

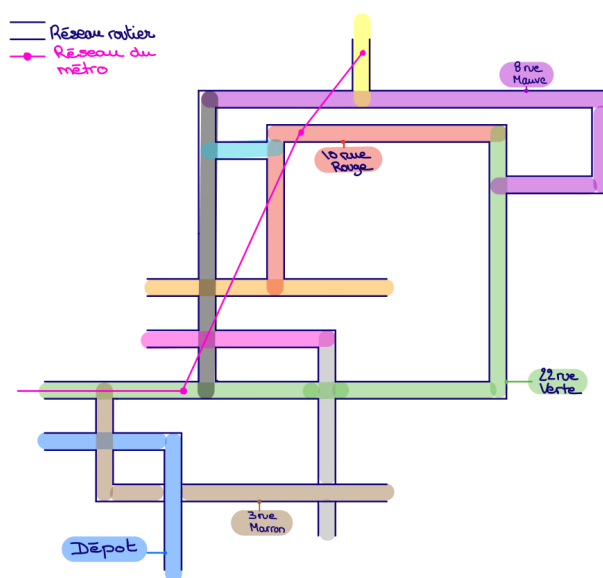
Projet de Recherche Opérationnelle

- Balade en ville

Etien Niels

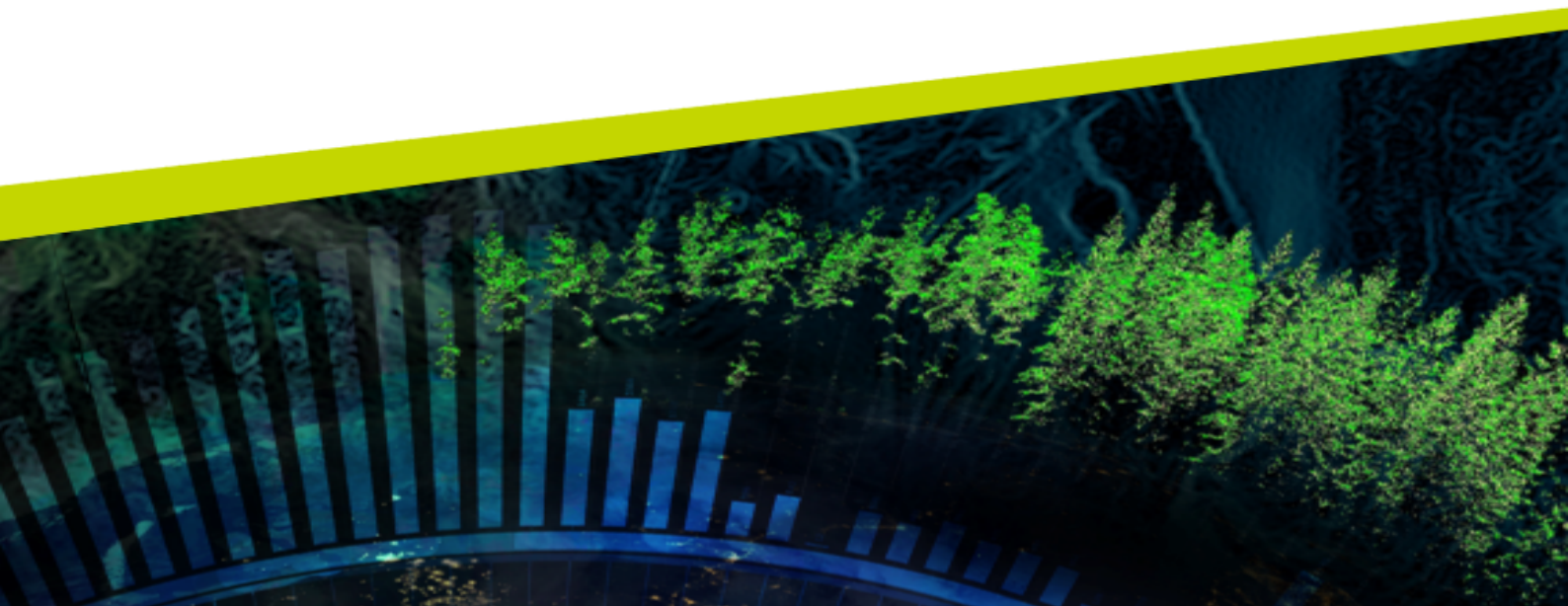
De Crescenzo Ambre

ITI4



Délivré le 8 Novembre, 2022

Professeur référent : Geraldine Del Mondo



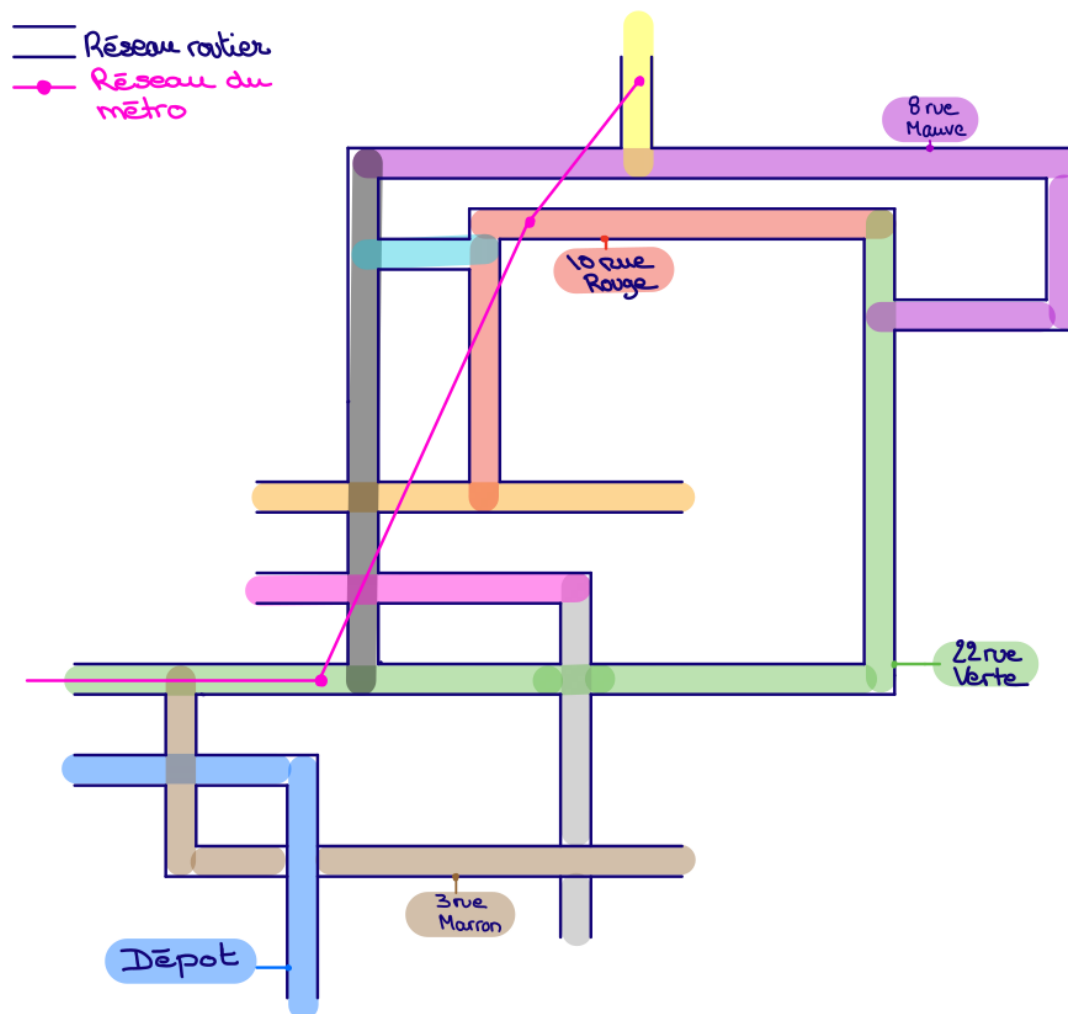
Sommaire

1	Introduction	2
2	Modélisation, définition du problème formel, et association d'une classe de complexité	3
2.1	Modélisation	3
2.1.1	Graphe originel	3
2.1.2	Graphe intermédiaire (pour résoudre le problème)	3
2.2	Problème formel	3
2.3	Complexité	3
3	L'algorithme	4
3.1	Etat de l'art	4
3.1.1	Algorithme du plus court chemin	4
3.1.2	Voyageur de commerce	4
3.1.3	Bibliographie	4
3.2	Pseudo-code	5
3.2.1	Algorithme de Dijkstra	5
4	Implémentation	6
4.1	Graphe des données	6
4.2	Résultat	7
5	Adaptation	8
5.1	Adaptation : métro fermé	8
5.2	Panne du métro de la ville	8
6	Conclusion	9

