# Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ.

#### 1.1. Понятие сложной системы.

Сложная система, составной объект, части которого можно рассматривать как системы, закономерно объединённые в единое целое в соответствии с определенными принципами или связанные между собой заданными отношениями.

Понятием Сложная система пользуются в системотехнике, системном анализе, исследовании операций и при системном подходе в различных областях науки, техники и народный хозяйства. Сложную систему можно расчленить (не обязательно единственным образом) на конечное число частей, называемое подсистемами; каждую такую подсистему (высшего уровня) можно в свою очередь расчленить на конечное число более мелких подсистем и т. д., вплоть до получения подсистем первого уровня, т. н. элементов.

Подсистема, т. о., с одной стороны, сама является Сложной системой из нескольких элементов (подсистем низшего уровня), а с другой стороны - элементом системы старшего уровня.

В каждый момент времени элемент Сложная система находится в одном из возможных состояний; из одного состояния в другое он переходит под действием внешних и внутренних факторов.

#### 1.2.Задачи исследования сложных систем.

Одной из важных проблем в области разработки и создания современных сложных технических систем является исследование динамики их функционирования на различных этапах проектирования, испытания и эксплуатации. При исследовании сложных систем возникают задачи исследования как отдельных видов оборудования и аппаратуры, входящих в систему, так и системы в целом.

При проектировании сложных систем ставится задача разработки систем, удовлетворяющих заданным техническим характеристикам. Поставленная задача может быть решена одним из следующих методов:

- методом синтеза оптимальной структуры системы с заданными характеристиками;
- методом анализа различных вариантов структуры системы для обеспечения требуемых технических характеристик.

Оптимальный синтез систем в большинстве случаев практически невозможен в силу сложности поставленной задачи и несовершенства современных методов синтеза сложных систем. Методы анализа сложных систем, включающие в себя элементы синтеза, в настоящее время достаточно развиты и получили широкое распространение.

Любая синтезированная или определенная каким-либо другим образом структура сложной системы для оценки ее показателей должна быть подвергнута испытаниям. Проведение испытаний системы является задачей анализа ее характеристик. Таким образом, конечным этапом проектирования сложной системы, осуществленного как методом синтеза структуры, так и методом анализа вариантов структур, является анализ показателей эффективности проектируемой системы.

Среди известных методов анализа показателей эффективности систем и исследования динамики их функционирования следует отметить:

- аналитический метод;
- метод натуральных испытаний;
- метод полунатурального моделирования;
- моделирование процесса функционирования системы на ЭВМ.

Строгое аналитическое исследование процесса функционирования сложных систем практически невозможно. Определение аналитической модели сложной системы затрудняется множеством условий, определяемых особенностями работы системы, взаимодействием ее составляющих частей, влиянием внешней среды и т.п.

Натуральные испытания сложных систем связаны с большими затратами времени и средств. Проведение испытаний предполагает наличие готового образца системы или ее физической модели, что исключает или затрудняет использование этого метода на этапе проектирования системы.

Широкое применение для исследования характеристик сложных систем находит метод полунатурального моделирования. При этом используется часть реальных устройств системы. Включенная в такую полунатуральную модель ЭВМ имитирует работы остальных устройств системы, отображенных математическими моделями. Однако в большинстве случаев этот метод также связан со значительными затратами и трудностями, в частности, аппаратной стыковкой натуральных частей с ЭВМ.

Исследование функционирования сложных систем с помощью моделирования их работы на ЭВМ помогает сократить время и средства на разработку. Затраты рабочего времени и материальных средств на реализацию модели оказываются незначительными по сравнению с затратами, связанными с натурным экспериментом. Результаты моделирования по своей ценности для практического решения задач часто близки к результатам натурного эксперимента.

Основной метод исследования сложных систем -- математическое моделирование, в том числе имитация процессов функционирования Сложной системы на ЭВМ (машинный эксперимент).

Концепция применения методов математического моделирования для решения задачи исследования и проектирования сложных систем базируется на следующих основных принципах:

- 1. Для любой технической системы можно создать математическую модель, которая будет описывать необходимые свойства системы, или ряд моделей.
- 2. Техническую систему можно исследовать с помощью натурного эксперимента или с помощью математического моделирования.
- 3. Не всякий натурный эксперимент можно произвести, но всякий эксперимент можно промоделировать.
- Инженерные решения можно принимать на основе адекватных математических моделей.
- 5. Для получения адекватных математических моделей необходим эксперимент.
- 6. Чтобы научиться разрабатывать адекватные математические модели можно применять сравнение численных результатов с теоретическими результатами на основе аналитических решений.
- 7. Математическая модель состоит из: уравнений, параметров, граничных условий.
- 8. Ошибка в любом компоненте математической модели даст ошибку в результате математического моделирования.
- 9.Конечным подтверждением принятого технического решения является натурный эксперимент.

