Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Кафедра информатики и прикладной математики

Вычислительная математика

Лабораторная работа №4

“Решение дифференциальных уравнений”

Проверила: **Мария Петрова**

Выполнил: **Никита Шкаруба**

Группа **P3218**

2015г

Метод Эйлера

1. Описание метода

Метод Эйлера - простейший численный метод решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Основывается на аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией (**ломаной Эйлера**).

Пусть дана **задача Коши** для уравнения первого порядка:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y),\ y_{|x=x_0} = y_0,$$

Функция f определена на некоторой области $D \subset R^2$. Решение ищется на интервале $(x_0, b]$. На этом интервале введем **узлы**: $x_0 < x_1 < \ldots < x_n \leq b.$

Приближенное **решение** в узлах x_i, которое обозначим через y_i **определяется** по формуле: $y_i = y_{i-1} + (x_i - x_{i-1}) f(x_{i-1}, y_{i-1}), \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n.$

Эти формулы непосредственно **обобщаются** на случай СОДУ

Оценка погрешности

Погрешность на шаге или локальная погрешность это разность между численным решением после одного шага вычисления y_i и точным решением в точке $x_i = x_{i-1} + h$. Численное решение задаётся формулой $y_i = y_{i-1} + hf(x_{i-1}, y_{i-1}).$

Точное решение раскладываем в ряд Тейлора:

$$y(x_{i-1} + h) = y(x_{i-1}) + hy'(x_{i-1}) + \frac{1}{2}h^2 y''(x_{i-1}) + o(h^2).$$

Локальную ошибку L получаем, вычитая из второго равенства первое:

$$L = y(x_{i-1} + h) - y_i = \frac{1}{2}h^2 y''(x_{i-1}) + o(h^3) = o(h^2).$$

Погрешность в целом, глобальная или накопленная погрешность это погрешность в последней точке произвольного конечного отрезка интегрирования уравнения. Для вычисления решения в этой точке требуется S/h шагов, где S длина отрезка. Поэтому глобальная погрешность метода $G = O(h^2 S/h) = O(h)$.

Таким образом, метод Эйлера является методом первого порядка:

Погрешность на шаге: $O(h^2)$

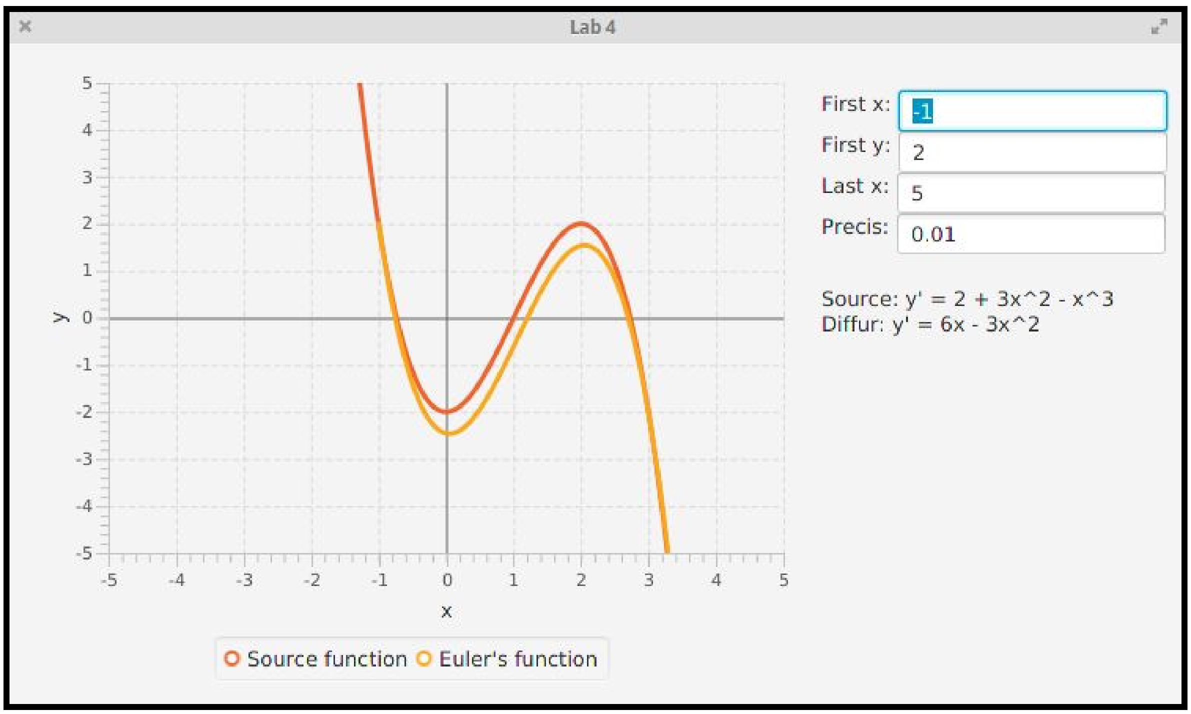
Погрешность в целом: $O(h)$

2. Листинг программы

```
private Vector<Point> Euler(BiFunction<Double, Double, Double> fn, Point start,
double last, double precision) {
        Vector<Point> result = new Vector<>();
        result.add(start);

        precision = Math.sqrt(precision);
        for (double i = start.getX() + precision; i < last; i += precision) {
            Point prev = result.lastElement();
            result.add(new Point(i, prev.getY() + ((i - prev.getX()) *
fn.apply(prev.getX(), prev.getY())) ));
        }
        return result;
}
```

3. Пример работы



4. Вывод

Я применил на практике свои знания о Диффурах, убедился в справедливости метода Эйлера.