
Индивидуальная практическая работа №1: Анализ чувствительности

Цель работы --- исследование зависимости решений задач линейного программирования от параметров и построение решений возмущенных задач с помощью корректировки известного решения невозмущенной (исходной) задачи.

Для выполнения данной работы необходимо осуществить следующие шаги.

I) Выполнить контрольную работу №1 в результате чего иметь в распоряжении программу, решающую задачи линейного программирования прямым симплекс-методом.

II) Изучить алгоритм двойственного симплекс-метода и запрограммировать этот метод.

Теоретический материал см. пункт 1.5 темы (модуля) №1.

Примеры, иллюстрирующие процесс решения задач линейного программирования двойственным симплекс-методом (подробное описание всех итераций) приведены в разделе "Иллюстративные примеры к теме №1", подраздел №2.

Работу запрограммированного алгоритма следует проверить на приводимых там же задачах для самостоятельного решения.

III) Использовать программно реализованные методы для исследования зависимости решения задач линейного программирования от параметров задачи, а также для корректировки решения задачи ЛП при изменении исходных параметров для одной из указанных ниже конкретных задач.

Теоретический материал см. пункт 1.6 темы (модуля) №1.

Примеры, иллюстрирующие процедуру корректировки решения невозмущенной задачи для быстрого построения решения возмущенной задачи, приведены в разделе "Иллюстративные примеры к теме №1", подраздел №3. Работу запрограммированного алгоритма следует проверить на одной из приводимых ниже задачах для самостоятельного решения. Номер задачи, которую следует рассмотреть, необходимо уточнить у преподавателя.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задание 1. Для задачи линейного программирования вида

$$\begin{aligned} c'x &\rightarrow \max, \\ Ax &= b, \quad x \geq 0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

с данными

$$c = (1 \quad 4 \quad -9 \quad 6 \quad -5 \quad 8 \quad 3 \quad -7 \quad 1), \quad b = (14 \quad 23 \quad 6) \quad (1.2)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 & 5 & 0 & -3 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 8 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & -1 & 0 & -2 & 3 & 8 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план,

$$x^0 = (3.00 \quad 0 \quad 0 \quad 4.00 \quad 0 \quad 2.00 \quad 0 \quad 0 \quad 0), \quad J_B^0 = \{1, 4, 6\} \quad (1.3)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (1 \ 1 \ 1), \quad J_B^0 = \{1, 4, 6\}. \quad (1.4)$$

Требуется последовательно решить двойственным симплекс-методом задачи линейного программирования, каждая из которых получается из предыдущей добавлением нового ограничения.

В качестве исходной взять задачу (1.1) с данными (1.2). Добавляемые ограничения имеют вид

$$x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_6 + 3x_7 + x_8 \leq 9, \quad (1.5)$$

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 - x_8 \leq 20, \quad (1.6)$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 3x_6 + 3x_7 + x_8 \leq 14, \quad (1.7)$$

Таким образом, первой решается задача (1.1) с данными (1.2), (1.5), исходя из известного начального двойственного плана (1.4).

Второй решается задача (1.1) с данными (1.2), (1.5), (1.6), взяв в качестве начального двойственного плана найденный оптимальный двойственный базисный план первой задачи.

Третьей решается задача (1.1) с данными (1.2), (1.5)- (1.7), взяв в качестве начального двойственного плана найденный оптимальный двойственный базисный план второй задачи.

Задание 2. Для задачи ЛП вида (1.1) с исходными данными (1.2) известны оптимальный базисный план (1.3) и оптимальный двойственный базисный план (1.4).

Используя известный оптимальный двойственный план (1.4) решить новую задачу ЛП, в которой вектор условий $b = (14 \ 23 \ 6)'$ заменен на новый вектор $\bar{b} = (14 \ 22 \ 7)'$.

Задание 3. Пусть для задачи линейного программирования вида (1.1) с исходными

данными (1.2) известны оптимальный базисный план (1.3) и оптимальный двойственный базисный план (1.4).

Предположим, что из этой задачи удалили второе основное ограничение. Найти оптимальный план новой задачи, используя в качестве начального базисный план, полученный корректировкой оптимального базисного плана старой задачи.

Задание 4. Пусть для задачи линейного программирования вида (1.1) с исходными данными (1.2) известны оптимальный базисный план (1.3) и оптимальный двойственный базисный план (1.4).

Предположим, что из этой задачи удалили третье основное ограничение. Найти оптимальный план новой задачи, используя в качестве начального базисный план, полученный корректировкой оптимального базисного плана старой задачи.

