

```

for i=1:length(x)

    plot(x(i),w*x(i)+ b, '*r'); hold on;

end

```

*가설검증

<https://youtu.be/5D1gV37bKXY>

3 주차

3.1 선형회귀 경사하강법(Gradient Descent method) 계산

선형회귀법의 해를 경사하강법을 적용하여 계산해 볼 수 있다. 경사하강법을 적용하기 위해서는 현재의 기울기(w)와 절편(b)에 대해 비용을 계산하는 비용(Cost) 함수를 정의하여야 한다. 이때 비용함수가 볼록함수(Convex function)이면 경사하강법으로 해를 구할 수 있다. 경사하강법은 딥러닝(Deep-learning)의 핵심 알고리즘으로서 미분을 사용해서 비용함수값이 작아지는 방향으로 진행하는 알고리즘이다. 텐서플로우(Tensorflow) 등에 포함된 Optimizer 는 대부분 경사하강법에서 파생된 방법을 사용한다. 볼록함수 $f(x)$ 가 주어졌을 때, 다음과 같이 $f(x)$ 의 미분값에 적당한 학습 파라미터 α 를 곱해서 변수 x 의 값을 업데이트해

나가면서 $f(x)$ 가 최소값을 갖게 하는 x 의 값을 찾는 것이 경사하강법의 기본 원리이다.

$$x^+ = x^- - \alpha \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

실제로 경사하강법을 활용하기 위하여 인공신경망의 근간을 이루는 퍼셉트론(Perceptron)이라는 구조의 원리를 알아보자.

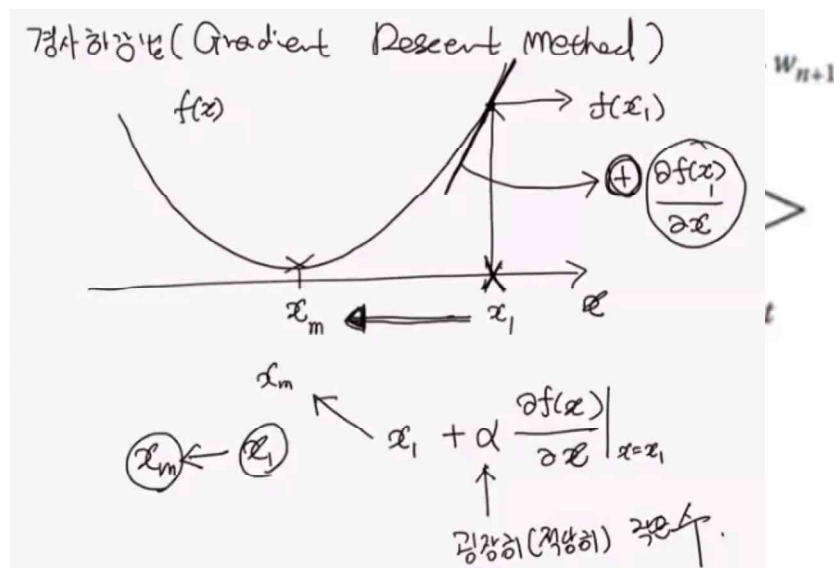
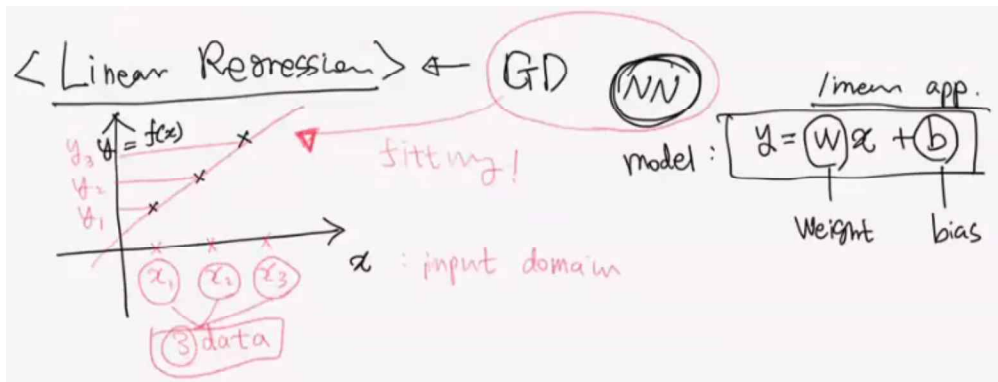


그림 3.1.1: (출처: The Industrial Electronics Handbook 2nd Edition Intelligent Systems)

그림 3.1.1 은 퍼셉트론 구조의 기본 계산 원리에 대한 설명에 관한 것이다. 형식적으로 퍼셉트론의 입력치 x_1, x_2, x_3 등으로 이루어진 벡터 값에 가중치(weight) 벡터를 내적(inner product)하는 계산 방식으로 이루어진다. 여기에도 절편(Bias)을 함께 고려하여 형식적으로 선형 방정식의 형태를 나타내게 된다. 이 장에서는, 퍼셉트론 구조를 확장하여 현대적인 인공지능망의 원리를 통하여 문제를 해결하기 이전에, 선형회귀 문제를 풀기 위하여 퍼셉트론 구조를 적용하여 경사하강법으로 해를 구하는 방법에 대하여 공부한다.



