

Formelsammlung für IKT Prüfung

1. Diskrete Informationsquellen

mittlerer Informationsgehalt: $H_m = \sum_i p(x_i) \cdot \log_2 \frac{1}{p(x_i)} = \frac{\text{bit}}{\text{Zustand}}$

Informationsgehalt bei gleichwahrscheinlichen N Zuständen: $H_0 = \lceil \log_2 N \rceil = \frac{\text{bit}}{\text{Zustand}}$

Unbestimmtheit eines Ereignisses: $H_i = \log_2 \frac{1}{p(x_i)} = \frac{\text{bit}}{\text{Ereignis}}$

Einsparung durch bessere Kodierung: $(1 - \frac{l_m}{l}) \cdot 100$

Markov-Kette: $p(x_j) = \sum p(x_i) \cdot p(x_j, x_i)$

Einzelwahrscheinlichkeiten: $p(x_i) = \sum_{j=1}^M p(x_i, y_j) \Rightarrow$ Summe einer Zeile ,

$p(y_j) = \sum_{i=1}^N p(x_i, y_j) \Rightarrow$ Summe einer Spalte

allgemeine Matrix: $p(y_j|x_i) = \begin{pmatrix} p(y_1|x_1) & p(y_2|x_1) & \dots & p(y_N|x_1) \\ p(y_1|x_2) & p(y_2|x_2) & \dots & p(y_N|x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p(y_1|x_N) & p(y_2|x_N) & \dots & p(y_N|x_N) \end{pmatrix}$

$$p(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} p(x_1, y_1) & p(x_1, y_2) & \dots & p(x_1, y_M) \\ p(x_2, y_1) & p(x_2, y_2) & \dots & p(x_2, y_M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p(x_N, y_1) & p(x_N, y_2) & \dots & p(x_N, y_M) \end{pmatrix}$$

bedingte Wahrscheinlichkeit: $p(x_i, y_j) = p(x_i) \cdot p(y_j|x_i) \Rightarrow p(y_j|x_i) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)}$

stationäre Zustände einer binären Quelle:

$$\bar{p}_1 = \frac{p(x_1|x_2)}{p(x_2|x_1) + p(x_1|x_2)}$$

$$\bar{p}_2 = \frac{p(x_2|x_1)}{p(x_2|x_1) + p(x_1|x_2)}$$

Markov-Entropie: $H_m = \sum_j \sum_i \bar{p}(x_i) * p(x_j, x_i) * \log_2 \frac{1}{p(x_j, x_i)}$ (es kann $\bar{p}(x_i)$ aus der Gleichung immer ausgeklammert werden)

\Rightarrow zweistufiger Prozess: $H_m = \sum_{i=1}^N p_i \cdot (\log_2 \frac{1}{p_i} + \log_2 M)$ (M - Anzahl der Unter-elemente in der 2ten Stufe)

Entropien:

$$H(X) = \sum_{i=1}^N p(x_i) \cdot \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \frac{\text{bit}}{\text{KZ}} ,$$

$$H(Y) = \sum_{j=1}^M p(y_j) \cdot \log_2 \frac{1}{p(y_j)} \frac{\text{bit}}{\text{KZ}} ,$$

$$H(Y|X) = \sum p(x_i) \cdot \left(\sum p(y_j|x_i) \cdot \log_2 \frac{1}{p(y_j|x_i)} \right) \frac{\text{bit}}{\text{KZ}}$$

Verbundsentropie: $H(X, Y) = H(X) + H(Y|X)$

vollständige Abhängigkeit: $H(X, Y) = H(Y)$

vollständig Unabhängigkeit: $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$ oder $H(Y|X) = H(Y)$

Koderedundanz: $R_k = l_m \cdot H_k - H_m$ (H_k wird im Normalfall mit 1 angenommen)

mittlere Kodewortlänge: $l_m = \sum p_i \cdot l_i$ (ungleichmäßiger Kode) , $l = \lceil \log_2 N \rceil$ (gleichmäßiger Kode)

Kraft-Ungleichung: $\sum_{i=1}^N 2^{-l_i} \leq 1$ (notwendige aber nicht hinreichende Bedingung)

Schranken der Minimierung: $H_m \leq l_m < H_m + 1$ --> mit Erweiterung:

$$m \cdot H_m \leq m \cdot l_m < m \cdot H_m + 1$$

2.Übertragungskanal