3.192) $\begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ 2x + 3y - 7z = 16 \\ 5x + 2y + z = 16 \end{cases}$ правило Крамера

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -7 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\det A = 2$ ✓

$x = \frac{\Delta x}{\det A}$ $\Delta x = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -2 \\ 16 & 3 & -7 \\ 16 & 2 & 1 \end{pmatrix} = 6$

$x = \frac{6}{2} = 3$

теорема Кронекера - Капелли

решение есть, если $\operatorname{rank} A = \operatorname{rank} \overline{A}$ (совместна)

3.206) $\begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ x + 2y + 3z = -1 \\ x - 3y - 2z = 3 \end{cases}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & -2 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 5 & 5 & -8 \\ 0 & 5 & 5 & -4 \\ 1 & -3 & -2 & 3 \end{array}\right)$ нет решений

Фундаментальная система решений (ФСР)
общее решение системы

$Ax = b$

1) если b – (не) нулевой столбец, то система (не) однородной

3.238) $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 = 1$

$2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 + x_6 = 1$

$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$ Поиск ФСР

$\left(\begin{array}{cccccc|c} \textcircled{1} & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{3} & -3 & 3 & -1 \end{array}\right)$

главные неизвестные – x_1, x_4
остальные – свободные – x_2, x_3, x_5, x_6

$\begin{cases} x_1 = x_2 - x_3 + x_4 - x_5 + x_6 \\ x_4 = x_5 - x_6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 - x_3 \\ x_4 = x_5 - x_6 \end{cases}$

ФСР: $x_2 = 1$, $x_3 = x_5 = x_6 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$, $x_4 = 1$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 1е фунд. решение

$x_3 = 1 \quad x_2 = x_5 = x_6 = 0 \quad x_1 = -1, \; x_4 = 0 \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$x_5 = 1 \quad x_2 = x_3 = x_6 = 0 \quad x_1 = 0, \; x_4 = 1 \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$x_6 = 1 \quad x_2 = x_3 = x_5 = 0 \quad x_1 = 0, \; x_4 = -1 \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

поиск частного решения неоднородной системы

$$\begin{cases} x_1 - x_6 = 1 \\ 2x_1 + x_6 = 1 \end{cases} \qquad 3x_1 = 2, \; x_1 = \frac{2}{3}, \; x_6 = -\frac{1}{3}$$

частное решение $= \left(\frac{2}{3}, 0, 0, 0, 0, -\frac{1}{3} \right)$

общее решение неоднородной = частное решение + линейная комбинация ФСР однородной

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1/3 \end{pmatrix} + C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.243 методом Жордана-Гаусса

3.193
3.196
3.198
3.207
3.209
3.223
3.236
3.243

2/3