大学物理•电磁学

主讲教师：吴 喆

第 12 章　变化的电磁场

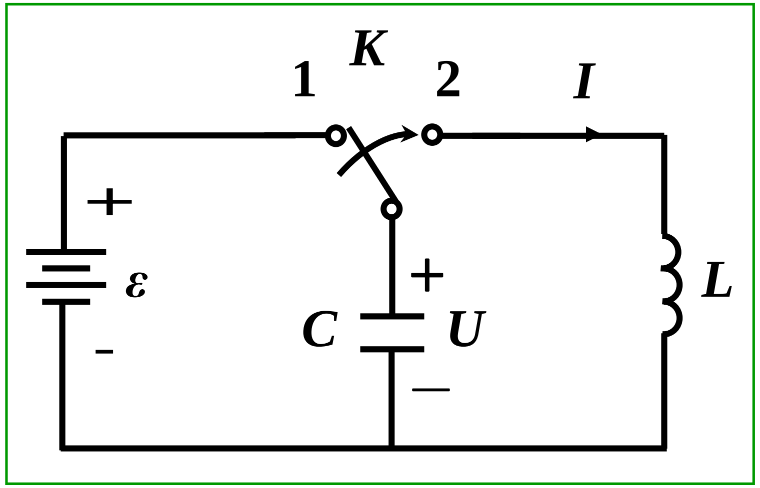
12.7 电磁波

本节的研究内容

- 电磁波的产生及平面电磁波的基本性质
- 能流密度

1868年麦克斯韦预言了电磁波的存在，20年后赫兹用实验证实了这个预言。

12.7.1 电磁波的产生和传播



(1)波源:

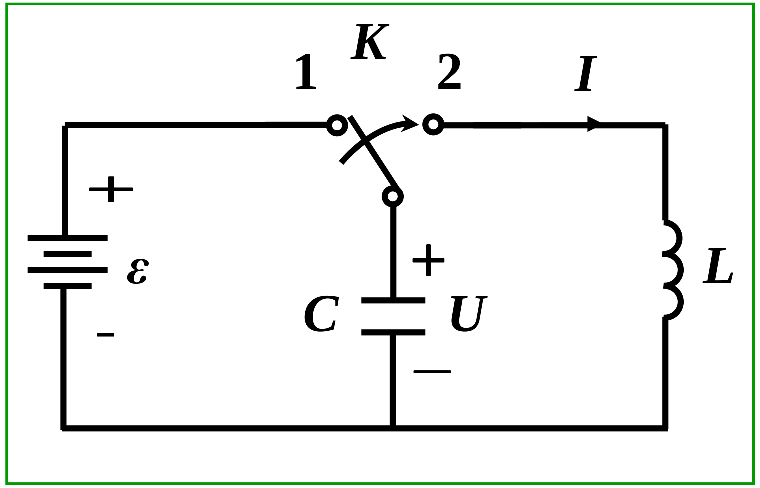
如图所示LC 振荡电路，开关K由1→2，回路中的电压、电流

$$\left.\begin{aligned} U &= U_0\cos(\omega t+\theta) \\ I &= I_0\sin(\omega t+\theta) \end{aligned}\right\}$$

—简谐振荡($\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ 称为振荡角频率)

