

Opgaver Laplacetransformationen

Løs følgende differentialligninger ved først at Laplacetransformere og derefter invers Laplacetransformere.

Opgave a

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + \frac{df(t)}{dt} + f(t) = u(t) \quad (1.1)$$

hvor $f(0) = 1$ og $f'(0) = 1$.

Opgave b

$$6 \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 10 \frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = 0 \quad (1.2)$$

hvor $f(0) = 0$ og $f'(0) = 1$.

Opgave c

$$\frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = u(t) \quad (1.3)$$

hvor $f(0) = 5$.

Opgave d

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 2 \frac{df(t)}{dt} + 8f(t) = \delta(t) \quad (1.4)$$

hvor $f(0) = 1$ og $f'(0) = 1$.

Opgave e

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 10 \frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = 0 \quad (1.5)$$

hvor $f(0) = 0$ og $f'(0) = 1$.

Opgave f

$$\int_0^t f(t)dt + 4 \frac{df(t)}{dt} + f(t) = 0 \quad (1.6)$$

hvor $f(0) = 3$.

Opgave g

$$\int_0^t f(t)dt + f(t) = u(t) \quad (1.7)$$

Opgave h

Find den Laplacetransformerede $F(s)$ Angiv om du bruger dæmpnings eller tidsforskydningsreglen:

i) $f(t) = t^2 u(t-1) + tu(t-2)$

ii) $f(t) = tu(t-9) + u(t)$

iii) $f(t) = tu(t-9) + e^{-2t} \sinh(3t)u(t)$

iv) $f(t) = \cosh(3t)u(t)$

v) $f(t) = \sin(t)u(t-1)$

vi) $f(t) = (t-4)u(t-2)$

Opgave i

Find den invers Laplacetransformerede af:

i) $F(s) = \frac{s}{s^2+4s+10}$

ii) $F(s) = \frac{s}{s^2+4s+10}$

iii) $F(s) = \frac{1}{s^2+s}$

iv) $F(s) = \frac{4+s}{s^2+4s+8}$

v) $F(s) = \frac{2}{s^2+2s+4}$

vi) $F(s) = \frac{1}{4s+10}$