
Тема 2 Динамическое программирование

Динамическим программированием называется вычислительный метод решения специальных задач математического программирования и оптимального управления, математические модели которых имеют характер многоэтапных и динамических процессов.

2.1 Основные принципы динамического программирования

В динамических методах приближения к решению (оптимальному плану) строятся по решениям последовательности аналогичных задач меньшей размерности (состоящих из меньшего числа этапов). Процесс решения как бы разворачивается во времени. В статических методах количество этапов фиксировано и итерации представляют переходы от одного элемента (плана) к другому в пространстве фиксированной размерности.

Для того, чтобы применить методы динамического программирования, необходимо, чтобы математическая модель решаемой задачи имела "динамический характер". Не всегда в исходной постановке задачи удастся разглядеть ее "динамический характер". Поэтому очень важно научиться представлять модели в таком виде, в котором выявляются их динамические свойства.

Однако не существует простых правил, механическое применение которых в любой задаче позволяет выявить ее динамические свойства. Это в некоторой степени является искусством. И здесь лучшим учителем является опыт и интуиция.

Многие конкретные оптимизационные задачи удастся сформулировать несколькими внешне различными способами, причем в каждой из формулировок в центре внимания находится та или иная структурная зависимость.

Метод динамического программирования основан на трех главных этапах:

1. *Инвариантное погружение* исходной задачи в семейство аналогичных задач (исходная задача должна принадлежать этому семейству). Реализация этого этапа может быть неоднозначной и в каждом конкретном случае зависит от опыта, изобретательности и интуиции исследователя. От вида инвариантного погружения зависят все последующие построения и эффективность полученного метода в целом. На первом этапе, когда настроено инвариантное погружение, вводится *функция Беллмана* - оптимальное значение целевой функции произвольной задачи из рассматриваемого семейства.
2. Второй этап решения задачи методом динамического программирования состоит в получении *уравнения для функции Беллмана*. На этом этапе используется *принцип оптимальности Беллмана*: оптимальная стратегия обладает тем свойством, что,

каков бы ни был путь достижения некоторого состояния, последующие решения должны принадлежать оптимальной стратегии для оставшейся части процесса, начинающегося с этого состояния.

3. Поиск решения уравнения Беллмана и построение по нему решения исходной задачи.

Изложим основные приемы метода динамического программирования на ряде конкретных задач линейного программирования.