物理学院

大学物理•电磁学

主讲教师：吴 喆

第 11章　静磁学

11.7 介质静磁学

11.7.1 磁介质

（1） 电介质的极化和磁介质的磁化（类比）

- **电场中**，电介质极化后，在均匀电介质表面出现**极化电荷**，于是电介质中的电场为：

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'=\frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}$$

式中, ε_r是电介质的**相对介电常数**, 它随电介质的种类和状态的不同而不同。

真空介电常数为$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\mathrm{C}^2/\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2$，真空的相对介电常数 $\varepsilon_r=1$ 。

- **磁场中**，磁介质磁化后，在均匀磁介质表面出现**磁化电流**，于是磁介质中的磁场为：

$$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'=\mu_r\vec{B}_0$$

式中, μ_r是磁介质的**相对磁导率**, 它随磁介质的种类和状态的不同而不同。

真空磁导率为$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{T}\cdot\mathrm{m/A}$，真空的相对磁导率 $\mu_r=1$ 。

11.7.1 磁介质

(2) 磁介质的分类

◆ 磁介质中的磁场为： $\boxed{\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'=\mu_r\vec{B}_0}$

◆ 根据 μ_r 的取值，可将磁介质分为四类：

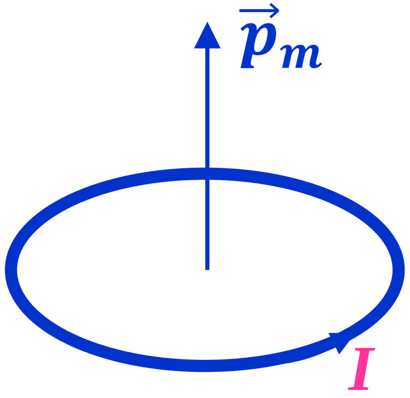
$$\begin{cases} \mu_r < 1 & \text{抗磁质，如锌、铜、铅等；} \\ \mu_r > 1 & \text{顺磁质，如锰、铬、氧等；} \\ \mu_r \gg 1 & \text{铁磁质，如铁、钴、镍等；} \\ \mu_r = 0 & \text{完全抗磁质，如超导体。} \end{cases}$$

思考：为什么各类磁介质的相对磁导率 μ_r 有如此的不同呢？

$\longrightarrow$ 外磁场的作用下的磁化机理

11.7.1 磁介质

(3) 介质磁化机制



◆ 固有磁矩

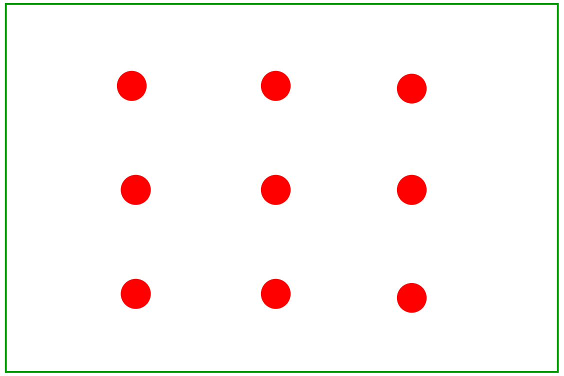
- 根据物质结构理论，分子中的电子绕核运动, 同时又**自旋**。
- 这些运动产生的磁效应，可用一个**圆电流**来等效。

