第九章作业 黄鑫 2021050901013

3. 由握手定理的推论可知，G中度数为5的结点只能是0、2、4、6、8个这五种情况，此时度数为6的结点分别为9、7、5、3、1个，以上五种都满足至少有5个度数为6的结点或者至少有6个度数为5的结点。

5. (1) 16个结点。

(2) 13个结点。

(3) 可能2、3、4、6、8、12、16、24个结点。

8. (a)中的4个度数为3的结点中的每一个均与另外两个度数为3的结点相邻，而(b)中每个度数为3的结点只与另外一个度数为3的结点相邻，故它们不是同构的。

14. 假设G不是连通图，则G至少有两个连通分支G_1、G_2，设连通分支G_1中有n_1个结点，G_2中有n_2个结点，$n_1+n_2\le n$，分别从G_1和G_2中任取一个结点u和v，由于G是简单图，从而G_1和G_2也是简单图，所以$deg(u)\le n_1-1$，$deg(v)\le n_2-1$，故$deg(u)+deg(v)\le n_2-1+n_2-1\le n-2$，与G中每对结点的度数之和大于等于$n-1$矛盾。

21.
强连通图：(a) (e) (f)

单向连通图：(a)、(b)、(d)、(e)、(f)

弱连通图：(a) (b) (c) (d) (e) (f)

23. 强连通分支：由$\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$，$\{v_5\}$，$\{v_6\}$、$\{v_7\}$，$\{v_8\}$导出的子图

单向连通分支：由$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$、$\{v_5, v_6, v_7\}$、$\{v_7, v_8\}$导出的子图

弱连通分支：由集合$\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$导出的子图

25. (1) $\deg^+(v_i) = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}$ $\quad \deg^-(v_i) = \sum_{k=1}^{n} a_{ki}$ $\quad \deg(v_i) = \sum_{k=1}^{n} (a_{ik} + a_{ki})$

(2) $\sum_{v \in V} \deg^+(v) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} a_{ik}$ $\quad \sum_{v \in V} \deg^-(v) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} a_{ki}$

$\sum_{v \in V} \deg(v) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (a_{ik} + a_{ki}) = 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} a_{ik}$.

(3) $|E| = \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} a_{ik}$.