Задание 5. Пусть для задачи линейного программирования вида

$$\bar{c}'x \rightarrow \max, \quad \bar{A}x = \bar{b}, \quad x \geq 0, \quad (1.8)$$

с исходными данными

$$\bar{c} = (-5 \quad -2 \quad 3 \quad -4 \quad -6 \quad 0 \quad -1 \quad -5 \quad 0)', \quad \bar{b} = (6 \quad 10 \quad -2 \quad 9), \quad (1.9)$$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & -3 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -1 & 0 & -1 & 3 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 3 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \bar{m} = 4, \quad \bar{n} = 9.$$

известны оптимальный базисный план задачи

$$\bar{x}^0 = (5.00 \quad 0 \quad 0 \quad 4.75 \quad 4.00 \quad 0 \quad 0.25 \quad 0 \quad 0), \quad \bar{J}_B^0 = \{1, 4, 5, 7\} \quad (1.10)$$

и оптимальный двойственный базичный план,

$$\bar{u}^0 = (1.00 \quad -17.25 \quad 6.00 \quad 12.25), \quad \bar{J}_B^0 = \{1, 4, 5, 7\}. \quad (1.11)$$

Предположим, что из этой задачи удалили первое основное ограничение. Найти оптимальный план новой задачи, используя в качестве начального базисный план, полученный корректировкой оптимального базисного плана старой задачи.

Задание 6. Пусть для задачи линейного программирования вида (1.8) с исходными данными (1.9) известны оптимальный базисный план (1.10) и оптимальный двойственный базисный план (1.11).

Предположим, что из этой задачи удалили второе основное ограничение. Найти оптимальный план новой задачи, используя в качестве начального базисный план, полученный корректировкой оптимального базисного плана старой задачи.

Задание 7. Для задачи линейного программирования вида (1.1) со следующими исходными данными

$$c = (1 \quad 0 \quad -4 \quad 15 \quad -3 \quad 1 \quad 4 \quad 0), \quad (1.12)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 6 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & -1 & 2 & 5 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 & 1 & 1 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 31 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 8), \quad J_B^0 = \{2, 5, 8\} \quad (1.13)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \ 1 \ 1), J_B^0 = \{2, 5, 8\}. \quad (1.14)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план (1.14) решить новую задачу линейного программирования, в которой вектор условий $b = (-1 \ 8 \ -17)'$ заменен на новый вектор $\bar{b} = (0 \ 12 \ 33)'$.

2) Используя известный оптимальный план (1.13), решить новую задачу линейного программирования, в которой вектор стоимости (1.12) заменен на новый вектор

$$\bar{c} = (-4 \ -1 \ -11 \ -5 \ -10 \ -4 \ 11 \ 8)'.$$

Задание 8. Для задачи линейного программирования вида (1.1) со следующими исходными данными

$$c = (-4 \ -1 \ -12 \ -4 \ -10 \ -5 \ 12 \ 30), \quad (1.15)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 & -3 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 & 1 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -15 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0), \quad J_B^0 = \{2, 4, 5\} \quad (1.16)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \ -1 \ 1), \quad J_B^0 = \{2, 4, 5\}. \quad (1.17)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план (1.17), решить новую задачу ЛП, в которой вектор условий $b = (-15 \ 7 \ 7)'$ заменен на новый вектор $\bar{b} = (-16 \ 11 \ 9)'$.

2) Используя известный оптимальный план (1.16), решить новую задачу линейного программирования, в которой вектор стоимости (1.15) заменен на новый вектор

$$\bar{c} = (-4 \quad -1 \quad -11 \quad -5 \quad -10 \quad -4 \quad 11 \quad 8)'$$

Задание 9. Для задачи линейного программирования вида (1.1) со следующими исходными данными

$$c = (2 \quad -2 \quad -1 \quad -7 \quad 3 \quad -5 \quad -1 \quad 3), \quad (1.18)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 & 3 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & -1 & -4 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (1 \ 0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0), \quad J_B^0 = \{1 \ 3 \ 7\} \quad (1.19)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \quad -1 \quad 1), \quad J_B^0 = \{1 \ 3 \ 7\}. \quad (1.20)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план (1.20), решить новую задачу ЛП, в которой вектор условий $b = (-3 \quad -3 \quad 3)'$ заменен на новый вектор $\bar{b} = (-4 \quad 0 \quad 1)'$.

2) Используя известный оптимальный двойственный план (1.20), решить новую задачу ЛП, которая получается из исходной задачи в результате добавления новое ограничение вида

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_6 + 2x_7 + x_8 \leq 7.$$

Задание 10. Для задачи линейного программирования вида (1.1) со следующими исходными данными

$$c = (3 \quad -4 \quad -1 \quad -7 \quad 1 \quad -4 \quad -8 \quad 1), \quad (1.21)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -9 \\ -4 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (1 \ 4 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0), \quad J_B^0 = \{1 \ 2 \ 4 \ 7\} \quad (1.22)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \ 1 \ 1 \ -1), \quad J_B^0 = \{1 \ 2 \ 4 \ 7\}. \quad (1.23)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план (1.23), решить новую задачу линейного программирования, в которой вектор условий $b = (-9 \ -4 \ -3 \ 9)'$ заменен на новый вектор $\bar{b} = (-10 \ -1 \ -5 \ 12)'$.