1 차원 선상에서 주어진 x_1, x_2, x_3, x_4 라는 데이터의 레이블이 y_1, y_2, y_3, y_4 라고 하자. 이제 선형함수로 이 주어진 데이터들을 fitting 하기 위하여 $y=f(x)$, $f(x)=wx+b$ 라는 선형 모델 함수를 설정한다. 이는 식 (Eq. 3.1.1)의 문제를 푸는 것과 같다.

$$\operatorname{argmin}_{w,b} \frac{1}{2} \|f(x_i) - y_i\|^2 \text{ for all } x_i, y_i \quad (\text{Eq. 3.1.1})$$

경사하강법을 적용하기 위하여 비용함수 $L(w,b)$ 를 $L = \frac{1}{2} \|f(x_i) - y_i\|^2$ 으로 정의하고, w 와 b 에 대하여 편미분(Partial derivative)를 구한다.

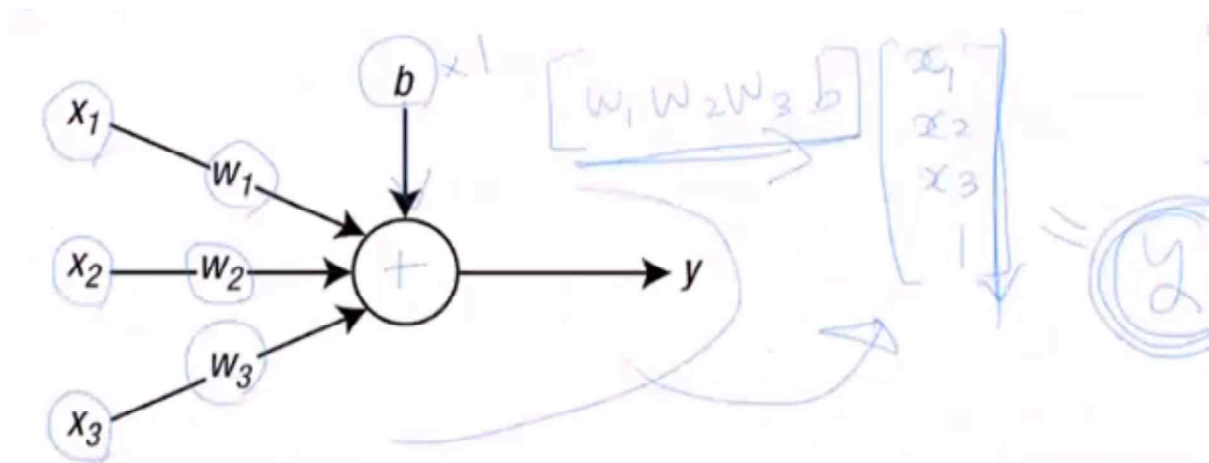
$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial w} &= \frac{\partial L}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial w} = [f(x) - y]x \\ \frac{\partial L}{\partial b} &= \frac{\partial L}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial b} = [f(x) - y]\end{aligned}\quad (\text{Eq. 3.1.2})$$

식(Eq. 3.1.2)의 편미분을 활용하여 각 학습 데이터 점들에 대하여 경사하강법을 시행한다.

$$\begin{aligned}w^+ &= w^- - \alpha \frac{\partial L}{\partial w} \Big|_{x=x_i, y=y_i} \\ b^+ &= b^- - \alpha \frac{\partial L}{\partial b} \Big|_{x=x_i, y=y_i}\end{aligned}\quad \text{for all } x_i, y_i \quad (\text{Eq. 3.1.3})$$

3.2 선형회귀 단층 인공신경망 적용 계산(Coding)

선형회귀법의 해를 단층 인공신경망 구조를 적용하여 선형회귀문제를 매트랩으로 코딩해 보자. 아래 그림과 같은 단층 인공신경망을 구성하여 해를 학습해 나간다.



따라서 활성화함수(Activation function)를 활용한 히든 레이어(Hidden layer)는 활용하지 않는다.

% Linear regression problem by Single-layered Neural Network(without hidden layer) model