大学物理•电磁学

主讲教师：吴 喆

第 10章　静电学

10.5 电介质

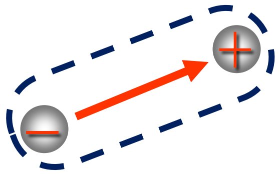
10.5.1 电介质的极化和极化强度

（1）电介质

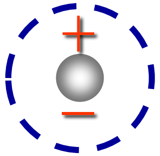
电介质分为两类：无极分子电介质和有极分子电介质。

有极分子电介质：正、负电荷中心不重合，而相隔一固定的距离，一个分子就形成一个电偶极子。

电矩：$\boxed{\vec{p}_e = q\vec{l}}$

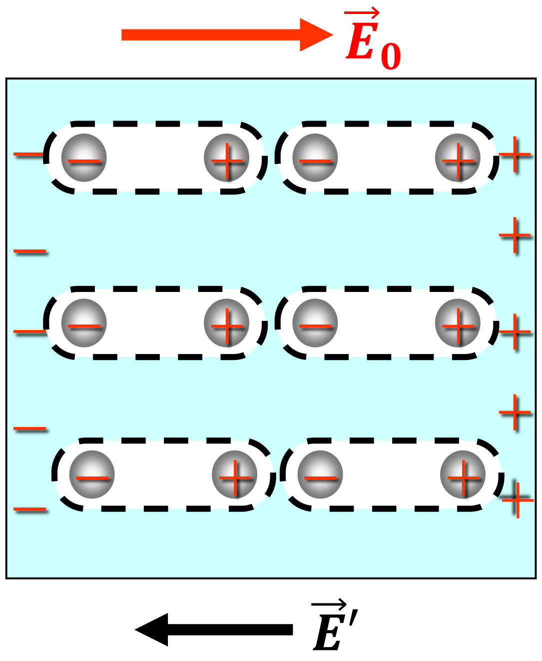


无极分子电介质：正、负电荷中心重合，固有电矩为零。



(2) 电介质的极化

I 无极分子 (位移极化)



无外场： $\vec{p}_i = 0, \sum_i \vec{p}_i = 0$

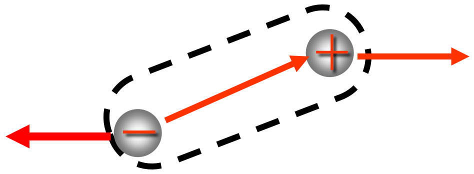
外场中：正负电荷发生微小位移 $\vec{p}_i \neq 0, \sum_i \vec{p}_i \neq 0$

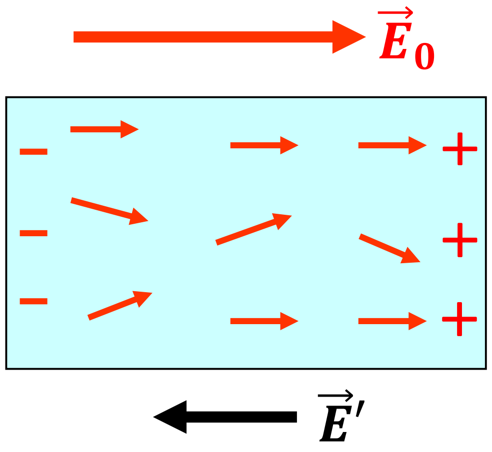
II 有极分子 (取向极化)

