Белорусский государственный технологический университет

Кафедра Информационных Систем и Технологий

**Курс «Математическое программирование»**

**Отчёт по лабораторной работе №6**

**ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

**Вариант 10**

Выполнила: Сятковская Е.Д.

ФИТ 2 курс 4 группа

Минск 2022

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Производим проверку является ли задача закрытой

Из результатов видно, что потребность превышает количество на складах, т.е. .задача является открытой.

Необходимо добавить в таблицу необходимое количество товаров на складе 892-740 = 152. Тарифы по перевозке берем равные 0.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

**Этап I.** Поиск первого опорного плана.

Выбор наименьшей ячейки С22= 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10** | **18** | **15** | **17** | **23** | **123** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **117** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x22=min(117,123)=117

Выбор наименьшей ячейки С54= 10

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10** | **20** | **14** | **110** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **0** | **141** | **203** | **105** | **173** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x54=min(203,110)=110

Выбор наименьшей ячейки С31= 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **160** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **153** | **0** | **141** | **93** | **105** | **173** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x31=min(153,160)=153;

Выбор наименьшей ячейки С16= 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11** | **178** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **7** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **105** | **173** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x16=min(173,178)=173;

Выбор наименьшей ячейки С35= 12

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11/173** | **5** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12** | **21** | **7** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **105** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x35=min(105,7)=7;

Выбор наименьшей ячейки С14= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13** | **21** | **11/173** | **5** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **93** | **98** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x14=min(93,5)=5;

Выбор наименьшей ячейки С44= 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13** | **23** | **12** | **169** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **88** | **98** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

X44=min(88,169)=88;

Выбор наименьшей ячейки С24= 17

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17** | **23** | **6** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13/88** | **23** | **12** | **81** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **0** | **98** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x24=min(6,98)=6;

Выбор наименьшей ячейки С43= 20

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20** | **13/88** | **23** | **12** | **81** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **141** | **0** | **92** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x43=min(81,141)=81;

Выбор наименьшей ячейки С63= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20/81** | **13/88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **152** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **92** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

X63=min(60,154)=60;

Выбор наименьшей ячейки С65= 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20/81** | **13/88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0/60** | **0** | **0** | **0** | **92** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **92** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

x65=min(92,92)=92;

Количество переменных должно быть m+n-1= 6+6-1= 11 в таблице тоже 11 следовательно план является невырожденным.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **22** | **12** | **16** | **13/5** | **21** | **11/173** | **0** |
| 2 | **20** | **10/117** | **18** | **15** | **17/6** | **23** | **0** |
| 3 | **11/153** | **15** | **21** | **18** | **12/7** | **21** | **0** |
| 4 | **14** | **20** | **20/81** | **13/88** | **23** | **12** | **0** |
| 5 | **13** | **21** | **19** | **10/110** | **20** | **14** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0/60** | **0** | **0/92** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Первое допустимое решение

x31=153, x22=117, x43=81, x63=60, x14=5, x44=88, x54=110, x25=6, x35=7, x65=92, x16=173;

Значение функции цели тогда:

Z= 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*153 + 12\*7 + 20\*81 + 13\*88 + 10\*110 + 0\*60 + 0\*92 = 8871

**Этап II.** Метод потенциалов

Найдём предварительные потенциалы ui , vj по занятым клеткам таблицы ,где ui+vj = cij . Предположим, что u1 = 0;

u1 + v4 = 13; 0 + v4 = 13; v4 = 13

u4 + v4 = 13; 13 + u4 = 13; u4 = 0

u4 + v3 = 20; 0 + v3 = 20; v3 = 20

u6 + v3 = 0; 20 + u6 = 0; u6 = -20

u6 + v5 = 0; -20 + v5 = 0; v5 = 20

u2 + v5 = 17; 20 + u2 = 17; u2 = -3

u2 + v2 = 10; -3 + v2 = 10; v2 = 13

u3 + v5 = 12; 20 + u3 = 12; u3 = -8

u3 + v1 = 11; -8 + v1 = 11; v1 = 19

u5 + v4 = 10; 13 + u5 = 10; u5 = -3

u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=19 | v2=13 | v3=20 | v4=13 | v5=20 | v6=11 | запасы |
| u1=0 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] | **0** |
| u2=-3 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 | **0** |
| u3=-8 | 11[153] | 15 | 21 | 18 | 12[7] | 21 | **0** |
| u4=0 | 14 | 20 | 20[81] | 13[88] | 23 | 12 | **0** |
| u5=-3 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 | **0** |
| u6=-20 | 0 | 0 | 0[60] | 0 | 0[92] | 0 | **0** |
| потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Для свободных клеток xij = ui + vj - cij

