

物理学院



# 大学物理·热学

主讲教师：李华

# 第 7 章 统计物理学初步

## 7.1 热力学系统的理想模型与描述参量

## 7.2 平衡态下理想气体压强、温度的微观实质

## 7.3 自由度 能量按自由度均分定理

## 7.4 麦克斯韦气体分子速率分布律

## 7.5 玻尔兹曼分布

## 7.6 理想气体的平均自由程



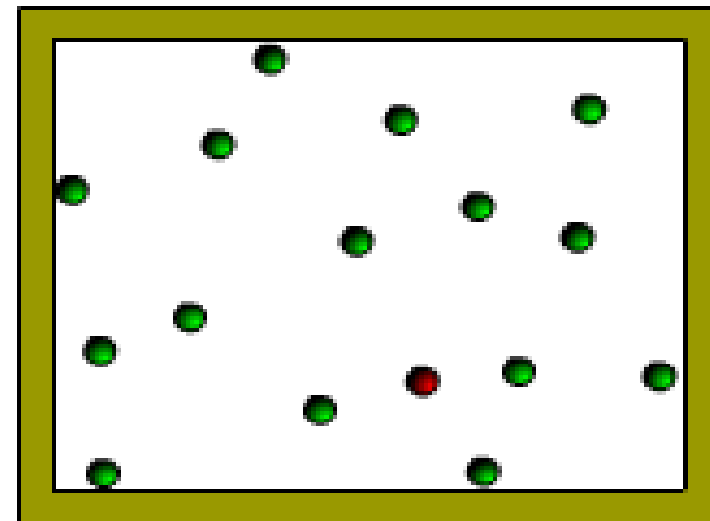
## 7.6 理想气体的平均自由程

### 7.6.1 基本概念

平衡态宏观性质的维持  
非平衡态向平衡态过渡



依靠分子之间的频繁碰撞实现



**平均碰撞频率  $\bar{z}$ :** 单位时间内刚性气体分子的平均碰撞次数

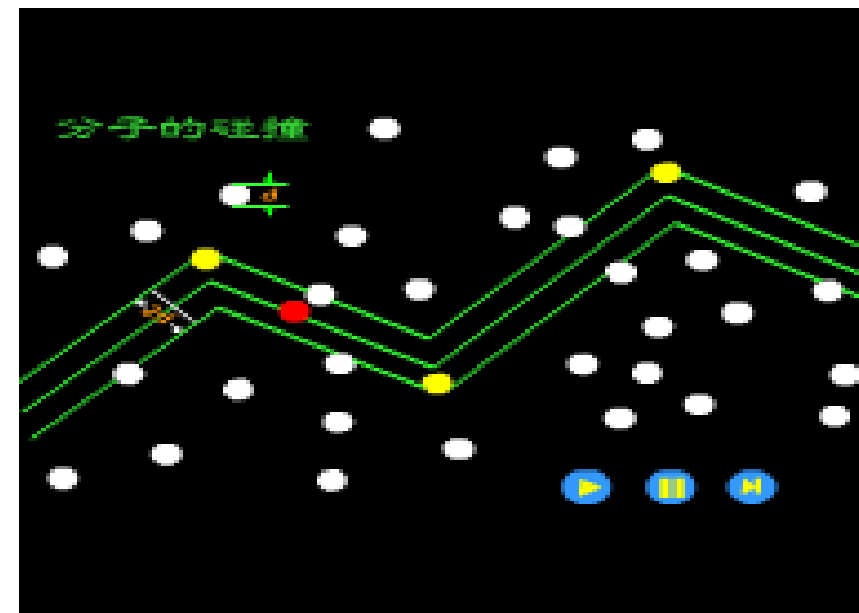
**平均自由程  $\bar{\lambda}$ :** 刚性气体分子相邻两次碰撞之间自由通过的路程的平均值



## 7.6.2 平均自由程的计算公式

### 碰撞模型：

- 作为一种合理的近似，可把分子设想为**刚性**小球
- 小球的直径 $d$ 叫作分子的有效直径，是两个分子质心之间最小距离的平均值
- 认为一个分子以相对速率与其它**静止**分子发生弹性碰撞
- 由麦克斯韦速率分布可证平均相对速率： $\bar{u} = \sqrt{2}\bar{v}$
- 球心轨迹为轴， $d$ 为半径做**折圆柱体**