### 1.3.Основные принципы моделирования

**Принцип информационной достаточности.** При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Существует некоторый критический уровень априорных сведений о системе (уровень информационной достаточности), при достижении которого может быть построена ее адекватная модель.

**Принцип осуществимости.** Создаваемая модель должна обеспечить достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время. Обычно задают некоторое пороговое значение  $P_0$  вероятности достижения цели моделирования P(t), а также приемлемую границу  $t_0$  времени достижения этой цеди. Модель считают осуществимой, если одновременно выполнены два неравенства:

 $P(t) \geq P_0$ ;  $t \leq t_0$ 

Принцип множественности моделей. Данный принцип, несмотря на его порядковый номер, является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранные показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющих с разных сторон и с разной степенью детальности отражать рассматриваемый процесс.

Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип агрегирования позволяет, кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром, в том числе векторным. Такие подсистемы можно заменять в модели соответствующими числовыми величинами, а не описывать процесс их функционирования. При необходимости зависимость значений этих величин от ситуации может задаваться в виде таблицы, графика или аналитического выражения (формулы). Принцип параметризации позволяет сократить объем и продолжительность моделирования. Однако надо иметь в виду, что параметризация снижает адекватность модели.

Степень реализации перечисленных принципов в каждой конкретной модели может быть различной, причем это зависит не только от желания разработчика, но и от соблюдения им технологии моделирования. А любая технология предполагает наличие определенной последовательности действий.

Компьютерное моделирование - это математическое моделирование с использованием средств вычислительной техники. Соответственно, технология компьютерного моделирования предполагает выполнение следующих действий:

- 1) определение цели моделирования;
- 2) разработка концептуальной модели;
- 3) формализация модели;

- 4) программная реализация модели;
- 5) планирование модельных экспериментов;
- 6) реализация плана эксперимента;
- 7) анализ и интерпретация результатов моделирования.

Содержание первых двух этапов практически не зависит от математического метода, положенного в основу моделирования (и даже наоборот – их результат определяет выбор метода). А вот реализация остальных шести существенно различается для каждого из двух основных подходов к построению модели. Именуются эти подходы в разных книгах по — разному, мы используем для их обозначения термины «аналитическое» и «имитационное» моделирование.

**Аналитическое моделирование** предполагает использование математической модели реального объекта в форме алгебраических, дифференциальных, интегральных и других уравнений, связывающих выходные переменные с входными, дополненных системой ограничений. При этом предполагается наличие однозначной вычислительной процедуры получения точного решения уравнений.

При *имитационном моделировании* используемая математическая модель воспроизводит логику («алгоритм») функционирования исследуемой системы во времени при различных сочетаниях значений параметров системы и внешней среды.

Примером простейшей аналитической модели может служить уже упоминавшееся уравнение прямолинейного движения. При исследовании такого процесса с помощью имитационной модели должно быть реализовано наблюдение за изменением пройденного пути с течением времени.

Очевидно, в одних случаях более предпочтительным является аналитическое моделирование, в других — имитационное (или сочетание того и другого). Чтобы выбор был удачным, необходимо ответить на два вопроса:

- с какой целью проводится моделирование;
- к какому классу может быть отнесено моделируемое явление.

Ответы на оба эти вопроса могут быть получены в ходе выполнения двух первых этапов моделирования.

## 1.4. Концептуальная модель

**Концептуальная** (содержательная) **модель** - это абстрактная модель, определяющая структуру моделируемой системы, свойства ее элементов и причинно — следственные связи, присущие системе и существенные для достижения цели моделирования.

Построение концептуальной модели включает следующие этапы:

- 1) определение типа системы;
- 2) описание рабочей нагрузки;
- 3) декомпозиция системы.

На первом этапе осуществляется сбор фактических данных (на основе работы с литературой и технической документацией, проведения натурных экспериментов, сбора экспертной информации и т.д.), а также выдвижение гипотез относительно значений параметров и переменных, в тех случаях, когда отсутствует возможность получения фактических данных. Если полученные результаты соответствуют принципам информационной достаточности и осуществимости, то они могут служить основой для отнесения моделируемой системы к одному из известных типов (классов).

Наиболее важные в этом отношении *классификационные признаки* приведены ниже.

1. множество состояний моделируемой системы. По этому признаку системы делят на статические и динамические. Система называется статической, если множество ее состояний содержит один элемент. Если состояний больше одного, и они могут изменяться во времени, система называется динамической.

Различают два основных типа динамических систем:

- с дискретными состояниями (множество состояний конечно или счетно);
- с непрерывным множеством состояний.