|  |  |
| --- | --- |
| Небазисная переменная |  |
| x11 | **0+19-22=-3** |
| x21 | **(-3)+19-20=-4** |
| x41 | **0+19-14=5** |
| x51 | **(-3)+19-13=3** |
| x61 | **-20+19-0=-1** |
| x12 | **0+13-12=1** |
| x32 | **(-8)+13-15=-10** |
| x42 | **0+13-20=-7** |
| x52 | **(-3)+13-21=-11** |
| x62 | **-20+13+0=-7** |
| x13 | **0+20-16=4** |
| x23 | **(-3)+20-18=-1** |
| x33 | **(-8)+20-21=-9** |
| x53 | **(-3)+20-19=-2** |
| x24 | **(-3)+13-15=-5** |
| x34 | **(-8)+13-18=-13** |
| x15 | **0+20-21=-1** |
| x45 | **0+20-23=-3** |
| x55 | **(-3)+20-20=-3** |
| x26 | **(-3)+11-23=-15** |
| x36 | **(-8)+11-21=-18** |
| x46 | **0+11-12=-1** |
| x56 | **(-3)+11-14=-6** |

Вводимой в базис будет переменная имеющая наибольшее положительное значение -x41.

Определив вводимую в базис переменную, следует определить исключаемую из базиса переменную. Обозначим через θ количество груза, перевозимого по маршруту (4,1). Максимально возможное значение θ определяем из следующих условий:

1. Должны выполняться ограничения на спрос и предложение.
2. Ни по какому маршруту не должны выполняться перевозки с отрицательным объемом грузов.

Сначала строим замкнутый цикл, который начинается и заканчивается в искомой ячейке. Цикл состоит из последовательности горизонтальных и вертикальных отрезков( но не диагональных), соединяющих ячейки, соответствующие текущим базисным переменным, и ячейку, соответствующую вводимой переменной. Для того, чтобы удовлетворять ограничениям по спросу и предложению, надо поочередно отнимать и прибавлять θ к значениям базисных переменных, расположенных в угловых ячейках цикла. Направление обхода цикла (по часовой стрелке или против не имеет значения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] | 178 |
| 2 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 | 123 |
| 3 | 11[153]  [-] | 15 | 21 | 18 | 12[7]  [+] | 21 | 160 |
| 4 | 14[+] | 20 | 20[81]  [-] | 13[88] | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0[60]  [+] | 0 | 0[92]  [-] | 0 | 152 |
| Потребности | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Перемещаем товары по циклу 83 единиц (минимальный в минусовом клетке (4,3)) цикл (4,1)→(4,3) →(6,3) →(6,5) →(3,5) →(3,1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Запасы |
| 1 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] | 178 |
| 2 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 | 123 |
| 3 | 11[72] | 15 | 21 | 18 | 12[88] | 21 | 160 |
| 4 | 14[81] | 20 | 20 | 13[88] | 23 | 12 | 169 |
| 5 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 | 110 |
| 6 | 0 | 0 | 0[141] | 0 | 0[11] | 0 | 152 |
| Потребности | 153 | 117 | 141 | 203 | 105 | 173 |  |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | Запасы |

Повторим вычисление потенциалов.

u1 = 0.

u1 + v4 = 13; 0 + v4 = 13; v4 = 13

u4 + v4 = 13; 13 + u4 = 13; u4 = 0

u4 + v1 = 14; 0 + v1 = 14; v1 = 14

u3 + v1 = 11; 14 + u3 = 11; u3 = -3

u3 + v5 = 12; -3 + v5 = 12; v5 = 15

u2 + v5 = 17; 15 + u2 = 17; u2 = 2

u2 + v2 = 10; 2 + v2 = 10; v2 = 8

u6 + v5 = 0; 15 + u6 = 0; u6 = -15

u6 + v3 = 0; -15 + v3 = 0; v3 = 15

u5 + v4 = 10; 13 + u5 = 10; u5 = -3

u1 + v6 = 11; 0 + v6 = 11; v6 = 11

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | v1=14 | v2=8 | v3=15 | v4=13 | v5=15 | v6=11 |
| u1=0 | 22 | 12 | 16 | 13[5] | 21 | 11[173] |
| u2=2 | 20 | 10[117] | 18 | 15 | 17[6] | 23 |
| u3=-3 | 11[72] | 15 | 21 | 18 | 12[88] | 21 |
| u4=0 | 14[81] | 20 | 20 | 13[88] | 23 | 12 |
| u5=-3 | 13 | 21 | 19 | 10[110] | 20 | 14 |
| u6=-15 | 0 | 0 | 0[141] | 0 | 0[11] | 0 |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 13\*5 + 11\*173 + 10\*117 + 17\*6 + 11\*72 + 12\*88 + 14\*81 + 13\*88 + 10\*110 + 0\*141 + 0\*11 = 8466