

# 大学物理•电磁学

主讲教师: 吴 喆

## 第10章 静电学

10.1 电场 电场的描述

10.2 静电场的高斯定理

10.3 静电场的环路定理; 电势

10.4 静电场中的导体

10.5 电介质

10.6 电容和电容器

**10.7** 静电场的能量





## 10.7 静电场的能量

### 10.7.1 带电体的静电能

点电荷  $q_0$  在外电场中某场点的电势能:

$$W_e = q_0 U$$

它是  $q_0$  和产生外电场的源电荷之间的静电相互作用能,属于  $q_0$  和源电荷这个系统的,等于将  $q_0$  从无穷远移到场点的过程中外力做的功。

假设带电体带电 Q: 不断把 dq 从无穷远移到这一带电体上,直到带电体带有电量 Q 为止。这一过程中外力不断克服电场力作功:

$$A = \int_0^Q U \mathrm{d}q$$

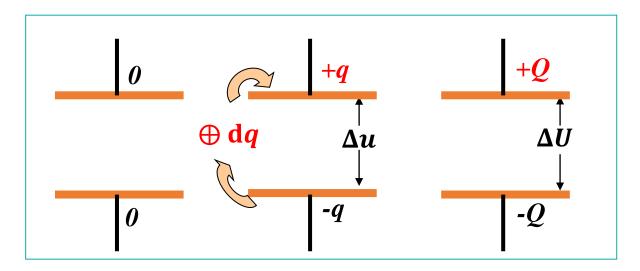
此功转化为带电体的静电能。





## 10.7.2 电容器的储能

#### 以平行板电容器为例。电容器的带电过程如下图所示:



将电荷 dq 由电容器负极板搬运到正极板时外力所作的功:

$$\mathrm{d}A = \Delta u \cdot \mathrm{d}q = \frac{q}{C} \mathrm{d}q$$

电容器带电 
$$Q$$
 时,外力所作的总功:  $A=\int \mathrm{d}A=\int_0^Q \frac{q}{c}\,\mathrm{d}q=rac{Q^2}{2C}$ 

这功转化为电容器的储能:

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C(\Delta U)^2 = \frac{1}{2}Q\Delta U$$



## 10.7.3 电场能量 电场能量密度

・ 平行板电容器的电容:  $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$ 

- ・ 平行板电容器板间的电势差:  $\Delta U = Ed$
- 平板电容器的储能:  $W = \frac{1}{2}C(\Delta U)^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}E^2d^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2V$

式中 V=Sd 是极板间电场空间的体积

• 电场的能量密度(即单位体积内储存的电能): 这一结论对任何电场都成立。

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \frac{1}{2} ED$$

- (1) 均匀电场 空间体积V 范围电场的储能  $W=w_eV$
- (2) 非均匀电场 把电场空间 V 划分为许多体积元 dV (保证 dV 内场强是均匀的)

dV 内电场的储能:  $dW = w_e dV$ 

$$W = \int_{V} w_{e} dV = \int_{V} \frac{1}{2} E D dV = \int_{V} \frac{1}{2} \varepsilon_{0} \varepsilon_{r} E^{2} dV$$



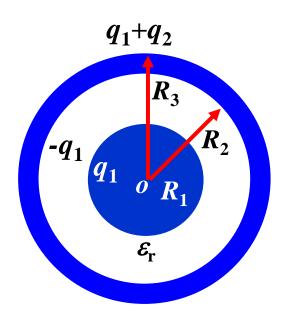
例10-13: 球形电容器,内球壳半径为 $R_1$ ,带电量为 $q_1$ ;外球壳内、外半径分别为 $R_2$ 和 $R_3$ ,带电量为 $q_2$ 

求: (1)空间的电场分布; (2)该电容器的电容; (3)电介质中的电场能量。

## 解: (1)由高斯定理得空间的电场分布:

$$D = rac{\sum q_{
ightarrow 1}}{4\pi r^2}, \quad E = rac{\sum q_{
ightarrow 1}}{4\pi \epsilon r^2}$$

$$\left\{egin{aligned} 0 < r < R_1\colon & E_1 = 0 \ R_1 < r < R_2\colon & E_2 = rac{q_1}{4\piarepsilon_0arepsilon_r r^2} \ R_2 < r < R_3\colon & E_3 = 0 \ r > R_3\colon & E_4 = rac{q_1 + q_2}{4\piarepsilon_0 r^2} \end{aligned}
ight.$$





例10-13: 球形电容器,内球壳半径为 $R_1$ ,带电量为 $q_1$ ;外球壳内、外半径分别为 $R_2$ 和 $R_3$ ,带电量为 $q_2$ 

求: (1)空间的电场分布; (2)该电容器的电容; (3)电介质中的电场能量。

## 解: (2) 内外球壳的电势差为:

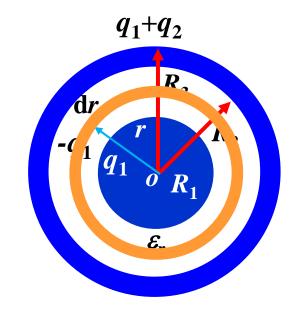
$$V = \int_{R_1}^{R_2} E_2 dr = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

电容为 
$$C = \frac{q_1}{V} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_rR_1R_2}{R_2 - R_1}$$

#### (3) 电介质中的电场能量:

$$W_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E_2^2 \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{q_1^2}{8\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \qquad R_1 < r < R_2 \colon E_2 = \frac{q_1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2}$$

电场能量也可用该式求出: 
$$W_e = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C}$$



$$R_1 < r < R_2$$
:  $E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$ 