这个等效的圆电流称为**分子电流**，相应的磁矩 $\vec{p}_m$ 称为分子的**固有磁矩**。

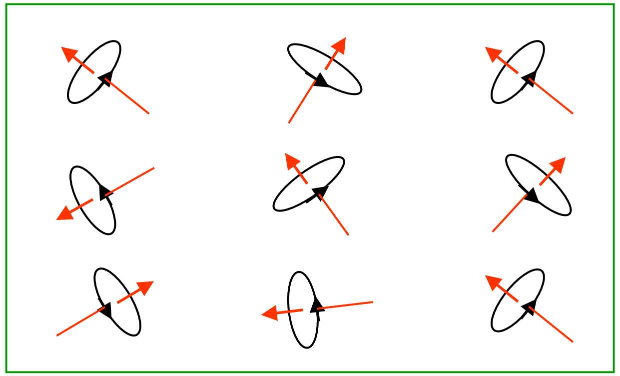
◆ 无外加磁场

$\vec{p}_m = 0,$

$\sum\vec{p}_m = 0$



抗磁质



顺磁质

$\vec{p}_m \neq 0,$

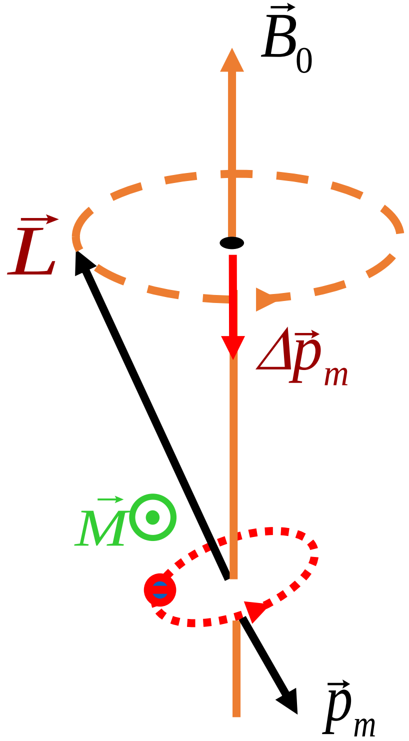
$\sum\vec{p}_m = 0$

11.7.1 磁介质

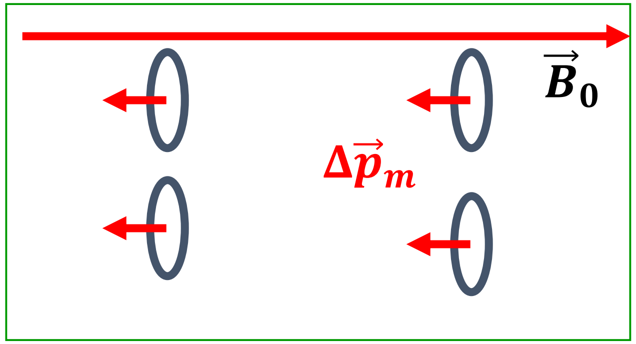
(3) 介质磁化机制

◆ 在外磁场$\vec{B}_0$作用下，分子中的电子受到洛仑兹力的作用，除了绕核运动和自旋外，还要附加一个以外磁场方向为轴线的转动，从而形成**进动**。

产生一个和外磁场$\vec{B}_0$方向相反的**附加磁矩$\Delta\vec{p}_m$**



① 外场中的抗磁质



$\sum\Delta\vec{p}_m \neq 0$ 称为**感应磁化**。

附加磁矩$\Delta\vec{p}_m$产生的磁场$\vec{B}'$的方向总是与外磁场$\vec{B}_0$的方向相反，抗磁质中：

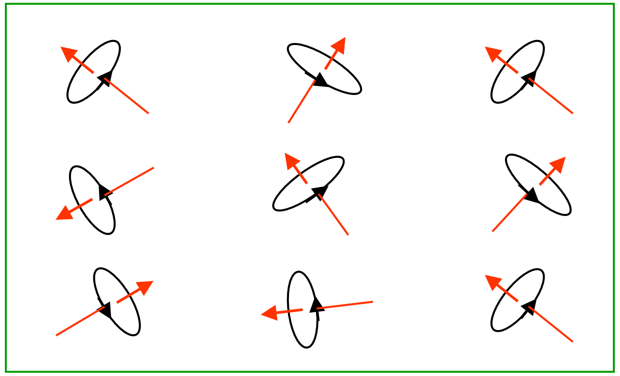
$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' < \vec{B}_0$$