1 Introduction

Le but de ce projet de Recherche opérationnelle est de répondre à un problème de livraison. Le dépôt est situé au 5 de la rue Bleu sur le plan de la ville ci-dessous. Elle dispose également d'un réseau de métro utilisable pour les livraisons. On souhaite obtenir le trajet le plus court et qui ne repasse pas deux fois par la même adresse. Le trajet de livraison standard passe via quatre adresses de la ville, respectivement au 10 rue Rouge, 8 rue Mauve, au 22 rue Verte et 3 rue Marron avant de revenir au dépôt.

Notre objectif est donc d'implémenter une fonction affichant le meilleur trajet (en terme de distance), ne passant pas 2 fois par la même adresse ; il faut partir du dépôt, passer une fois par chaque adresse, avant de finalement revenir au dépôt.



2 Modélisation, définition du problème formel, et association d'une classe de complexité

2.1 Modélisation

2.1.1 Graphe originel

$$G = (V, E, l_e)$$

$$V = \{s_i | i \in [|intersections| + |adresses|]\}$$

$$E = \{(c_j, c_k) | \exists \text{ une rue/méto entre ces intersections/adresses; } j \neq k \text{ et } j, k \in [|V|]; \text{ et } c_j, c_k \in V\}$$

$$l_e : E \rightarrow R^+$$

$$l_e(c_j, c_k) = longueur(c_j, c_k)$$

Caractéristiques :

- non orienté
- arcs valués
- connexe
- simple

2.1.2 Graphe intermédiaire (pour résoudre le problème)

$$G = (V, E, l_e, ch_e)$$

$$V = \{s_i | i \in [|adresses|]\}$$

$$E = \{(c_j, c_k) | \exists \text{ un chemin entre ces adresses; } j \neq k \text{ et } j, k \in [|V|]; \text{ et } c_j, c_k \in V\}$$

$$l_e : E \rightarrow R^+$$

$$l_e(c_j, c_k) = longueur(c_j, c_k)$$

$$ch_e : E \rightarrow R^+$$

$$ch_e(c_j, c_k) = chemin(c_j, c_k)$$

Caractéristiques :

- non orienté
- arcs valués
- connexe
- simple

2.2 Problème formel

Problème :

Trouver un cycle de coût minimal passant par toutes les adresses de livraison + le dépôt.

Transformation du problème pour qu'il soit résolvable : il faut transformer le graphe contenant les intersections et les adresses en un graphe contenant seulement les adresses.

Le nouveau problème devient le suivant :

Trouver le chemin hamiltonien de coût minimal dans ce nouveau graphe, s'il existe.

2.3 Complexité

La classe de complexité associée à ce genre de problème est non polynomiale, NP-Complet. On pense que cela devrait bien se passer puisque dans notre exemple, nous n'avons que 5 adresses (le dépôt + 4 adresses de livraison), on peut donc vraisemblablement trouver la solution dans un temps raisonnable.

3 L'algorithme

3.1 Etat de l'art

3.1.1 Algorithme du plus court chemin

Dijkstra : Algorithme polynomial. Il prend en entrée un graphe dont les arcs sont valués (avec des valeurs positives) et un sommet, et retourne un sous-graphe dans lequel les sommets sont valués avec leur distance au sommet de départ. Le but final de cet algorithme est de récupérer la distance minimale entre le sommet de départ, et les autres sommets du graphe.

Bellman-Ford : Cet algorithme permet de calculer les plus courts chemins depuis un sommet source, les chemins pouvant avoir des valeurs négatives. Il ne nous intéresse pas dans notre projet puisque toutes les valuations des arcs sont des distances, qui sont positives.

A* : Il permet de rechercher le chemin le plus court entre deux sommets d'un graphe, en prenant en compte d'éventuels obstacles. Il utilise une évaluation heuristique afin de trouver le meilleur chemin. Dans notre cas, on préférera utiliser Dijkstra puisque l'on a pas besoin d'éviter des obstacles.

3.1.2 Voyageur de commerce

Algorithme glouton : La plus simple à mettre en place : Une heuristique gloutonne permet d'obtenir une solution, trouvée par une suite de décisions définitives sans retour arrière. Il existe par exemple la méthode du plus proche voisin, celle de la plus proche insertion, la plus lointaine insertion et la meilleure insertion.