无外场： $\vec{p}_i \neq 0, \sum_i \vec{p}_i = 0$

外场中：分子电矩向着外场方向转动

$$\sum_i \vec{p}_i \neq 0$$



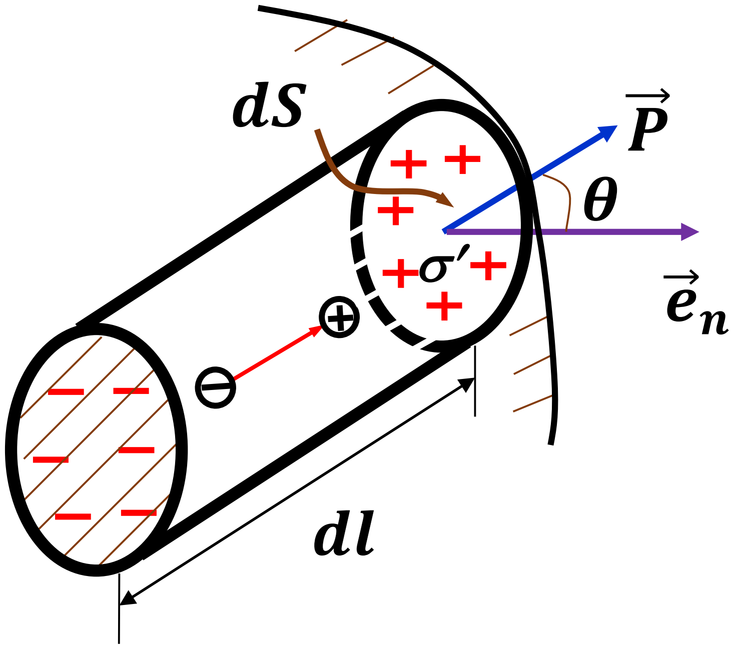


宏观效果：在介质表面出现束缚电荷并产生附加电场。

(3) 极化强度矢量

定义：单位体积内分子电矩的矢量和

$$\boxed{\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}}$$



(4) 极化电荷

极化，在斜柱体的两个底面将出现等量异号的**束缚电荷;**

此斜柱体(电偶极子)，其电矩为 $\sigma' \mathrm{d}S \cdot dl = \left|\sum_i \vec{p}_i\right|$

斜柱体体积：$\mathrm{d}V = \mathrm{d}S\mathrm{d}l\cos\theta$

极化强度的大小 $P = \frac{|\sum \vec{p}_i|}{dV} = \frac{\sigma'}{\cos\theta}$

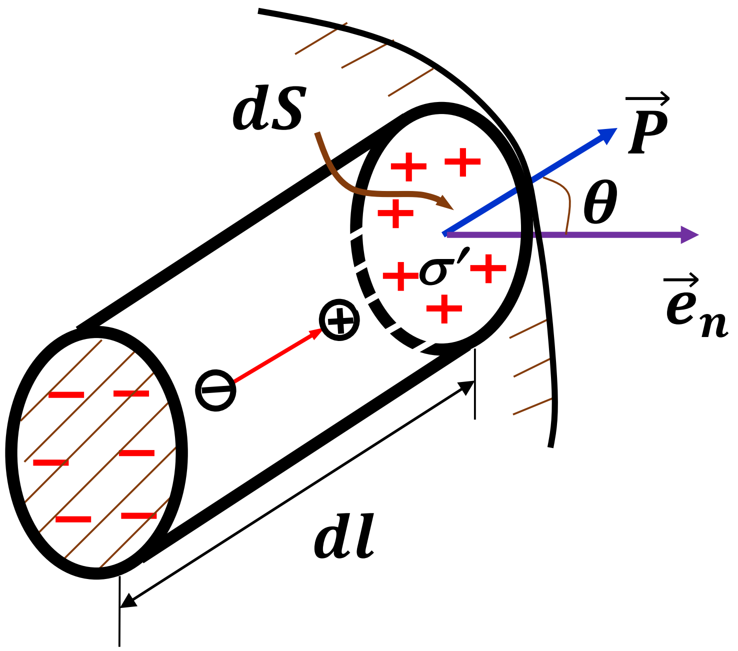
束缚(极化)电荷面密度为 $\sigma' = P\cos\theta = P_n = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$

电介质表面的束缚电荷面密度等于该处极化强度的法向分量 ($\vec{e}_n$垂直于介质表面并由内指向外)

由于极化而出现在dS上的束缚电荷为:

$$\mathrm{d}q' = \sigma' \mathrm{d}S = P\cos\theta \mathrm{d}S = \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$\vec{P} \cdot d\vec{S}$ 称为通过面元 $\mathrm{d}S$ 的**极化强度通量**



通过电介质 中某一闭合曲面 S 的 P 通量 $\oint_S \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

等于因极化而穿过此面的束缚电荷总量。

由**电荷守恒定律**，由于极化而留在封闭面S内的束缚电荷总量应为:

$$\boxed{\oint_S \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum q'}$$

10.5.2 电介质中电场的性质

(1)介质中的场强

由自由电荷q_0产生

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$$

由极化电荷q'产生

$$\begin{tikzcd} \vec{E}_0 \arrow[r] & \vec{P} \arrow[r] & q'(\sigma',\rho') \arrow[dl] \\ & \vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}' \arrow[u] & \end{tikzcd}$$

在电介质内部，由于极化电荷产生的电场$\vec{E}'$总是与自由电荷产生的电场$\vec{E}_0$方向相反，所以电介质内部任一点的合场强$\vec{E}$总比原来的场强$\vec{E}_0$小一些。

实验证明，当均匀各向同性的电介质充满整个电场空间或电介质的界面是场中的等势面时，电介质内部的场强为：$\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$

实验证明，对于各向同性材料，电场不太强的情况下， $\vec{P}$ 和 $\vec{E}$ 成正比，即

$$\boxed{\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\vec{E}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\vec{E}}$$

式中 χ_e称为介质的极化率，$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$称为 电介质的介电常数。

(2) 介质中的静电场规律

$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$$

- 环路定理： $\oint_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$ （静电场无旋）

自由电荷

- 高斯定理： $\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_S(q_0+q')$ （静电场有源）

