**Capítulo 3**

**Descripción estocástica del viento turbulento**

**3.1 Introducción**

El viento es un fenómeno natural que tiene un comportamiento estocástico, es decir, que es aleatorio. La manera de describir el flujo es mediante

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.1) |

Donde  depende de un valor medio , el cual depende de la altura y las características del terreno, y un valor estocástico que depende de la turbulencia, .

**3.2 Velocidad media del viento**

Cuando se hace el análisis estático de viento para estructuras que son poco sensibles a las ráfagas de viento, es suficiente con considerar la velocidad media ya que la turbulencia no genera efectos considerable en la estructura. En cambio, cuando la estructura es sensible, se requiere hacer un análisis que incluya la turbulencia del viento. Independientemente del tipo de análisis eólico es necesario obtener la velocidad media del viento.

El Manual de Diseño de Obras Civiles, (MDOC, 2008) y el reglamento de construcciones de la ciudad de México tienen un apartado para obtener una velocidad de diseño el cual se obtuvo a partir de la medición de registros a una altura de 10 m en un terreno abierto con un tiempo de promediación de 3s. Sin embargo, las metodologías descritas en la literatura para obtener el comportamiento eólico emplean un tiempo promediado a 10 minutos por lo que la organización mundial meteorología en su apéndice II (Harper et al., 2008) propone algunos factores de conversión los cuales dependen del tipo de terreno. Estos factores se muestran en la Tabla 3.1

Tabla 3.1 Factores de conversión de velocidad

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Terreno |  |  |
| Terreno casi abierto | 1.66 | 0.60 |
| Terreno dentro de la línea costera | 1.52 | 0.66 |
| Terreno fuera de la línea costera | 1.38 | 0.72 |
| Mar abierto | 1.23 | 0.81 |

Para hacer la conversión solo se tiene que dividir la velocidad de diseño entre el factor que le corresponde de la Tabla 3.1.

**3.2 Estadística en un solo punto de flujo turbulento**

Para determinar la contribución de la turbulencia, , se considera que el proceso aleatorio tiene una media de cero y es estacionario. El comportamiento de la turbulencia es considerado como una función de densidad de probabilidad de Gauss cuyas varianzas en la dirección del viento es, , en la perpendicular, , y en la vertical, , y se definen en la ecuación (3.1):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.1) |

Por medio de estos valores se puede obtener la intensidad de turbulencia. La intensidad de turbulencia es un parámetro que permite ver la variación del viento debido a la turbulencia y se define matemáticamente con la ecuación (3.2),

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.2) |

donde  es el índice de turbulencia,  es la desviación estándar a la altura deseada y   es la velocidad media calculada a una altura  .

Este índice se puede calcular con la ecuación (3.3) y (3.4) los cuales se pueden encontrar en el Eurocódigo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.3) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.4) |

donde  y  son parámetros que dependen del terreno y se muestran en la Tabla 3.2 y .

Tabla 3.2 Valores de las constantes

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Categoría del terreno |  | (m) | (m) | Descripción del terreno |
| 1 | 0.17 | 0.01 | 1 | Mar abierto, terreno llano sin obstáculos |
| 2 | 0.19 | 0.05 | 2 | Granjas con setos, pequeñas estructuras agrarias ocasionales, casas o árboles |
| 3 | 0.29 | 0.30 | 5 | Áreas suburbanas o industriales, bosques permanentes |
| 4 | 0.43 | 1.00 | 10 | Áreas urbanas con al menos 15 % de superficie cubierta con edificios de altura media mayor a 15 m |

Para obtener los índices de turbulencia en las direcciones  se puede aplicar la ecuación (3.5).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.5) |

Otro parámetro importante es la longitud de escala de turbulencia, la cual indica el tamaño de las ráfagas la cual se puede obtener con la ecuación (3.6).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.6) |

donde  es la longitud de escala de turbulencia,  es la velocidad media y  es el tiempo de escala, es decir, el promedio de duración de la ráfaga. El tiempo de escala se define en la ecuación (3.7).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.7) |

Strommen (2010) propone la expresión (3.8) para la obtención de la longitud de escala turbulenta.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.8) |

Para obtener las demás longitudes de escala para las diferentes direcciones se pueden obtener con la ecuación (3.9),

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.9) |

La ecuación (3.10) representa la forma matemática de la función de densidad espectral, que es una buena representación de las propiedades turbulentas la cual fue propuesta por Kaimal

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.10) |

donde  es la frecuencia en Hz,  es la función de densidad,  es la desviación estándar, es un parámetro que depende de la dirección a analizar, , la cual se muestra en la Tabla 3.3 y 

Tabla 3.3 Valores de, ,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Constante | Frecuencia | |
| Hz | rad/s |
|  | 6.8 | 1.08 |
|  | 9.4 | 1.50 |
|  | 9.4 | 1.50 |

Simplificando la ecuación (3.10) se llega a la ecuación (3.11) la cual puede usar frecuencias en Hz ó en radianes/s. Cabe destacar que siempre será en la dirección , que es la dirección del viento.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.11) |

La ecuación (3.11) considera en el denominador la desviación estándar, Kaimal (1972), establece la función de densidad como se muestra en la ecuación (3.12),

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.12) |

donde  se define en la ecuación (3.13),  la altura,  la velocidad media,  la frecuencia angular,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.13) |

donde  es la rugosidad del terreno que se puede encontrar en la Tabla 3.2.

