

## [AiSD] Zadanie 8, lista 4

Dawid Żywczak, 22.05.2020

Naszym zadaniem jest znalezienie maksymalnej sumy liczb naturalnych rozłożonych na szachownicy  $4 \times x$ . Liczby rozłożone są w każdym polu szachownicy, a wybierać je możemy poprzez położenie kamyka na danym polu, z ograniczeniem, że każde dwie wybrane liczby nie mogą mieć wspólnych krawędzi.

Na początku zastanówmy się w jaki sposób możemy wybrać liczby w jednej kolumnie. Możemy zrobić to na 8 sposobów (liczby 0-3 oznaczają wybrany wiersz).

1. 0 i 3
2. 0 i 2
3. 1 3
4. 0
5. 1
6. 2
7. 3
8. nie wybieramy żadnego pola w tej kolumnie.

Oznaczmy przez  $s[i][j]$  sumę elementów wybranych do  $i$ -tej kolumny włącznie przy wyborze  $j$ -tej możliwości w  $i$ -tej kolumnie. Zauważmy, że wartość  $s[i][j]$  zależy od kolumny  $i - 1$ . Z tego dostajemy kolejne zależności, pozwalające nam określić dozwolone ruchy. (numer porządkowy na liście oznacza możliwość wybraną w  $i$ -tej kolumnie, natomiast zawartość wpisu oznacza numery dozwolonych możliwości w kolumnie  $i-1$ ).

1. 5, 6, 8
2. 3, 5, 7, 8
3. 2, 4, 6, 8
4. 3, 5, 6, 7, 8
5. 1, 2, 4, 6, 7, 8
6. 1, 3, 4, 5, 7, 8
7. 2, 4, 5, 6, 8
8. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Zatem aby otrzymać maksymalny wynik w  $s[i][j]$  musimy wybrać maksimum z odpowiednich możliwości w kolumnie  $i - 1$  i zsumować z wartością odpowiadającą  $j$ -tej możliwości w  $i$ -tej kolumnie. Po wypełnieniu całej tablicy stanów  $s$ , wystarczy znaleźć maksimum w ostatniej kolumnie. Widać jak krok po kroku konstruujemy poszczególne wyniki cząstkowe.

Złożoność czasowa takiego rozwiązania to  $O(n)$ , ponieważ musimy przejść całą tablicę stanów, gdzie z każdym obrotem 8 razy szukamy maksimum z maksymalnie 8 liczb (znalezienie maksimum  $O(8)$ ). Złożoność pamięciowa  $O(n * 8)$  ponieważ trzymamy całą tablicę stanów. Można też wykonać wersję, w której trzymamy jedynie poprzednią i obecną kolumnę, wtedy złożoność pamięciowa to  $O(2 * 8)$ .