2) Используя известный оптимальный план (1.22), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи в результате удаления первого основного ограничения.

Задание 11. Для задачи линейного программирования вида (1.1) со следующими исходными данными

$$c = (3 \quad -4 \quad -1 \quad -7 \quad 1 \quad -4 \quad -8 \quad 1), \quad (1.24)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -9 \\ -4 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (1 \ 4 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0), \quad J_B^0 = \{1 \ 2 \ 4 \ 7\} \quad (1.25)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \quad -1 \quad 1 \quad -1), \quad J_B^0 = \{1 \ 2 \ 4 \ 7\}. \quad (1.26)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план [\(1.26\)](#), решить новую задачу линейного программирования, в которой вектор условий $b = (-9 \quad -4 \quad -3 \quad 9)'$ заменен на новый вектор $\bar{b} = (-13 \quad -4 \quad -5 \quad 10)'$.

2) Используя известный оптимальный план [\(1.25\)](#), решить новую задачу линейного программирования, в которой из основных ограничений исходной задачи удалено второе ограничение.

Задание 12. Для задачи линейного программирования вида [\(1.1\)](#) со следующими исходными данными

$$c = (3 \quad -4 \quad -1 \quad -5 \quad -1 \ 2 \quad -3 \ 4), \quad (1.27)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ 13 \\ -10 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (1 \ 0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 4 \ 0 \ 2), \quad J_B^0 = \{1 \ 3 \ 6 \ 8\} \quad (1.28)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (1 \ -1 \ 1 \ -1), \quad J_B^0 = \{1 \ 3 \ 6 \ 8\}. \quad (1.29)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план [\(1.29\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи после добавления нового ограничения вида

$$x_1 + 4x_6 \leq 14.$$

2) Используя известный оптимальный план [\(1.28\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи в результате удаления второго основного ограничения.

Задание 13. Для задачи линейного программирования вида [\(1.1\)](#) со следующими исходными данными

$$c = (3 \ -4 \ -1 \ -5 \ -1 \ 2 \ -3 \ 4), \quad (1.30)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ 13 \\ -10 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (1 \ 0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 4 \ 0 \ 2), \ J_B^0 = \{1 \ 3 \ 6 \ 8\} \quad (1.31)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (1 \ -1 \ 1 \ -1), \ J_B^0 = \{1 \ 3 \ 6 \ 8\}. \quad (1.32)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план [\(1.32\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи после добавления нового ограничения вида

$$x_1 + 4x_6 + x_7 + x_8 \leq 14.$$

2) Используя известный оптимальный план [\(1.31\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи в результате удаления первого основного ограничения.

Задание 14. Для задачи линейного программирования вида [\(1.1\)](#) со следующими исходными данными

$$c = (-4 \ -1 \ -12 \ -4 \ -10 \ -5 \ 12 \ 30), \\ A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 & -3 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 1 & 1 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \ b = \begin{pmatrix} -15 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0), \ J_B^0 = \{2, 4, 5\} \quad (1.33)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \quad -1 \quad 1), \quad J_B^0 = \{2, 4, 5\}. \quad (1.34)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план [\(1.34\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи после добавления нового ограничения вида

$$x_1 + 4x_5 + x_7 - x_8 \leq 14.$$

2) Используя известный оптимальный план [\(1.33\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи в результате удаления первого основного ограничения.

Задание 15. Для задачи ЛП вида [\(1.1\)](#) со следующими исходными данными

$$c = (1 \quad 0 \quad -4 \quad 15 \quad -3 \quad 1 \quad 4 \quad 0),$$
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 6 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & -1 & 2 & 5 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 & 1 & 1 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 31 \end{pmatrix},$$

известны оптимальный базисный план

$$x^0 = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 8), \quad J_B^0 = \{2, 5, 8\} \quad (1.35)$$

и оптимальный двойственный базисный план

$$u^0 = (3 \quad 1 \quad 1), \quad J_B^0 = \{2, 5, 8\}. \quad (1.36)$$

1) Используя известный оптимальный двойственный план [\(1.36\)](#), решить новую

задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи после добавления нового ограничения вида

$$x_2 + x_5 + x_7 + x_8 \leq 14.$$

2) Используя известный оптимальный план [\(1.35\)](#), решить новую задачу линейного программирования, которая получается из исходной задачи в результате удаления третьего основного ограничения.
