

## КР\_1\_МатМод ИМИТАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

### Имитация случайного события

Пусть некоторое событие  $A$  происходит с вероятностью  $P_A$ . Требуется воспроизвести факт наступления события  $A$ . Поставим в соответствие событию  $A$  событие  $B$ , состоящее в том, что  $x$  меньше либо равно  $P_A$ , где  $x$  здесь и в дальнейшем – случайное число (СЧ) с равномерным на интервале  $(0,1)$  законом распределения. Вычислим вероятность события  $B$ :

$$P(B) = \int_0^{P_A} 1 dy = P_A$$

Таким образом, события  $A$  и  $B$  являются равновероятными. Отсюда следует процедура имитации факта появления события  $A$ . Она сводится к проверке неравенства  $X_A$  меньше, либо равно  $P_A$ , а алгоритм заключается в следующем:

1. С помощью датчика случайных чисел (СЧ) получают СЧ  $X$ ;
2. Проверяют выполнение неравенства  $X$  меньше, либо равно  $P_A$ ;
3. Если оно выполняется, то событие  $A$  – произошло, если нет – то произошло  $\bar{A}$

### Имитация сложного события

Имитация сложного события, состоящего, например, из двух независимых элементарных событий  $A$  и  $B$ , заключается в проверке неравенств:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \leq P_A \\ x_2 \leq P_B \end{array} \right\},$$

где  $P_A$  и  $P_B$  – вероятности событий  $A$  и  $B$ , а  $x_1$  и  $x_2$  – СЧ с равномерным законом распределения.

В зависимости от исхода проверки неравенств (аналогично алгоритму 4.2.1.) делается вывод какой из вариантов:

$AB, A\bar{B}, \bar{A}B, \bar{A}\bar{B}$  имеет место.

### Имитация сложного события, состоящего из зависимых событий.

В случае, когда сложное событие состоит из элементарных зависимых событий  $A$  и  $B$  имитация сложного события производится с помощью проверки следующих неравенств:

$$\left. \begin{matrix} x_1 \leq P_A \\ x_2 \leq P_{B/A} \end{matrix} \right\} \quad \left. \begin{matrix} x_1 > P_A \\ x_2 \leq P_{B/\bar{A}} \end{matrix} \right\} \quad \left. \begin{matrix} x_1 \leq P_A \\ x_2 > P_{B/A} \end{matrix} \right\} \quad \left. \begin{matrix} x_1 > P_A \\ x_2 > P_{B/\bar{A}} \end{matrix} \right\}$$

В зависимости от того, какая из этих четырех систем неравенств выполняется, делается вывод о том, какой из этих четырех возможных исходов  $AB, A\bar{B}, \bar{A}B, \bar{A}\bar{B}$  имеет место.

В качестве исходных данных задаются  $P_A, P_B$  и условная вероятность  $P_{B/A}$ , вероятность  $P_{B/\bar{A}}$  может быть вычислена. По формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(A/B) \cdot P(B) + P(A/\bar{B}) \cdot P(\bar{B}),$$

где

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B), \text{ отсюда легко выразить } P(A/\bar{B})$$

### Имитация событий, составляющих полную группу

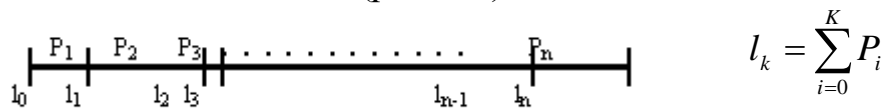
Пусть событие  $A_i$  ( $i=1, n$ ) составляют полную группу, тогда их вероятности  $P_i$ , таковы что:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

Имитация факта появления одного из событий  $A_i$  ( $i=1, n$ ) сводится к проверке следующих неравенств:

$$\sum_{i=0}^{K-1} P_i \leq x < \sum_{i=0}^K P_i, \quad K = \overline{1, n}, \quad P_0 = 0$$

Выполнение  $K$ -го неравенства эквивалентно выполнению события  $A_K$ . Описанный алгоритм называют иногда алгоритмом “розыгрыша по жребии”. Его можно интерпретировать как установление номера  $K$ -го отрезка длиной  $P_K$ , на который пало СЧ  $x$ , при условии разбиения отрезка единичной длины на отрезки с длинами  $P_1, P_2, \dots, P_n$  (рис 4.3.)



### ЗАДАНИЕ

Написать программы, реализующие рассмотренные методы имитации случайных событий.

Провести статистические исследования полученных результатов..

Проверить гипотезы о соответствии полученных результатов требуемым.