

Informations und Kommunikationstheorie - Aufgabensammlung Lösungen

3. Übertragungskanal

3.2. Kanalkapazität bei diskreter Quelle

Aufgabe 1

Es handelt sich um einen binären Kanal (also $Z = 2$), bei dem die Wahrscheinlichkeit, dass das Zeichen sich ändert ($0 \rightarrow 1$ oder $1 \rightarrow 0$) gleich p_s ist.

GESICHERTE ÜBERTRAGUNG

a)

$$p_s = 0.02, N = 64, f_Q = 100 \frac{QZ}{s}$$

$$\begin{aligned} H(Y|X) &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (0.02 \cdot \log_2 \frac{1}{0.02} + 0.98 \cdot \log_2 \frac{1}{0.98}) \\ &= 0.141 \frac{\text{bit}}{KZ} \end{aligned}$$

$$H_T = H(Y) - H(Y|X) = 1 \frac{\text{bit}}{KZ} - 0.141 \frac{\text{bit}}{KZ} = 0.859 \frac{\text{bit}}{KZ}$$

$$l = \lceil \log_2 N \rceil = \lceil \log_2 64 \rceil = 6 \frac{KZ}{QZ}$$

$$H_K = \log_2 2 = 1 \frac{\text{bit}}{KZ}$$

$$\begin{aligned} v_s &= f_q \cdot l \cdot \frac{H_K}{H_T} = 100 \frac{QZ}{s} \cdot 6 \frac{KZ}{QZ} \cdot \frac{1 \frac{\text{bit}}{KZ}}{0.859 \frac{\text{bit}}{KZ}} \\ &= 698 \frac{KZ}{s} \end{aligned}$$

b)

$$I_T = v_s \cdot H_T = 698 \frac{KZ}{s} \cdot 0.859 \frac{\text{bit}}{KZ} = 600 \frac{\text{bit}}{s}$$

c)

Kapazitätsauslastung : A

$$\begin{aligned} A &= \frac{I_T}{C} \cdot 100\% = \frac{v_s \cdot H_T}{2B \cdot H_T} \cdot 100\% = \frac{v_s}{2B} \cdot 100\% \\ A &= \frac{698.5}{2 \cdot 2 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 17.5\% \end{aligned}$$

UNGESICHERTE ÜBERTRAGUNG

a)

$$v_s = f_Q \cdot l = 100 \frac{KZ}{s} \cdot 6 \frac{KZ}{KZ} = 600 \frac{KZ}{s}$$

b)

$$I_T = v_s \cdot H_T = 600 \frac{KZ}{s} \cdot 0.859 \frac{bit}{KZ} = 515,4 \frac{bit}{s}$$

c)

$$A = \frac{v_s}{2B} \cdot 100\% = \frac{600}{2 \cdot 2 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 15\%$$

Aufgabe 2

a)

$$f_Q = \frac{1}{t_{ii}} = \frac{1}{10} = 0.1 \frac{Bild}{s}$$

$$I_{KQ} \leq C$$
$$f_Q \cdot l \cdot H_K \leq C$$

$$l \leq \frac{C}{f_Q \cdot H_K} \leq \frac{50 \cdot 10^3}{0.1 \cdot 1}$$

$$l \leq 500000 \frac{KZ}{Bild}$$

$$l \leq 5 \frac{KZ}{Bildpunkt} \Rightarrow 2^5 = 32 = N$$

b)

$$f_Q \leq \frac{C}{l \cdot H_K} \leq \frac{50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^5 \cdot 1}$$
$$\leq 0.083$$

$$t_{ii} = \frac{1}{f_Q} = \frac{1}{0.083} = 12 \frac{s}{Bild}$$