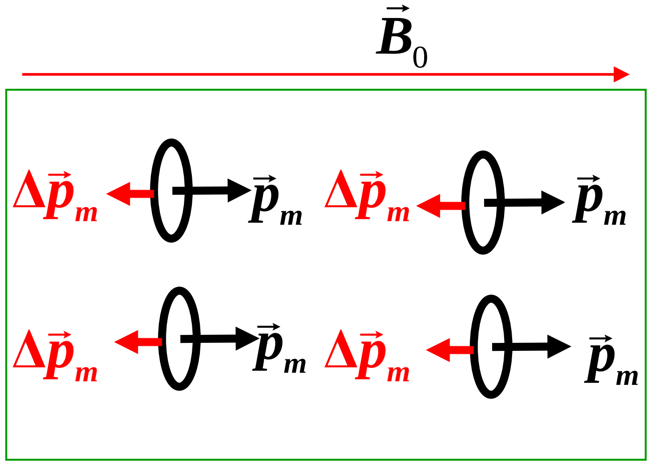
这是**抗磁性**的重要表现。

11.7.1 磁介质

(3) 介质磁化机制

② 外场中的顺磁质





$$\sum\vec{p}_m+\sum\Delta\vec{p}_m \approx \sum\vec{p}_m \neq 0$$

称为**取向磁化**。

分子的固有磁矩$\vec{p}_m$产生的附加磁场$\vec{B}'$的方向总是与外磁场$\vec{B}_0$的方向相同，

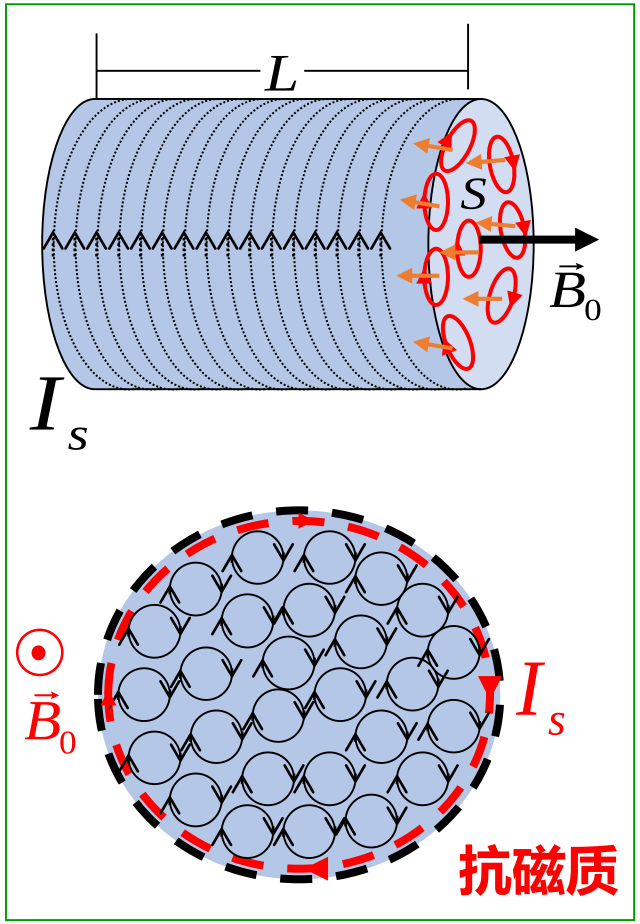
在顺磁质中：

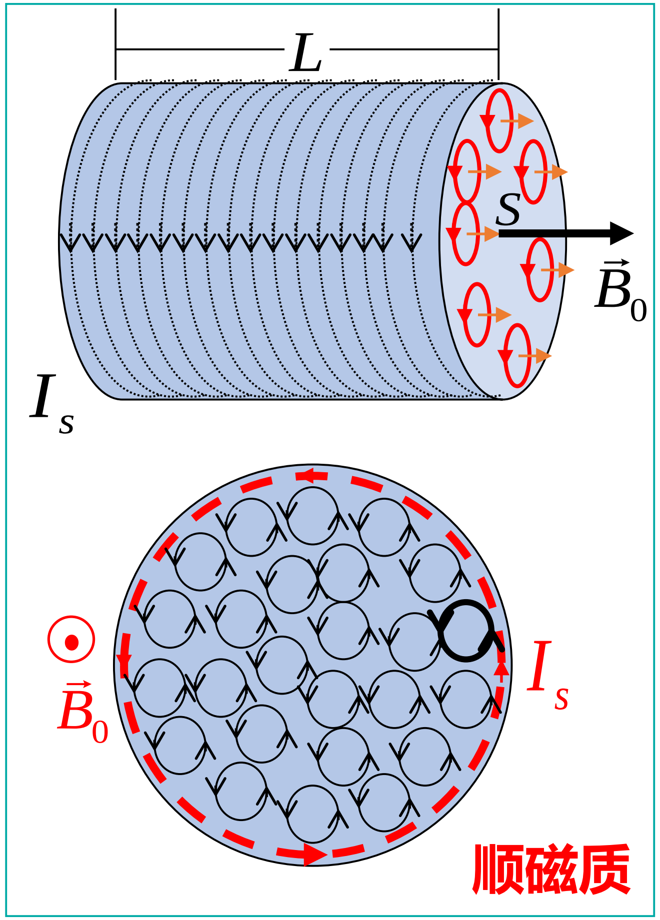
$$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'>\vec{B}_0$$

这是**顺磁性**的重要表现。

11.7.1 磁介质

(3) 介质磁化机制





