Tarea 2

Punto 1 Derivada Progresiva

$$\Omega = \{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))\}$$

a) Calcular analiticamente

$$f(x-h) = f(x_0) - hf'(x_1) + \frac{h^2}{2} f''(x_2) + \frac{h^3}{6} f'''(x_3)$$

$$P(x) = f(x_0)\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + f(x_1)\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}$$

$$+ f(x_2)\frac{(x-x_1)(x-x_0)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}$$

b) $$P'(x) = f(x_0)\left[\frac{(x-x_2)+(x-x_1)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}\right] + f(x_1)\left[\frac{(x-x_2)+(x-x_0)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}\right]$$

$$+ f(x_2)\left[\frac{(x-x_0)+(x-x_1)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}\right]$$

$$P'(x_0) = f(x_0)\left[\frac{(x_0-x_2)+(x_0-x_1)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}\right] + f(x_1)\left[\frac{(x_0-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}\right]$$

$$+ f(x_2)\left[\frac{(x_0-x_1)}{(x_2-x_1)(x_2-x_0)}\right]$$

$$x_1 = x_0 + h \qquad x_2 = x_0 + 2h$$

$$P'(x_0) = f(x_0)\left[\frac{(x_0-x_0-2h+x_0-x_0-h)}{(x_0-x_0-h)(x_0-x_0-2h)}\right] + f(x_1)\left[\frac{x_0-x_0-2h}{(x_0+h-x_0)(x_0+h-x_0-2h)}\right]$$

$$+ f(x_2)\left[\frac{x_0-x_0-h}{(x_0+2h-x_0-h)(x_0+2h-x_0)}\right]$$

$$P'(x_0) = f(x_0)\left[\frac{-3h}{2h^2}\right] + f(x_1)\left[\frac{-2h}{-h^2}\right] + f(x_2)\left[\frac{-h}{2h^2}\right]$$

$$P'(x_0) = \frac{1}{2h}\left[-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)\right]$$

$$P'(x) \cong \frac{1}{2h}\left[-3f(x) + 4f(x+h) - f(x+2h)\right]$$

e) $f(x) = \sqrt{\tan(x)}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\tan(x)}} \cdot \sec^2(x)$$

Punto 4. Derivación de Lagrange.

Ecuación de la trayectoria de la bala.

$x = v_o * \cos(\theta) * t \;\rightarrow despejamos\ t \;\rightarrow t = \dfrac{x}{v_o \cos(\theta)}$

$y = v_o * sen(\theta) * t \;- \dfrac{1}{2} g t^2$ $\boldsymbol{Reemplazamos\ t.}$

$$y = \;\; v_o * sen(\theta) \;* \left(\frac{x}{v_o \cos(\theta)}\right) - \frac{1}{2} g * \left(\frac{x}{v_o \cos(\theta)}\right)^2$$

$$y = \tan(\theta)\, X - \frac{g}{2 * v_o^2 * \cos^2(\theta)} X^2$$

El primer término que acompaña a X podemos hallar el Angulo y con el término que acompaña a x^2 podemos hallar la velocidad.

$si\ tenemos\ y = AX \;- BX^2\ por\ consiguiente.\ A = \tan(\theta)\ y\ B = \dfrac{g}{2 * v_o^2 * \cos^2(\theta)}$

Interpolación de Lagrange

$$L_i(x) = \prod_{j=0,\, j\neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Punto 2

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & si\ i = j, \\ 0 & si\ i \neq j \end{cases}$$

$$L_i(x_i) = \prod_{j=0,\, j\neq i} \frac{x_i - x_j}{x_i - x_j} = 1 \quad \text{Para } i \neq j$$

$$L_i(x_j) = \prod_{j=0,\, j\neq k} \frac{x_j - x_j}{x_i - x_j} = 0 \quad \text{Para } i = j$$

Por lo tanto $L_i(x) = \delta_{ij}$