

Лабораторная работа №2

«Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений»

- Теория

В.И. КИРЕЕВ, А.В. ПАНТЕЛЕЕВ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ»

- Задание

1. Методом Гаусса решить систему линейных алгебраических уравнений $Ax=b$.

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 10 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

8. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

9. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}$

$$10. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$11. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$12. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$13. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$14. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$15. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$16. \quad A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$17. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$18. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$19. \quad A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$20. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$21. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$22. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 11 \\ 3 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$23. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$24. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -6 \\ 13 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$25. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$26. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$27. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 5 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$28. \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$29. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & -5 & 1 \\ 5 & -3 & 1 & -4 \\ 10 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -16 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$30. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$31. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$32. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 11 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$33. \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$34. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

2. Методом прогонки решить систему линейных алгебраических уравнений.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,5x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_2 + 9x_3 + 6x_4 = 25 \\ 2x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - 2,5x_3 = 2 \\ 1,5x_2 - 5x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_3 + 4x_4 = 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 5 \\ -2x_1 + 12x_2 + 4x_3 = 8 \\ x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 1,5x_1 + 0,5x_2 = 3,2 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,4x_3 = -1 \\ 2,5x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ -x_2 + 5x_3 + x_4 = 12 \\ x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 = 4 \\ x_1 - 7x_2 - x_3 = -4 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_3 - 7x_4 = 1 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2,5x_1 + 1,5x_2 = 8,4 \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 4 \\ x_2 + 6x_3 - x_4 = 5,6 \\ 2x_3 + 5x_4 = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 1,25x_1 - 0,2x_2 = 2,3 \\ -1,7x_1 + 2,87x_2 - x_3 = 4 \\ 1,4x_2 + 4,7x_3 - 2x_4 = 3,5 \\ -x_3 + 5x_4 = 1,4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x_1 + 2,3x_2 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 3,2 \\ 2,2x_2 + 4x_3 - x_4 = 6 \\ 5x_3 + 7x_4 = 5 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 10x_1 - 4x_2 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 0,2x_3 = 5,5 \\ x_2 - 7x_3 + x_4 = 2 \\ -2x_3 + 5x_4 = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 4 \\ x_1 - 8x_2 + x_3 = -1 \\ x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 0,3x_3 = 4,3 \\ 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ -x_3 + 4x_4 = 8 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 - 0,2x_2 = 2 \\ -3x_1 + 6,2x_2 + x_3 = 4,2 \\ -x_2 + 4x_3 - x_4 = 2,3 \\ x_3 + 2x_4 - 0,3x_5 = 2 \\ x_4 + 2x_5 = 3,4 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 0,5x_2 = 3 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + 8x_3 - 2x_4 = 5 \\ 1,5x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} -3x_1 + 1,2x_2 = -1,7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -2 \\ 1,1x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \\ 5x_3 + 9x_4 + 2x_5 = 11 \\ -2x_4 + 6,5x_5 = 2 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 9 \\ -x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -18 \\ -2x_2 + 7x_3 + 4x_4 = -6 \\ 3x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 38x_1 + 2x_2 = 6,2 \\ -x_1 + 8x_2 + 2,3x_3 = 5,1 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ 1,3x_3 + 2x_4 + 0,5x_5 = 3 \\ -0,8x_4 + 2,1x_5 = 3,2 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2,5x_1 + 0,8x_2 = 3,3 \\ 1,2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 1,1x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2,1 \\ 2x_3 + 5,2x_4 + x_5 = 6 \\ 2x_4 + 3x_5 = 3 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} -7x_1 + 2x_2 = -5 \\ x_1 - 12x_2 - 4x_3 = -8 \\ -x_2 + 6x_3 - x_4 = -2 \\ 3x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 + 2,2x_2 = 4,8 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_2 - 7x_3 + 2,5x_4 = 0,5 \\ -1,2x_3 + 6x_4 + x_5 = 6,1 \\ 2x_4 + 3,5x_5 = 3 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 5 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 = -3 \\ x_2 - 5x_3 - x_4 = -12 \\ x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 0,5x_3 = 0 \\ -x_2 + 3x_3 + x_4 = -2 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 = 4 \\ -x_1 + 7x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \\ -2x_3 + 7x_4 = -1 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 4x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - 2,5x_3 = 2 \\ 1,5x_2 - 5x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_3 + 4x_4 = 7 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 1,25x_1 - 0,2x_2 = 2,3 \\ -1,7x_1 + 2,87x_2 - x_3 = 4 \\ 1,4x_2 + 4,7x_3 - 2x_4 = 3,5 \\ -x_3 + 5x_4 = 1,4 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 1,5x_1 + 0,5x_2 = 3,2 \\ x_1 - 2x_2 + 0,4x_3 = 1 \\ -2,5x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -4 \\ x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} -10x_1 + 4x_2 = -8 \\ x_1 + 2x_2 - 0,2x_3 = 5,5 \\ -x_2 + 7x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_3 - 5x_4 = 1 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_2 + 9x_3 + 6x_4 = 25 \\ 2x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 - 0,3x_3 = -4,3 \\ 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ x_3 - 4x_4 = -8 \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 5 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 = -3 \\ x_2 - 5x_3 - x_4 = -12 \\ x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x_1 + 0,5x_2 = 3 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 + 8x_3 - 2x_4 = 5 \\ 1,5x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = 5 \\ -2x_1 + 12x_2 + 4x_3 = 8 \\ x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

**3. Решить систему линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ методом LU-разложения.
(Варианты заданий взять из п.1)**