◆ 无论顺磁质还是抗磁质磁化后均在介质表面产生**磁化电流**，也称**束缚电流**

11.7.1 磁介质

(4) 磁化强度和磁化电流

① 磁化强度

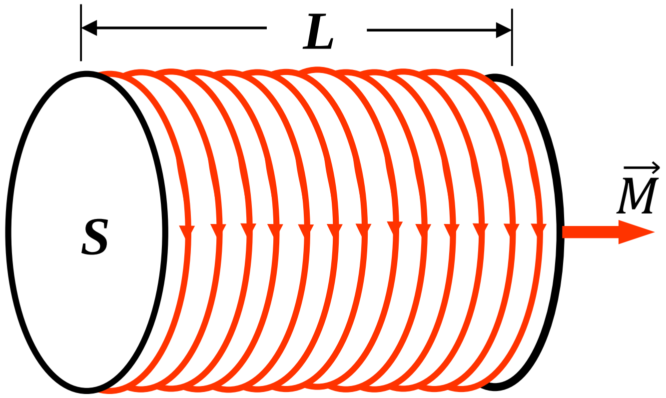
单位体积内分子磁矩(包括附加磁矩)的矢量和 $\boxed{\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{p}_{mi}}{\Delta V}}$

磁化强度反映磁介质的磁化程度。若在某介质内各点的$\vec{M}$相同，就称为均匀磁化。

② 磁化电流

为简单起见，我们用长直螺线管中的圆柱体顺磁质来说明它们的关系。

设磁化电流线密度(即垂直电流方向单位长度上的磁化电流强度)为J'，则此磁介质中的总磁矩为：



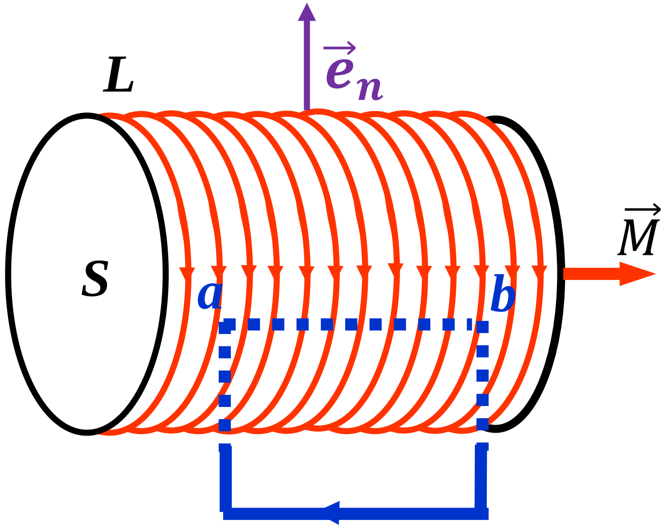
$$J'LS = \left|\sum \vec{p}_{mi}\right|$$ = 磁介质中所有分子磁矩的矢量和