极化电荷

(3) 电位移矢量

由于极化而留在封闭面S内的束缚电荷总量 $\oint_S \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum_S q'$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_0 + q')$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum_S q_0 - \oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}\right)$$

移项得: $$\oint_S \left(\underline{\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_S q_0$$

自由电荷

电位移矢量 $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

- 电介质中的高斯定理: $$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_S q_0}$$

电位移矢量通过静电场中任意封闭曲面的通量等于曲面内自由电荷的代数和。

- **电介质中的高斯定理:** $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_S q_0$

讨 论

◆ 电位移矢量$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$，与$q_0$，$q'$均有关

◆ $\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$ ：穿过闭合曲面的D通量仅与 $\sum_S q_0$ 有关

◆ 电位移矢量分布可用场线描述——$\vec{D}$线，$\vec{D}$ 线仅发自和终止于自由电荷。

◆ 对各向同性介质有：

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0\chi_e\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$$

当 ε 为常量时，$\vec{D}$ 与 $\vec{E}$ 呈线性关系。

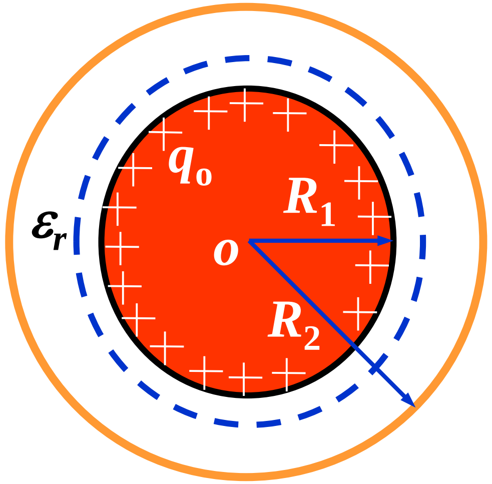
10.5.3 电介质中电场的计算

例10-10 一带正电荷q_0,半径为R_1的金属球，被一内外半径分别为R_1和$R_2(R_1 < R_2)$的均匀电介质同心球壳包围，已知电介质的相对介电常数为ε_r，介质球壳外为真空。

求：(1)空间的电场分布；(2)球心o点的电势；(3)电介质球壳内表面上的束缚电荷总量。

解： (1) 选同心球面(半径为r)为高斯面，则

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = D\cdot 4\pi r^2 = \sum_S q_0$$



$$\begin{cases} r < R_1: & \sum\limits_S q_0 = 0, & \therefore D_1 = 0, E_1 = 0 \\ R_1 < r < R_2: & \sum\limits_S q_0 = q_0, & \therefore D_2 = \dfrac{q_0}{4\pi r^2}, E_2 = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} \\ r > R_2: & \sum\limits_S q_0 = q_0, & \therefore D_3 = \dfrac{q_0}{4\pi r^2}, E_3 = \dfrac{D}{\varepsilon_0} = \dfrac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$

$\vec{D}$与$\vec{E}$的方向均沿球半径指向外

10.5.3 电介质中电场的计算

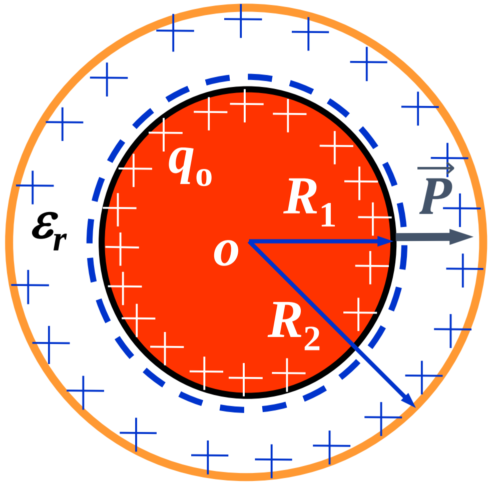
例10-10 一带正电荷q_0,半径为R_1的金属球，被一内外半径分别为R_1和$R_2(R_1 < R_2)$的均匀电介质同心球壳包围，已知电介质的相对介电常数为ε_r，介质球壳外为真空。

求：(1)空间的电场分布；(2)球心o点的电势；(3)电介质球壳内表面上的束缚电荷总量。

解： (2)取无穷远处为电势零点，则球心o的电势可由定义式求得

$$U_o = \int_0^{R_1} E_1 dr + \int_{R_1}^{R_2} E_2 dr + \int_{R_2}^{\infty} E_3 dr$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$



(3) 电介质球壳内表面的束缚电荷面密度：

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n = -P = -\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E_2$$

电介质球壳内表面的束缚电荷总量， $q' = \sigma' \cdot 4\pi R_1^2 = \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right) q_0$

物理学院

谢谢大家！