
# 大学物理•热学

主讲教师：李华

# 第7章 统计物理学初步

7.1 热力学系统的理想模型与描述参量

7.2 平衡态下理想气体压强、温度的微观实质

7.3 自由度；能量按自由度均分定理

7.4 麦克斯韦气体分子速率分布律

7.5 玻尔兹曼分布

7.6 理想气体的平均自由程

# 7.5 玻耳兹曼分布

本节的研究内容

- 玻耳兹曼分布律的导出
- 大气密度和压强随高度的分布

## 7.5.1 麦克斯韦速度分布

由上节可知，把分子的运动分解在直角坐标系的三个轴方向上，速度分量位于$v_x \sim v_x + \mathrm{d}\, v_x$, $v_y \sim v_y + \mathrm{d}\, v_y$和$v_z \sim v_z + \mathrm{d}\, v_z$中的分子数百分比

$$\frac{\mathrm{d}N_{\vec{v}}}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-m\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)/2kT} \mathrm{d}v_x \mathrm{d}v_y \mathrm{d}v_z$$

思考1：上式中的指数可以简化成什么?

用单个分子的动能表示为 $\dfrac{m\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)}{KT} = \dfrac{1}{2} m v^2 / kT = \varepsilon_k / kT$

麦克斯韦速度分布可用分子动能改写为

$$\frac{\mathrm{d}N_{\vec{v}}}{N} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\varepsilon_k/kT}\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z$$

## 7.5.2 玻尔兹曼分布

思考2：如果气体在重力场中，则分子有能量不但有动能，还有势能，该方程如何改写?

$$\frac{\mathrm{d}N_{\vec{v},\vec{r}}}{N} = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)_{3/2} \cdot e^{-(\varepsilon_k+\varepsilon_p)/kT}\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z dxdydz$$

此式称为玻尔兹曼分布。它对处于任意势场中的平衡态理想气体均适用。

思考3：玻尔兹曼分布中，$n_0$的物理意义?

## 利用速度分布的归一性

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot e^{-\varepsilon_k/kT}\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z=1$$

得

$$\mathrm{d}N=n_0e^{-\varepsilon_p/kT}dxdydz$$

由分子数与数密度关系

$$\mathrm{d}N=\mathrm{n}dxdydz$$

得

$$n=n_0e^{-\varepsilon_p/kT}$$

显然，$n_0$为势能为零时的分子数密度。

## 7.5.3 重力势场中粒子随高度的分布

**思考4：将玻尔兹曼分布用于重力势场中的气体，公式结果是什么?**

$$\varepsilon_p = mgh$$

$$n = n_0 e^{-mgh/kT}$$

**此即大气数密度随高度的分布， $n_0$为高度为零处的大气数密度。**

**若温度不变，可得大气压强随高度的分布**

$$p = p_0 e^{-mgh/kT}$$

**$p_0$为高度为零处的大气数密度。**

**改为用大气摩尔质量表示成为**

$$n = n_0 e^{-\mu gh/kT}$$

$$p = p_0 e^{-\mu gh/kT}$$

# 谢谢大家！