11.7.1 磁介质

(4) 磁化强度和磁化电流

按磁化强度的定义，有

$$M = \frac{\left|\sum \vec{p}_{mi}\right|}{\Delta V} = J'$$



即磁化电流线密度 J' 等于磁化强度 M 的大小。

一般情况下, $J' = M\sin\theta$，θ 是$\vec{e}_n$与$\vec{M}$间的夹角,可写成下面的矢量式:

$$\boxed{\vec{J}' = \vec{M} \times \vec{e}_n}$$

（$\vec{e}_n$ 是介质表面外法线方向上的单位矢量）

取如一矩形闭合路径 $\vec{l}$，则磁化强度的环流为 $\oint_l \vec{M}\cdot d\vec{l} = M\overline{ab} = J'\overline{ab} = \sum I'_{内}$

$J'\overline{ab}$：闭合路径$\vec{l}$ 所包围的磁化电流的代数和

11.7.2 磁介质中的磁场

（1） 高斯定理

当空间存在磁介质时，空间各点的磁感应强度$\vec{B}$应是传导电流产生的$\vec{B}_0$与磁化电流产生的$\vec{B}'$的矢量和，即：

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'}$$

磁化电流产生的磁场与传导电流产生的磁场一样，磁感应线都是闭合曲线。

因此，在有磁介质存在的情况下，高斯定理为：

$$\boxed{\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S (\vec{B}_0 + \vec{B}') \cdot d\vec{S} = 0}$$

（2） 安培环路定理

在磁介质中，安培环路定理应写为 $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\sum I_{0_{内}} + \sum I'_{内}\right)$

式中，$\sum I_{o内}$ 和 $\sum I'_{内}$分别是闭合路径 $\vec{l}$ 所包围的传导电流和磁化电流的代数和。

11.7.2 磁介质中的磁场

(2) 安培环路定理

$$\because \oint_l \vec{M}\cdot d\vec{l} = \sum I'_{内}$$

$$\therefore \oint_l \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum I_{0内}$$

定义：磁场强度矢量

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

磁介质中的安培环路定理：

$$\boxed{\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_{0内}}$$

实验表明，在各向同性磁介质中， $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ 其中χ_m叫磁介质的磁化率。

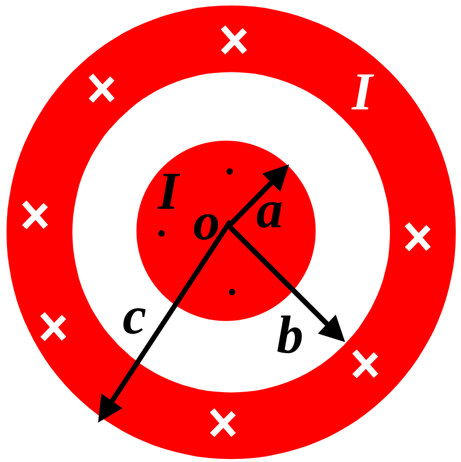
$$\because \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

