

# Informations und Kommunikationstheorie - Aufgabensammlung Lösungen

---

## 3. Übertragungskanal

---

### 3.2. Kanalkapazität bei diskreter Quelle

#### Aufgabe 1

Es handelt sich um einen binären Kanal (also  $Z = 2$ ), bei dem die Wahrscheinlichkeit, dass das Zeichen sich ändert ( $0 \rightarrow 1$  oder  $1 \rightarrow 0$ ) gleich  $p_s$  ist.

GESICHERTE ÜBERTRAGUNG

a)

$$p_s = 0.02, N = 64, f_Q = 100 \frac{QZ}{s}$$

$$\begin{aligned} H(Y|X) &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (0.02 \cdot \log_2 \frac{1}{0.02} + 0.98 \cdot \log_2 \frac{1}{0.98}) \\ &= 0.141 \frac{\text{bit}}{KZ} \end{aligned}$$

$$H_T = H(Y) - H(Y|X) = 1 \frac{\text{bit}}{KZ} - 0.141 \frac{\text{bit}}{KZ} = 0.859 \frac{\text{bit}}{KZ}$$

$$l = \lceil \log_2 N \rceil = \lceil \log_2 64 \rceil = 6 \frac{KZ}{QZ}$$

$$H_K = \log_2 2 = 1 \frac{\text{bit}}{KZ}$$

$$\begin{aligned} v_s &= f_q \cdot l \cdot \frac{H_K}{H_T} = 100 \frac{QZ}{s} \cdot 6 \frac{KZ}{QZ} \cdot \frac{1 \frac{\text{bit}}{KZ}}{0.859 \frac{\text{bit}}{KZ}} \\ &= 698 \frac{KZ}{s} \end{aligned}$$

b)

$$I_T = v_s \cdot H_T = 698 \frac{KZ}{s} \cdot 0.859 \frac{\text{bit}}{KZ} = 600 \frac{\text{bit}}{s}$$

c)

Kapazitätsauslastung :  $A$

$$\begin{aligned} A &= \frac{I_T}{C} \cdot 100\% = \frac{v_s \cdot H_T}{2B \cdot H_T} \cdot 100\% = \frac{v_s}{2B} \cdot 100\% \\ A &= \frac{698.5}{2 \cdot 2 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 17.5\% \end{aligned}$$

## UNGESICHERTE ÜBERTRAGUNG

a)

$$v_s = f_Q \cdot l = 100 \frac{KZ}{s} \cdot 6 \frac{KZ}{KZ} = 600 \frac{KZ}{s}$$

b)

$$I_T = v_s \cdot H_T = 600 \frac{KZ}{s} \cdot 0.859 \frac{bit}{KZ} = 515,4 \frac{bit}{s}$$

c)

$$A = \frac{v_s}{2B} \cdot 100\% = \frac{600}{2 \cdot 2 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 15\%$$

## Aufgabe 2

a)

$$f_Q = \frac{1}{t_{ii}} = \frac{1}{10} = 0.1 \frac{Bild}{s}$$

$$\begin{aligned} I_{KQ} &\leq C \\ f_Q \cdot l \cdot H_K &\leq C \end{aligned}$$

$$l \leq \frac{C}{f_Q \cdot H_K} \leq \frac{50 \cdot 10^3}{0.1 \cdot 1}$$

$$l \leq 500000 \frac{KZ}{Bild}$$

$$l \leq 5 \frac{KZ}{Bildpunkt} \Rightarrow 2^5 = 32 = N$$

b)

$$\begin{aligned} f_Q &\leq \frac{C}{l \cdot H_K} \leq \frac{50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^5 \cdot 1} \\ &\leq 0.083 \end{aligned}$$

$$t_{ii} = \frac{1}{f_Q} = \frac{1}{0.083} = 12 \frac{s}{Bild}$$

c)

Zur Berechnung der mittleren Codewortlänge siehe Abbildung.

KZ	Verteilung	Länge	Länge * Verteilung
1	0,5	1	0,5
2	0,25	2	0,5
3	0,125	3	0,375
4	0,0625	4	0,25
5	0,03125	5	0,15625
6	0,015625	6	0,09375
7	0,0078125	7	0,0546875
8	0,00390625	8	0,03125
9	0,001953125	9	0,017578125
10	0,0009765625	10	0,009765625
11	0,00048828125	11	0,00537109375
12	0,000244140625	12	0,0029296875
13	0,0001220703125	13	0,0015869140625
14	6,103515625E-05	14	0,0008544921875
15	3,0517578125E-05	15	0,000457763671875
16	1,52587890625E-05	16	0,000244140625
17	7,62939453125E-06	17	0,000129699707031
18	3,814697265625E-06	18	6,866455078125E-05
19	1,9073486328125E-06	19	3,62396240234375E-05
20	9,5367431640625E-07	20	1,9073486328125E-05
21	4,76837158203125E-07	21	1,00135803222656E-05
22	2,38418579101562E-07	22	5,24520874023438E-06
23	1,19209289550781E-07	23	2,74181365966797E-06
24	5,96046447753906E-08	24	1,43051147460938E-06
25	2,98023223876953E-08	25	7,45058059692383E-07
26	1,49011611938477E-08	26	3,87430191040039E-07
27	7,45058059692383E-09	27	2,01165676116943E-07
28	3,72529029846191E-09	28	1,04308128356934E-07
29	1,86264514923096E-09	29	5,40167093276978E-08
30	9,31322574615479E-10	30	2,79396772384644E-08
31	4,65661287307739E-10	31	1,44354999065399E-08
32	4,65661287307739E-10	31	1,44354999065399E-08
		l_m =	1,99999999906868

$$l_m = 2$$

$$f_Q \leq \frac{C}{l_m \cdot H_K} \leq \frac{50 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1} \leq 0.25$$

$$t_{ii} = \frac{1}{f_Q} = \frac{1}{0.25} = 4 \frac{s}{Bild}$$

