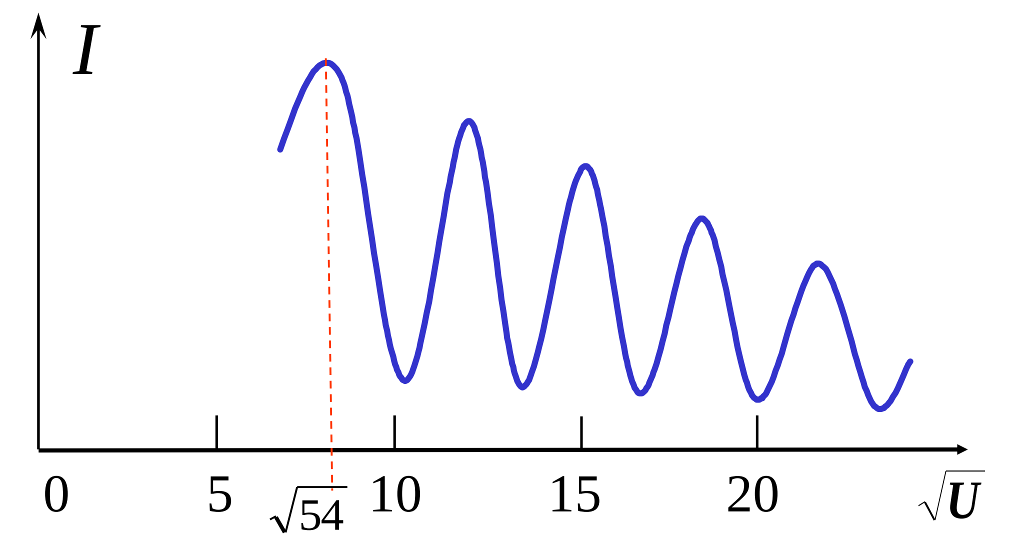
根据德布罗意关系 $\lambda = \dfrac{h}{p} = 0.0537\text{Å}$

电子的物质波和X射线的波长相当，所以观察电子的衍射(证明电子具有波动性)需要利用晶体。

17.1.2 德布罗意波的实验验证

1927年 戴维逊-革末电子衍射实验





实验发现:

1) 电子流强度I对U有规律的选择性

2) 加速电压U=54V, 掠射角φ=65°时, 探测器B中的电流有极大值

理论解释:

根据德布罗意关系，电子在加速电压U=54V时，其德布罗意波长为:

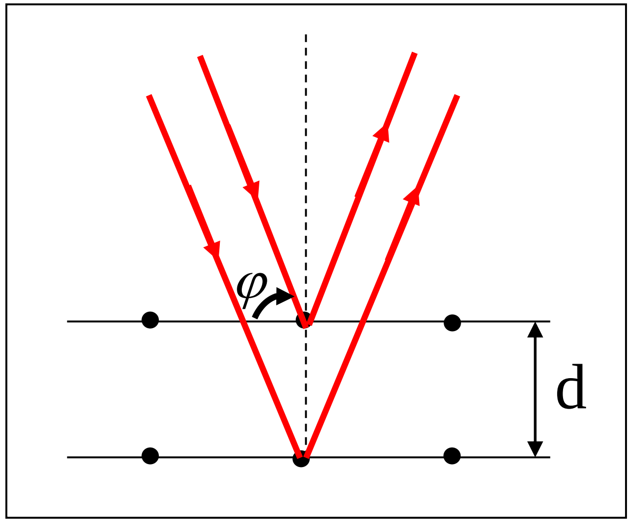
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{12.25}{\sqrt{54}} = 1.67\text{Å}$$