(2)振荡频率必须足够高：

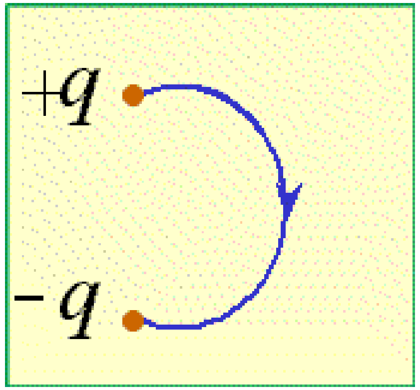
单位时间内电磁波的辐射能 $\propto \omega^4$

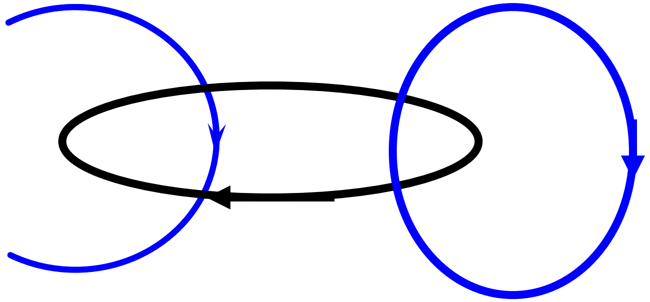


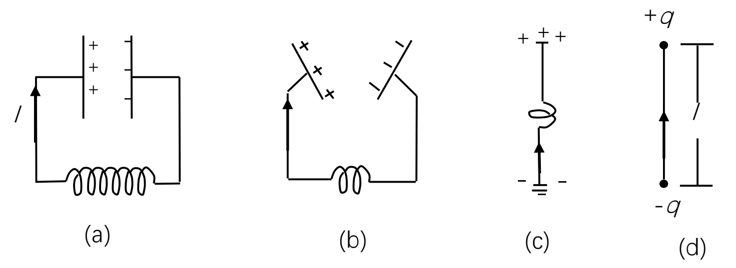
(3)电路必须开放：

减小电容器极板面积、增大极板间距，减小线圈匝数……，最后振荡电路转化为一根直导线，相当于振荡偶极子。

$$p_e = ql = q_0 l\cos(\omega t+\theta) = p_0\cos(\omega t+\theta)$$



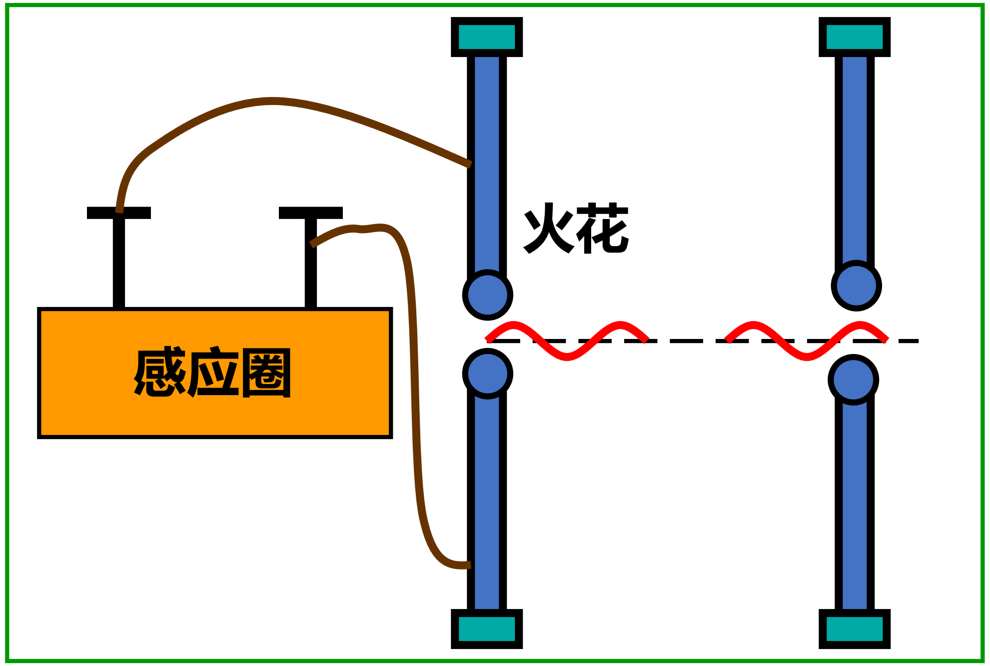




提高振荡电路的频率并开放电磁场的方法

实验证实

1888 年赫兹首次在实验中实现了电磁波的发送和接收



12.7.2 电磁波的波动方程

假设在局部空间不存在电荷和电流，也无介质，只有电磁场，这时

$$\rho = 0, \vec{j} = 0, \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}, \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

代入麦克斯韦微分方程组中，得

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{D} = 0 & \cdots\cdots(1) \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 & \cdots\cdots(2) \\ \nabla \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \cdots\cdots(3) \\ \nabla \times \vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \cdots\cdots(4) \end{cases}$$

对(3)式两边取旋度:

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=-\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{B})=-\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

应用矢量分析公式 $\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}$ **，可得**

$$\boxed{\begin{aligned}\nabla^2\vec{E}&=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}\\ \nabla^2\vec{H}&=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}\end{aligned}}$$