**3.2.1 Ejemplo 3.1**

Graficar la función de densidad de turbulencia para una altura  de 15 m en el estado de Chiapas para una categoría de terreno tipo 2.

El manual de diseño MDOC (2008) establece que la velocidad media en Chiapas para un periodo de retorno de 50 años promediada a 3s, es . Para obtener la velocidad media de diseño se empleara el Eurocódigo en el apartado 4.3 donde establece que la velocidad media se obtiene con:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

donde  es el factor de rugosidad que varía con la altura,  es el factor de orografía el cual se tomará como 1 para este caso y  es la velocidad regional en  promediado a 10 minutos.

Dado que se necesita la velocidad en otras unidades se transforma la velocidad regional

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para la obtener el tiempo de promediación a 10 minutos se aplica la Tabla 3.1 para el primer terreno de la siguiente manera:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Una vez obtenida la velocidad regional en las unidades y tiempo de promediación adecuada se requiere obtener el factor de rugosidad de la siguiente manera:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

empleando la Tabla 3.2 para la categoría de terreno 2 se tiene que  y  obteniendo un factor de rugosidad de

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

por lo que la velocidad media de diseño es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para obtener la función de densidad es necesario obtener la longitud de escala turbulenta, esto se logra aplicando la ecuación (3.8) para la dirección  y la ecuación (3.9) para la dirección  quedando

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

La función de densidad de Kaimal se obtiene con la ecuación (3.11), la cual tiene como denominador a la varianza.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

En la Figura 3.1 se muestran las gráficas de las funciones, donde se puede ver claramente que la función de densidad en la dirección  tiene valores mayores que en la dirección .

|  |
| --- |
|  |
| 1. Función de kaimal dirección |
|  |
| 1. Función de kaimal dirección |
| Figura 3.1 Función de densidad de Kaimal |

Si se define la frecuencia reducida como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

y la densidad reducida de auto espectro como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Entonces se puede graficar la función de densidad reducida de auto espectro como se muestra en la Figura 3.2.

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.1 Función de densidad de Kaimal |

Otra manera de obtener la función de densidad de Kaimal es con la ecuación (3.12). La diferencia con la ecuación (3.11) radica en que ésta requiere la varianza mientras que la otra la velocidad de corte . A continuación se muestra la obtención de la función de densidad con la ecuación (3.12).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

En la Figura 3.3 se muestran las gráficas de las funciones de densidad de Kaimal aplicando la ecuación (3.12) para este ejemplo

|  |
| --- |
|  |
| 1. Función de kaimal dirección |
|  |
| 1. Función de kaimal dirección |
| Figura 3.3 Función de densidad de Kaimal con la ecuación (3.12) |

**3.3 Propiedades espaciales del flujo turbulento**

Dado que el viento varía a lo largo de la estructura tipo línea es importante tener en cuenta cómo influye de manera espacial en cada punto el flujo. Esto se puede saber por medio de la covarianza la cual relaciona tanto el espacio como en el tiempo de dos puntos.

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.4 Covarianza a lo largo de un tablero |

En la Figura 3.4 se muestra el flujo turbulento en el dominio del tiempo para dos puntos a lo largo de un tablero. Se muestra como la velocidad va en la dirección  del tablero, el cual, puede causar flujo turbulento en tres direcciones ortogonales a la velocidad ,  y . Los puentes presentan características de una estructura tipo línea, lo cual hace que el viento en un punto sea distinto que en otro, para ello se emplea la covarianza el cual nos indica cómo afecta esta distancia entre los puntos. Para casos distintos de las estructuras tipo línea, como placas, se puede presentar covarianza en dos direcciones simultáneamente, en el caso del puente, se presenta únicamente a lo largo del mismo. En la Figura 3.4 se muestra que existe covarianza en la dirección  del puente el cual corresponde a una función, sin embargo en la Figura 3.4 no se especifica para cual componente fluctuante ,  o  corresponden, por lo que puede existir para la dirección  covarianza para un flujo de la componente  en un punto y  para otro punto. Considerando todas las combinaciones, se tiene que para una dirección existen 9 funciones de covarianza posible, además, si se consideran las tres direcciones del puente con sus respectivas componente fluctuantes, se tiene un total de 27 funciones de covarianza.