根据x光衍射理论，电子束在晶体表面衍射产生极大应满足布喇格公式，即

$$2d\sin\varphi = k\lambda$$

如图，d是晶格常数d=0.091 nm,φ=65º, k取1, 得

$$\lambda = 2d\sin\varphi = 1.65\text{Å}$$



理论值和实验结果符合得很好。

后来的实验证实了不仅电子具有波动性，其他微观粒子，如原子、质子和中子等也都具有波动性。

利用电子的波动性，制成了高分辨率的电子显微镜。

利用中子的波动性，制成了中子摄谱仪。这些设备都是现代科学技术中进行物性分析不可缺少的。

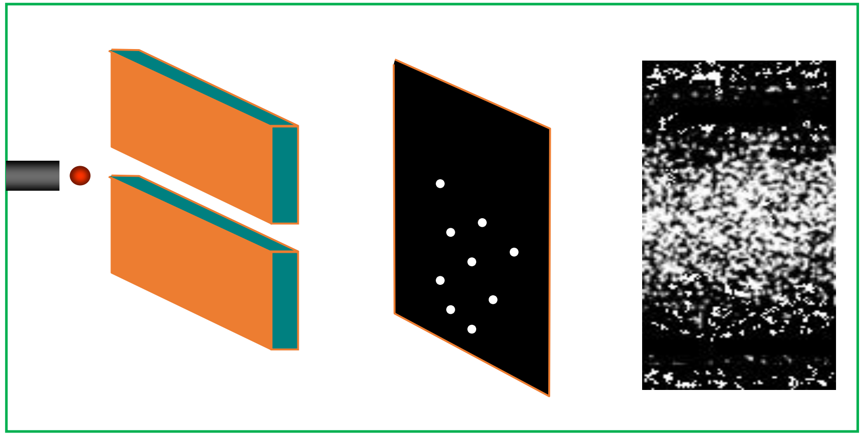
17.1.3 物质波的统计解释

如何理解实物粒子的波粒二象性?

实物粒子对应的波是一种什么波?

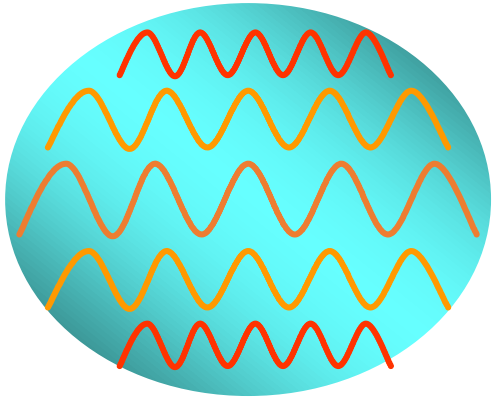
历史上有代表性的观点:

(1) 波粒二象性中粒子性是基本的，而波动性是粒子间的相互作用产生的。



实验否定：电子一个个通过单缝，长时间积累也出现衍射效应。

(2) 波粒二象性中波动性是基本的，而粒子是不同频率的波叠加而成的“波包”。



实验否定：介质中频率不同的波速度不同，波包在运动时应发散，但未见电子“发胖”。

那么，实物粒子到底是波还是粒子？如何理解实物粒子的波粒二象性？

显然，波和粒子在经典框架内无法统一！

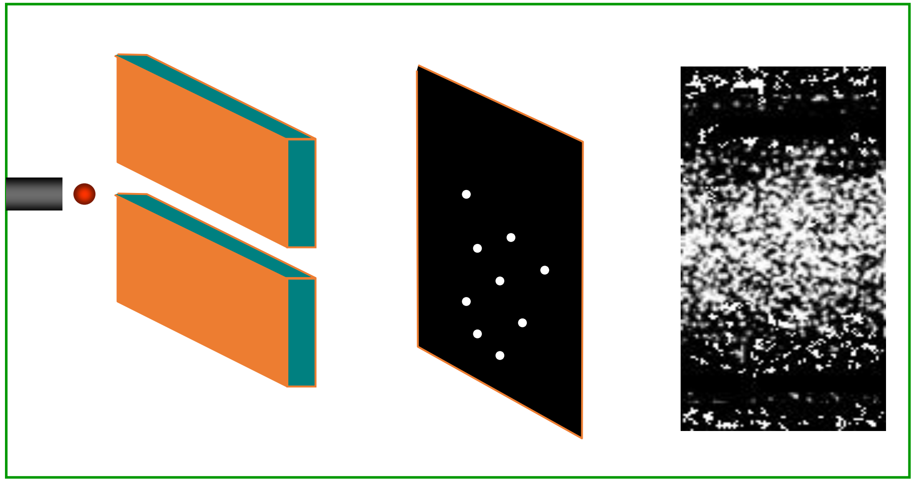
玻恩在1926年提出，和实物粒子相联系的物质波是一种**概率波**。

玻恩
M.Born(1882-1970)
1954年获诺贝尔奖

电子单缝衍射

让电子一个一个地通过，同样，每次电子的起点，终点，轨道均不确定，只能作概率性判断。

强度大： 电子到达概率大
强度小： 电子到达概率小



结论

(1) 由于波粒二象性，微观粒子既不是经典概念的粒子；它也不是经典概念的波。

(2) 物质波的强度分布反映实物粒子出现在空间各处的概率。

所以与实物粒子相联系的物质波——**概率波**。

谢谢大家！

例1 若α粒子(电荷为2e)在磁感应强度为B均匀磁场中沿半径为R的圆形轨道运动，则α粒子的德布罗意波长是

(A) $\dfrac{h}{(2eRB)}$ (B) $\dfrac{h}{(eRB)}$

(C) $\dfrac{1}{(2eRBh)}$ (D) $\dfrac{1}{(eRBh)}$

答：(A)

解答分析：由 $p=\dfrac{h}{\lambda}$ **以及** $qvB=m\dfrac{v^2}{R}$ **可得A**