Demostración ecuación de diferencia

David Alexander Rativa Gutierrez

Mayo 10 2023

Se tiene la ecuación:

$$k^{n-1}U_1 + C[k^{n-2} + K^{n-3} + ... + k + 1]$$

De donde se obtiene:

$$k^{n-2} + k^{n-3} + ... + k + 1 = \frac{(k^{n-1}-1)}{k-1} \text{ con } k \neq 1$$

$$\sum_{i=0}^{n-2} k^i = \frac{(k^{n-1}-1)}{k-1}$$

Para realizar esta demostración por inducción se toma como caso base $n = 2$:

$$\sum_{i=0}^{2-2} k^i = 1\frac{k^{2-1}-1}{k-1} = \frac{k^1-1}{k-1} = 1$$

Si

$$\sum_{i=0}^{n-2} k^i = \frac{k^{n-1}-1}{k-1}$$

Entonces

$$\sum_{i=0}^{n-2} k^i = \frac{k^n-1}{k-1}$$

$$\sum_{i=0}^{n-2} k^i + k^{n-1} = \frac{k^{n-1}-1}{k-1} + k^{n-1}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} k^i = \frac{k^{n-1}-1+(k^{n-1})(k-1)}{k-1} + k^{n-1} = \frac{-1+k^n}{k-1} = \frac{k^n}{k-1}$$