

## ТЕМА 4 Криптография с открытым ключом

### 4.1 Основные требования к алгоритмам асимметричного шифрования

Алгоритмы шифрования с *открытым ключом* разрабатывались для того, чтобы решить две наиболее трудные задачи, возникшие при использовании симметричного шифрования: распределение ключа и цифровая подпись.

При описании симметричного шифрования и шифрования с *открытым ключом* будем использовать следующую терминологию. Ключ, используемый в симметричном шифровании, будем называть секретным ключом. Два ключа, используемые при шифровании с *открытым ключом*, будем называть *открытым ключом* и *закрытым ключом*. *Закрытый ключ* держится в секрете, но называть его будем *закрытым ключом*, а не секретным, чтобы избежать путаницы с ключом, используемым в симметричном шифровании. *Закрытый ключ* будем обозначать  $KR$ , *открытый ключ* -  $KU$ .

Будем предполагать, что все участники имеют доступ к *открытым ключам* друг друга, а *закрытые ключи* создаются локально каждым участником и, следовательно, распределяться не должны.

Диффи и Хеллман описывают требования, которым должен удовлетворять алгоритм шифрования с *открытым ключом*.

1. Вычислительно легко создавать пару  $KU, KR$ .
2. Вычислительно легко, имея *открытый ключ* и незашифрованное сообщение  $M$ , создать соответствующее зашифрованное сообщение:

$$C = E_{KU}[M]$$

3. Вычислительно легко дешифровать сообщение, используя *закрытый ключ*:

$$M = D_{KR}[C] = D_{KR}[E_{KU}[M]]$$

4. Вычислительно невозможно, зная *открытый ключ*  $KU$ , определить *закрытый ключ*  $KR$ .
5. Вычислительно невозможно, зная *открытый ключ*  $KU$  и зашифрованное сообщение  $C$ , восстановить исходное сообщение  $M$ .

Можно добавить шестое требование, хотя оно не выполняется для всех алгоритмов с *открытым ключом*:

6. Шифрующие и дешифрующие функции могут применяться в любом порядке:

$$M = E_{KU}[D_{KR}[M]]$$

Это достаточно сильные требования, которые вводят понятие *односторонней функции с ключом*. **Односторонней функцией** называется такая функция, у которой каждый аргумент имеет единственное обратное

значение, при этом вычислить саму функцию легко, а вычислить обратную функцию трудно.

$$Y = f(X) -$$

легко

$$X = f^{-1}(Y) -$$

трудно

Вернемся к определению *односторонней функции с люком*, которую, подобно *односторонней функции*, легко вычислить в одном направлении и трудно вычислить в обратном направлении до тех пор, пока недоступна некоторая дополнительная информация. При наличии этой дополнительной информации инверсию можно вычислить за полиномиальное время. Таким образом, *односторонняя функция с люком* принадлежит семейству *односторонних функций*  $f_k$  таких, что

$$Y = f_k(X) - \text{легко, если } k \text{ и } X \text{ известны}$$

$$X = f_k^{-1}(Y) - \text{легко, если } k \text{ и } Y \text{ известны}$$

$$X = f_k^{-1}(Y) - \text{трудно, если } Y \text{ известно, но } k \text{ неизвестно}$$

.