## 平均相对速率 $\bar{u} = \sqrt{2}\bar{v}$ 的证明

考察系统内的两个分子A和B，如果它们的速度分别为  $\vec{v}_A$  和  $\vec{v}_B$ ，则A相对于B的速度为

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

则相对速率的平方

$$v_{AB}^2 = \vec{v}_{AB} \cdot \vec{v}_{AB} = v_A^2 + v_B^2 - 2v_A v_B \cos\theta$$

其中， $\theta$  是  $v_A$  与  $v_B$  之间的夹角，它是均匀地分布在  $0 \sim \pi$  范围内，平均值为  $\pi/2$

$v_{AB}$  的统计平均值计算可以采用简化模型：首先假定A和B都在以各自的平均速率运动，然后是以  $\theta$  的平均值代替上式中的  $\theta$ ，这样可得

$$\overline{v_{AB}^2} = \overline{v_A^2} + \overline{v_B^2}$$

开平方后就可得平均相对速率

$$\bar{v}_{AB} = \sqrt{\overline{v_A^2} + \overline{v_B^2}}$$

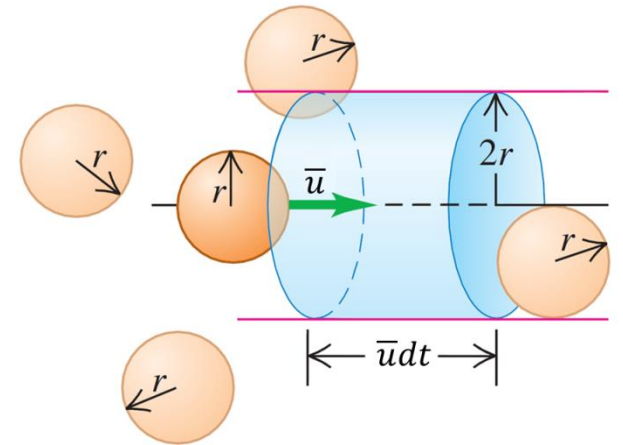
若A和B是**同种**分子，改用  $\bar{u}$  代表平均相对速率，则有  $\bar{u} = \sqrt{2}\bar{v}$



$$\bar{z} = n \cdot (\sigma \cdot \bar{u}) \xrightarrow{\sigma = \pi d^2} \bar{z} = \pi d^2 n \bar{u}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{z} = \pi d^2 n \bar{u} \\ \bar{u} = \sqrt{2} \bar{v} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{z} = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v}$$

$$\bar{\lambda} \cdot \bar{z} = \bar{v} \xrightarrow{\bar{\lambda} \cdot \bar{z} = \bar{v}} \bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \xrightarrow{p = nkT} \bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}$$



结论：

- 平均自由程只与**分子的直径和密度**有关，而与平均速率无关
- 当温度一定时，平均自由程与压强成反比，压强越小，平均自由程越长

**例1** 氧气分子的有效直径 $d=2.6\times 10^{-10}\text{ m}$ ,  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时的平均自由程 $\bar{\lambda}=2.6\times 10^{-8}\text{ m}$ , 求(1) 压强 $P$ ?

(2) 氧分子的平均碰撞频率

**解:** (1)  $\bar{\lambda} = \frac{\kappa T}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow p = \frac{\kappa T}{\sqrt{2}\pi d^2 \bar{\lambda}} = 5 \times 10^5 \text{ pa}$

(2)  $\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 n \bar{v}$  因为 $n$ 未知无法直接使用该式

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = 445 \text{ (米/秒)}$$

$$\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}} = 1.7 \times 10^{10} \text{ (次/秒)}$$

### 课后作业

- 设系统由半径分别为  $r_1$ ,  $r_2$  的两种气体构成, 推导混合气体平均自由程  
将推导结果与相关文献进行比较
- 了解真空镀膜技术中镀膜腔室的真空度与靶材分子平均自由程的关系





物理学院

# 谢谢大家!