Algorithme de Christofides : C'est un algorithme d'approximation du problème du voyageur de commerce. Il est ne donne pas la solution optimale, mais est très efficace. Pour la taille de notre graphe, on préférera donc utiliser le premier algorithme au lieu de celui-ci.

3.1.3 Bibliographie

fr.wikipedia.org

3.2 Pseudo-code

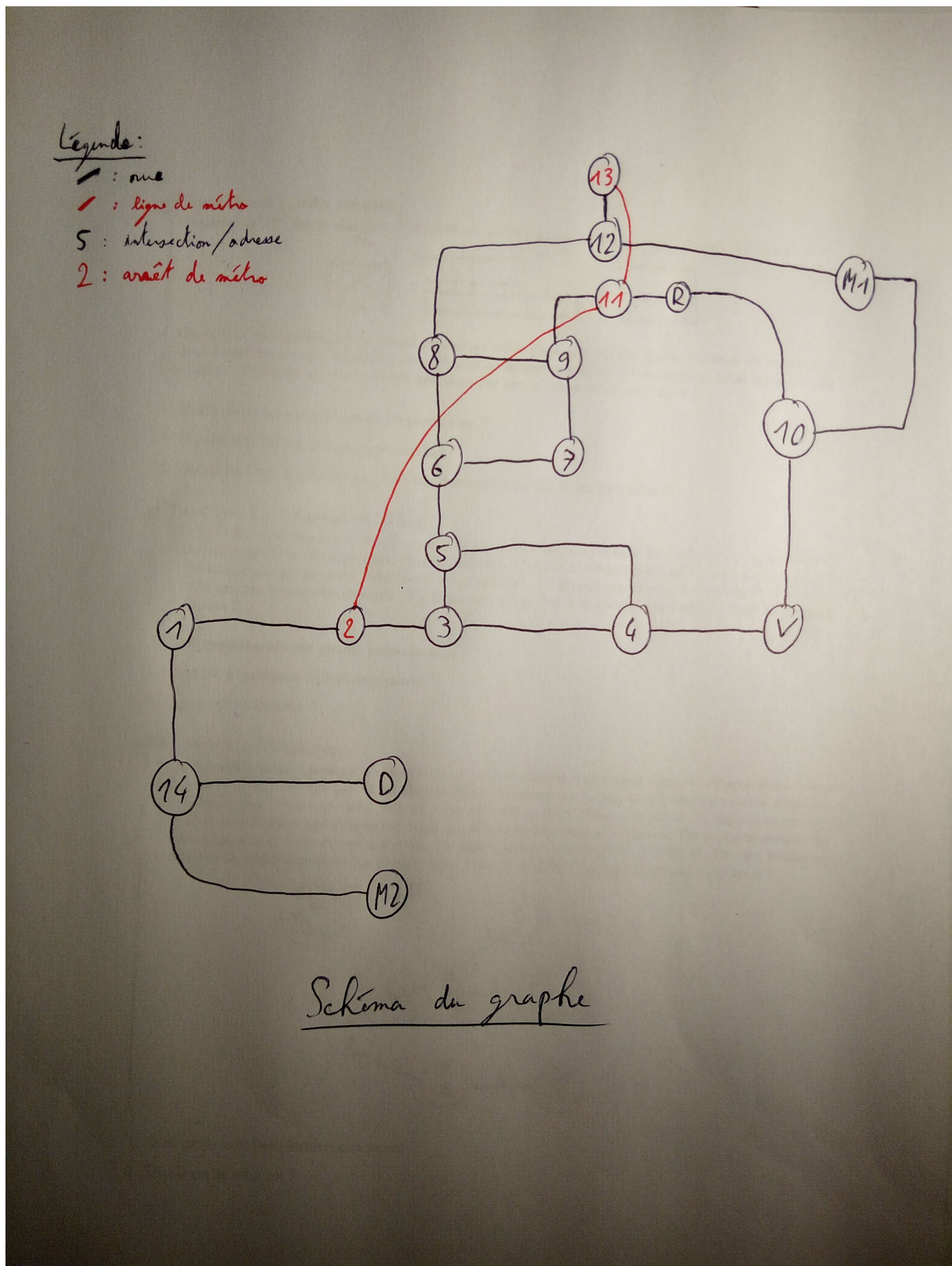
3.2.1 Algorithme de Dijkstra

```
Procédure Initialisation(G,sdeb)
    pour chaque point s de G faire
        d[s] := infini /* on initialise les sommets autres que sdeb à infini */
    fin pour
    d[sdeb] := 0 /* la distance au sommet de départ sdeb est nulle */
Fin
Procédure Trouve_min(Q)
    mini := infini
    Sommet := -1
    pour chaque sommet s de Q
        si d[s] < mini
            alors
                mini := d[s]
                sommet := s
    renvoyer sommet
Fin
Procédure maj_distances(s1,s2)
    si d[s2] > d[s1] + Poids(s1,s2) /* Si la distance de sdeb à s2 est plus grande que */
    alors
        d[s2] := d[s1] + Poids(s1,s2) /* On prend ce nouveau chemin qui est plus court */
        prédécesseur[s2] := s1 /* En notant par où on passe */
Fin
Procédure Dijkstra(G,sdeb)
    Initialisation(G,sdeb)
    Q := ensemble de tous les nœuds
    tant que Q n'est pas un ensemble vide faire
        s1 := Trouve_min(Q)
        Q := Q privé de s1
        pour chaque nœud s2 voisin de s1 faire
            maj_distances(s1,s2)
        fin pour
    fin tant que
Fin
```