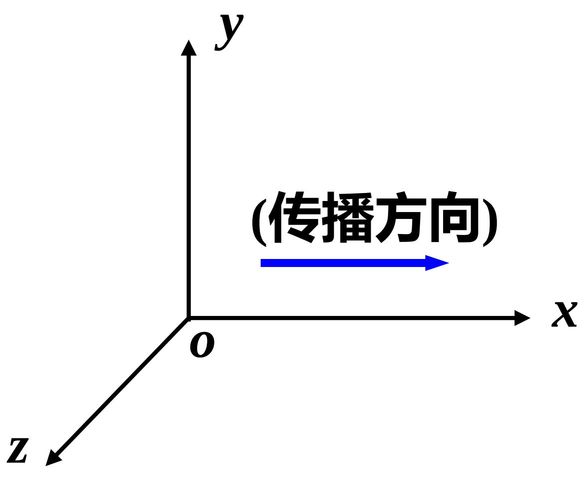
同样的方法，可得

这就是电磁波的波动方程，电场和磁场以波动的形式在空间传播形成电磁波，传播的速度

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=2.997\times10^8\,\mathrm{m/s}$$

如果假定 $\vec{E}$ 只有y分量，$\vec{H}$只有z分量，且在oyz平面上$\vec{E}$和$\vec{H}$是均匀分布的，并只沿x方向传播，即

$$\vec{E}=E(x,t)\vec{j},\quad \vec{H}=H(x,t)\vec{k}$$



则波动方程为
$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 E}{\partial x^2}=\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2} & (E\text{沿}y\text{方向})\\[2ex] \dfrac{\partial^2 H}{\partial x^2}=\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2 H}{\partial t^2} & (H\text{沿}z\text{方向})\end{cases}$$

上式方程的一个特解
$$\begin{cases}E=E_0\cos[\omega(t-\dfrac{x}{c})]\\[2ex] H=H_0\cos[\omega(t-\dfrac{x}{c})]\end{cases}$$

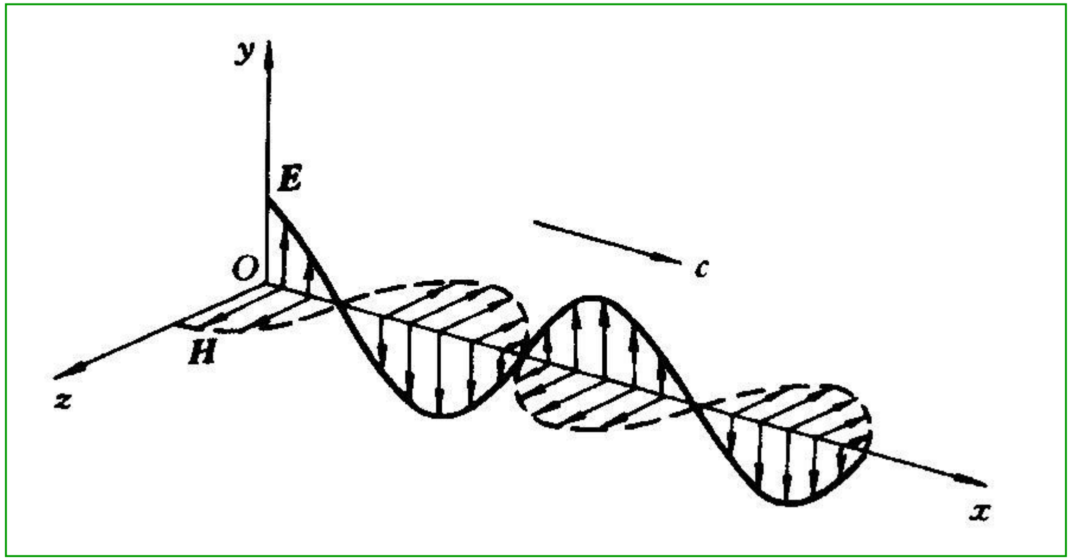
此时，电场和磁场以平面简谐波的形式由近及远在空间

12.7.3 平面电磁波的基本性质

(1)电磁波是横波，$\vec{E}$、$\vec{H}$ 的方向均与传播方向垂直， 且 $(\vec{E}\times\vec{H})$ 的方向就是电磁波传播的方向。

(2)电场和磁场的周期、相位相同，且 $\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0, \sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$

(3)电磁波的传播的速度 $u=\dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\dfrac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$



12.7.4 电磁波的能流密度

(1)电磁波的能量密度(即单位体积内的电磁能量)为

$$w=\frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{B}\cdot\vec{H})=\frac{1}{2}(\varepsilon E^2+\mu H^2)$$

(2)电磁波的能流密度

单位时间内通过与电磁波传播方向垂直的单位面积的能量，叫做电磁波的能流密度

以S表示能流密度的大小，则 $S=wu$　　考虑到：$u=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}},\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$

$$\therefore\quad S=EH$$

由于能流沿波的传播方向，写成矢量式：$\boxed{\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}}$

能流密度的平均值称为波强，对平面电磁波　$\bar{S}=\frac{1}{2}E_0H_0$

谢谢大家！