Возможны смешанные случаи.

2. **движением системы --** процесс смены состояний.

Смена состояний может происходить либо в фиксированные моменты времени, множество которых дискретно и заранее определено (например, поступление новых партий товара на склад), либо непрерывно (изменение курсов валюты в ходе торгов). При этом различают детерминированные системы и стохастические. В детерминированных системах новое состояние зависит только от времени и текущего состояния системы. Другими словами, если имеются условия, определяющие переход системы в новое состояние, то для детерминированной системы можно однозначно указать, в какое именно состояние она перейдет.

Для *стохастической* системы можно указать лишь множество возможных состояний перехода и, в некоторых случаях, вероятности перехода в каждое из этих состояний.

Рассмотренная схема классификации систем важна не сама по себе. На этапе разработки концептуальной модели она, во — первых, позволяет уточнить цели и задачи моделирования и, во — вторых, облегчает переход к этапу формализации модели, знание классификационных признаков дает возможность оценить степень ее соответствия первоначальному замыслу разработчика.

3. **рабочая нагрузка** — это совокупность внешних воздействий, оказывающих влияние на эффективность применения данной системы в рамках решаемой задачи,

Описание рабочей нагрузки является не только важной, но и достаточно сложной задачей. Особенно в тех случаях, когда приходится учитывать влияние случайных факторов, или когда идет о рабочей проектируемой принципиальной новой системы. В связи с этим многие вводят понятие модели рабочей нагрузки, подчеркивая сопоставимость уровня сложности описания собственно системы и ее рабочей нагрузки.

Модель рабочей нагрузки (РН) должна обладать следующими основными свойствами:

- совместимостью с моделью системы;
- представительностью;
- управляемостью;
- системной независимостью.

Свойство *совместимости* предполагает, что, во — первых степень детализации описания РН соответствует детализации описания системы; во — первых, модель РН должна быть сформулирована в тех же категориях предметной области, что и модель системы. Например, если в модели системы исследуется использование ресурсов, РН должна быть выражена в запросах на ресурсы;

**Представительность** модели РН определяется ее способностью адекватно представить РН в соответствии с целями исследования. Другими словами, модель РН должна отвечать целям исследования системы. Например, если оценивается пропускная способность, должна выбирать РН, «насыщающая» систему.

Под *управляемостью* понимается возможность изменения параметров модели РН в некотором диапазоне, определяемом целями исследования.

Системная независимость — это возможность переноса модели РН с одной системы на другую с сохранением ее представительности. Данное свойство наиболее важно при решении задачи сравнения различных систем или различных модификаций одной системы. Если модель РН зависит от конфигурации исследуемой системы или других ее параметров, то использование такой модели для решения задачи выбора невозможно.

И наконец, обратимся к этапу, завершающему построение концептуальной модели системы — ее декомпозиции.

- **4. Декомпозиция системы** производится исходя из выбранного уровня детализации модели, который, в свою очередь, определяется тремя факторами:
  - целями моделирования;
  - объемом априорной информации о системе;
  - требованиями к точности и достоверности результатов моделирования.

Уровни детализации иногда называют *стратами*, а процесс выделения уровней – *стратификацией*.

Детализация системы должна производиться до такого уровня, чтобы для каждого элемента были известны или могли быть получены зависимости его выходных характеристик от входных воздействий, существенные с точки зрения выбранного показателя эффективности.

Повышение уровня детализации описания системы позволяет получить более точную ее модель, но усложняет процесс моделирования и ведет к росту затрат времени на проведение.

При имитационном моделировании для оценки выбранного уровня детализации можно использовать специальные критерии.

Первый из них — отношение реального времени функционирования системы к времени моделирования (т. е. к затратам машинного времени, необходимого на проведение модельного эксперимента). Например, если при одних и мех же

подходах к программной реализации модели моделирование одного часа работы системы требует в одном случае 3 минуты машинного времени, а в другом -10 минут, то во втором случае степень детализации описания выше (соотношение 3:10).

Второй критерий — разрешающая способность модели, в том числе:

разрешающая *способность по времени* — может быть определена как кратчайший интервал модельного времени между соседними событиями;

разрешающая способность *по информации* — наименьшая идентифицируемая порция информации, представимая в модели (для вычислительных систем, например, такими порциями могут быть слово, страница, программа, задание).

Третий критерий — число различных моделируемых состояний системы (или типов).

Для тех компонентов, относительно которых известно или предполагается, что они сильнее влияют на точность результатов, степень детальности может быть выше других.

Необходимо отметить, что с увеличением степени детализации возрастает устойчивость модели, но возрастают и затраты машинного времени на проведение модельного эксперимент.