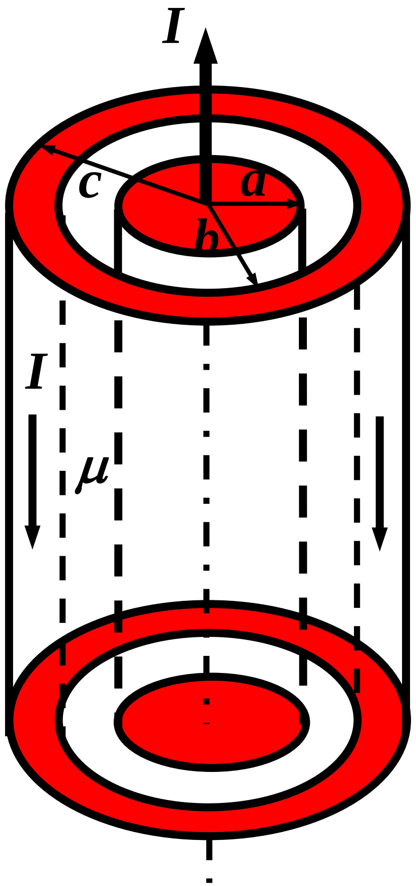
得： $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H}$

相对磁导率 $\mu_r = 1 + \chi_m$，磁导率 $\mu = \mu_0\mu_r$ ，则： $\boxed{\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}}$

11.7.3 介质静磁学的应用

例11-6 一根长直同轴线，两导体中间充满磁导率为μ 的各向同性均匀非铁磁绝缘材料。传导电流 I 沿导线向上流去,由圆筒向下流回，设电流在截面上都是均匀分布的。求：同轴线内外的磁场强度$\vec{H}$ 和磁感应强度$\vec{B}$ 的分布，以及贴导线的磁介质内表面上的磁化电流。





解： 由安培环路定理，

$$\boxed{\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_{0内}}$$

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\cdot 2\pi r = \sum I_{0内}$$

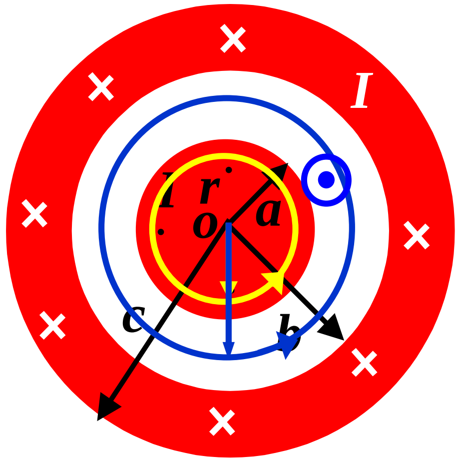
磁场强度： $H = \dfrac{\sum I_{0内}}{2\pi r}$

磁感应强度： $B = \mu H$

例11-6 一根长直同轴线，两导体中间充满磁导率为μ 的各向同性均匀非铁磁绝缘材料。传导电流 I 沿导线向上流去,由圆筒向下流回，设电流在截面上都是均匀分布的。求：同轴线内外的磁场强度$\vec{H}$ 和磁感应强度$\vec{B}$ 的分布，以及贴导线的磁介质内表面上的磁化电流。

解:

$$\begin{cases} r<a: & H=\dfrac{(I/\pi a^2)\cdot\pi r^2}{2\pi r}=\dfrac{Ir}{2\pi a^2} & B=\mu_0 H=\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2} \\ a<r<b: & H=\dfrac{I}{2\pi r} & B=\mu H=\dfrac{\mu I}{2\pi r} \\ b<r<c: & H=\dfrac{I-\dfrac{I\cdot\pi(r^2-b^2)}{\pi(c^2-b^2)}}{2\pi r} & B=\mu_0 H=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\dfrac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right) \\ r>c: & H=\dfrac{0}{2\pi r}=0 & B=0 \end{cases}$$



紧贴导线的磁介质内表面处的磁化强度 $M=\chi_m H=(\mu_r-1)H$

磁化电流面密度 $J'=M\sin\theta=M=(\mu_r-1)\dfrac{I}{2\pi a}$ 总磁化电流 $I=2\pi aJ'=(\mu_r-1)I$

谢谢大家！