Algorithme 1: Algorithme de Dijkstra

4 Implémentation

4.1 Graphe des données



4.2 Résultat

```
Le meilleur chemin est :  
D  
s14  
M2  
s14  
s1  
s2  
s3  
s4  
V  
s10  
R  
s11  
s13  
s12  
M1  
s12  
s13  
s11  
s2  
s1  
s14  
Val chemin : 611
```

Le programme nous affiche une suite de sommets, qui correspond à la route optimale (en terme de distance) à emprunter afin de passer par toutes les adresses (V,R,M1,M2) en partant du dépôt (D), ainsi que la distance à parcourir.

5 Adaptation

5.1 Adaptation : métro fermé

Première idée : ajouter un attribut booléen `EstMétro` sur les sommets, que l'on initialise lors du chargement des données. Si 2 sommets qui possèdent `EstMétro` à VRAI sont emprunté consécutivement dans le résultat final de notre algorithme, alors le trajet emprunte le métro, sinon non.

Seconde idée : créer un fichier `métros.txt` qui contient les noms des arrêts de métro. Si 2 sommets ayant des noms présents dans `métros.txt` sont emprunté consécutivement dans le résultat final de notre algorithme, alors le trajet emprunte le métro, sinon non.

Troisième idée : créer un fichier semblable à celui du réseau, mais sans le métro. Et on demande ensuite à l'utilisateur si Oui ou Non (O/N) il souhaite que le trajet emprunte le métro. On peut aussi simplement créer un second main correspondant au cas où le métro est fermé (qui charge le second graphe ; sans métro donc).

5.2 Panne du métro de la ville

S'il y a une panne sur le métro, il nous suffit d'appliquer la 3ème idée pour se débarrasser du problème : charger un fichier ne contenant pas les sommets correspondants aux arrêts de métro.

Dans notre programme, nous avons choisi de faire deux classes exécutables : `BaladeEnVilleAvecMetro` et `BaladeEnVilleSansMetro`.

Procédure `main()`

...

`GrapheListePlusCourtChemin g ← GrapheListePlusCourtChemin.deFichier("reseau.txt");`

...

Fin

Procédure `main()`

...

`GrapheListePlusCourtChemin g ← GrapheListePlusCourtChemin.deFichier("reseauSansMetro.txt");`

...

Fin

Algorithme 3: Début de l'algorithme du main de `BaladeEnVilleSansMetro`

```
Le meilleur chemin est :  
D  
s14  
M2  
s14  
s1  
s3  
s4  
V  
s10  
R  
s10  
M1  
s12  
s8  
s6  
s5  
s3  
s1  
s14  
Val chemin : 647
```

Résultat du programme sans métro.

6 Conclusion

Ce projet nous a permis de mettre en pratique les connaissances amassées au cours du semestre, notamment les méthodes de résolution des problèmes de graphes : définir le graphe, poser le problème, faire un état de l'art, proposer une solution du problème, puis l'implémenter. Nous n'avons pas eu de problème majeur durant ce projet, il n'était néanmoins pas facile à réaliser. La difficulté principale du projet résidait dans l'implémentation du code, la compréhension du code déjà écrit dans les précédents travaux pratiques, ainsi que dans l'organisation et la répartition du travail.