Afortunadamente, las funciones de covarianza que son de importancia son aquellas cuando influye el proceso de un mismo componente turbulento, es decir, que la turbulencia en una dirección no influye con respecto a otra. Esto permite reducir a tres funciones de covarianza por cada dirección.

En la ecuación (3.14) se muestran las funciones de covarianza para cada componente turbulenta.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.14) |

donde  con lo cual, considerando las tres direcciones del viento, se tienen 9 funciones de covarianza.

Para el caso de las estructuras tipo línea, se considera solo una dirección del viento, reduciendo a 3 funciones de covarianza.

Las funciones de covarianza representan la variación espacial de la turbulencia en el dominio del tiempo, para tener la representación en el dominio de la frecuencia se emplean las funciones de densidad de espectro cruzado, la cual se puede obtener con:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.15) |

El espectro cruzado se puede definir por el espectro de un solo punto e incluyendo la función de coherencia y el espectro de fase como se muestra en la ecuación (3.16)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.16) |

Para las estructuras tipo línea horizontal el espectro de fase puede ser despreciado, además si se considera que el espectro de un solo punto es conocido y tomando solo la parte real del espectro cruzado se puede definir el co-espectro normalizado (Strommen, 2010).

El co-espectro contiene la información que indica cómo está distribuida espectralmente la covarianza. El co-espectro normalizado se puede obtener con la ecuación (3.17), también conocido como coherencia.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.17) |

En la literatura se puede encontrar como obtener el valor del co-espectro como una primera aproximación y bajo condiciones homogéneas como se indica en la ecuación (3.18) (Strommen, 2010).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.18) |

donde  es la frecuencia angular en rad/s,  es la distancia entre elementos y  es la velocidad media. En la ecuación (3.17) se muestran los valores de ,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.19) |

El coespectro muestra cómo se relaciona un punto con respecto a otro, es por ello que entre mayor sea la distancia de  el coespectro será menor.

Al hacer el análisis por ráfagas, los datos que más interesan son para la dirección  y . En la Figura 3.3 se muestra el coespectro en la dirección  horizontal para diferentes distancias  con una velocidad media . Se puede ver claramente como el coespectro es menor conforme aumenta la frecuencia, teniendo un mayor decremento cuando se considera un espacio mayor.

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.3 Función de coespectro normalizado de diferentes valores  en la dirección |

En la Figura 3.4 Se muestran el coespectro para la dirección , donde se puede observar que exista una mayor relación entre los puntos que en la dirección  mostrados en la Figura 3.3

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.4 Función de coespectro de diferentes valores  en la dirección |

La ecuación (3.18) y (3.19) indican el coespectro para viento los cuales serán usadas para obtener el comportamiento de las ráfagas.

La ecuación (3.20) indica el coespectro obtenido por Davenport (1967). En la Figura 3.5 se muestra el comportamiento para diferentes  sin embargo Davenport no hace distinción en las direcciones,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.20) |

donde  es el coespectro,  es un valor que varía entre 7 y 10, que en la mayoría de las referencias se usa un valor de 10,  es la frecuencia angular en rad/s,  es la separación entre tramos, en puentes esta separación debe ser la misma para aplicar las simplificaciones que se usan en las ecuaciones futuras usadas en este trabajo, y  es la velocidad media. En la Figura 3.5 se muestran como varía el coespectro aplicando la ecuación (3.20).

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.5 Coherencia para diferentes puntos por el método de Davenport |

**3.4 Conclusiones**

En este capítulo se trató sobre el comportamiento del viento, y se mostró como a partir del MANUAL se obtiene la velocidad de diseño. Se puede ver que la velocidad del viento depende tanto del tipo de terreno como la altura. Existen otros factores que para estructuras pequeñas no son necesarias como es la función de densidad de Kaimal, el cual describe el comportamiento del viento en el dominio de la frecuencia. Se eligió este porque es el que presenta mejores resultados, sin embargo, existen varios que pueden ser usados como los de Davenport o Karman. Por otro lado el comportamiento espacial, el cual indica cómo se correlaciona el viento en diferentes puntos, puede ser aplicado con las ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.18) sin embargo son aproximaciones ya que obtener estos datos suele ser complicado, existiendo en la literatura muchas formas de obtenerlo.

**3.5 Referencias**

Comisión Federal de Electricidad. (2008). Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento. México.

Harper, B., Kepert, J., & Ginger, J. (Octubre de 2008). Guidelines for converting between various wind averaging periods in tropical cyclone condition. Word Meteorological Organization.

Kaimal. (1972). Spectral characteristics of surface-layer turbulence. Journal of the Royal Meteorological Society, Vol 98, 563-589.