**Apéndice A. Ecuación de movimiento en el dominio de la frecuencia**

**A.1 Introducción**

En este apéndice se muestra la obtención de la respuesta en el dominio de la frecuencia para la ecuación de movimiento ante efectos de eólicos (Tamura & Kareem, 2013).

**A.2 Solución a la ecuación de movimiento**

La ecuación de movimiento está definida como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.1) |

Considérese la frecuencia como:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a2.) |

Y el amortiguamiento

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.3) |

donde  es la frecuencia natural del sistema en ,  es el coeficiente de amortiguamiento crítico y  es la masa. La solución a la ecuación de movimiento en vibración libre es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.4) |

Mientras que la respuesta a una excitación forzada  conocida como integral de Duhamel es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.5) |

donde  es la función de respuesta a un impulso la cual se define como:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.6) |

La solución a la ecuación (a.5) se puede aproximar como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.7) |

Por lo que la función de respuesta a un impulso se puede escribir

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.8) |

Por lo que la escuación a.5 se puede escribir como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.9) |

Si se considera una excitación armónica la solución es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.10) |

donde  se le conoce como la función de respuesta mecánica la cual permite conocer la respuesta en el dominio de la frecuencia al obtener la transformada de Fourier de la función.

La respuesta a una carga aleatoria se puede formular como se muestra en la ecuación (a.11)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.11) |

Por otro lado, si se tiene que la auto-covarianza de la seña  es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
|  |  | (a.12) |

Si se toma la transformada de Fourier de entonces se tiene que

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.13) |

Sustituyendo (a.12) en (a.13)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.14) |

Expandiendo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.14) |

La solución de la ecuación (a.14) tiene una solución en el campo de los reales y de los imaginarios (que se expresa con un asterisco ‘\*’) de tal modo que reescribiendo queda

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.15) |

La ecuación (a.15) se puede escribir como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.16) |

donde

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (A.17) |

donde el subíndice  corresponde a las propiedades aerodinámicas y  en (a.16) es la función de densidad del viento, es decir, la contribución del viento.

La ecuación (a.16) se conoce como el espectro de respuesta de desplazamiento. Si el sistema es continuo, se puede obtener a una distancia  como se muestra en la ecuación (a.18).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (a.18) |

donde  es un punto en específico en función a la forma modal deseada.

**A.3 Referencia**

Tamura, Y., & Kareem, A. (2013). *Advanced Structural Wind.* Japón: Springer.