**Capítulo 3**

**Descripción estocástica del viento turbulento**

**3.1 Introducción**

El viento es un fenómeno natural que tiene un comportamiento estocástico, es decir que es aleatorio. La manera de describir el flujo es mediante donde depende de un valor medio el cual depende de la altura y las características del terreno y un valor estocástico que depende de la turbulencia.

**3.2 Velocidad media del viento**

Cuando se hace un análisis estático de viento para estructuras que no son sensibles a las ráfagas de viento, con la velocidad media es suficiente ya que la turbulencia no genera algún efecto considerable en la estructura. Independientemente de si la estructura es flexible o no es necesario obtener una velocidad media.

El manual de CFE de viento y el reglamento de la ciudad de México tienen un apartado para obtener una velocidad de diseño el cual se obtuvo a partir de la medición de registros a una altura de 10 m en un terreno abierto con un tiempo de promediación de 3s. En este trabajo no se abarca la obtención de dicha velocidad de diseño, por lo que se asume que ya se tiene calculada.

Para tener un buen análisis debido a la turbulencia se considera que la simulación deba ser en un tiempo de 10 minutos por lo que para ello se requiere una media para dicho tiempo, es decir se requiere cambiar el tiempo de promediación de los reglamentos mexicanos a una velocidad de 10 minutos. Para ello la organización mundial meteorología en su apéndice II (Harper et al, 2008) propone algunos factores de conversión los cuales dependen del tipo de terreno. Estos factores se muestran en la Tabla 3.1

Tabla 3.1 Factores de conversión de velocidad

|  |  |
| --- | --- |
| Terreno | V3/V10 |
| Dentro de terreno | 1.66 |
| A las orillas del terreno | 1.52 |
| A las orillas del mar | 1.38 |
| Dentro de mar | 1.23 |

Para hacer la conversión solo se tiene que dividir la velocidad de diseño entre el factor que le corresponde de la Tabla 3 .1

**3.2 Estadística en un solo punto de flujo turbulento**

La segunda parte que se requiere es la contribución de la turbulencia . Para ello se considera que el proceso tiene una media de cero y es estacionario. El comportamiento de la turbulencia se considera que tiene una función de densidad de probabilidad de Gauss cuyas varianzas se definen en la ecuación (3.1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.1) |

Por medio de estos valores se puede obtener la intensidad de turbulencia.

La intensidad de turbulencia es un parámetro que permite ver la variación del viento debido a la turbulencia y se define matemáticamente con la ecuación (3.2)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.2) |

Donde  es el índice de turbulencia,  es la desviación estándar a la altura deseada y  es la velocidad media calculada a una altura  . Este índice se puede calcular con la ecuación (3.3) y (3.4) los cuales se pueden encontrar en el Manual de Obras Civiles para el Diseño por Viento de la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 2008) en el capítulo 4.4.4.1 de dicho manual.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.3) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.4) |

donde es el índice de turbulencia en dirección paralela a flujo, ,,  y  son parámetros que dependen del terreno y se muestran en la Tabla 3.2 y 

Tabla 3.2 Valores de las constantes

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Categoría del terreno |  | (m) | (m) |  |  |
| 1 | 0.15 | 0.01 | 1 | 0.44 | 0.12 |
| 2 | 0.19 | 0.05 | 2 | 0.52 | 0.16 |
| 3 | 0.29 | 0.30 | 5 | 0.61 | 0.21 |
| 4 | 0.43 | 1.00 | 10 | 0.67 | 0.29 |

Para obtener los índices de turbulencia en las otras direcciones  se pueden obtener con la ecuación (3.5)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.5) |

Otro parámetro importante es la longitud de escala de turbulencia, la cual indica el tamaño de las ráfagas la cual se puede obtener con la ecuación (3.6)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.6) |

donde  es la longitud de escala de turbulencia,  es la velocidad media y  es el tiempo de escala, es decir, el promedio de duración de la ráfaga. El tiempo de escala se define en la ecuación (3.7)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.7) |

El manual de CFE propone la ecuación (3.8) para obtener la longitud de escala de turbulencia para la dirección paralela al viento

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.8) |

Para obtener las demás longitudes de escala para las diferentes direcciones se pueden obtener con la ecuación (3.9) (Strommen,2010).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.9) |

Mientras que la función de auto covarianza representa las propiedades de las componentes turbulentas en el dominio del tiempo, la función de densidad espectral las describe en el dominio de las frecuencias.

La ecuación (3.8) es una buena representación de las propiedades turbulentas la cual fue propuesta por Kaimal

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.10) |

donde  es la frecuencia en Hz,  es la función de densidad,  es la desviación estándar, es un parámetro que depende de la dirección a analizar la cual se muestra en la tabla 3.3 y 

Tabla 3.3 Valores de, ,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Constante | Frecuencia | Frecuencia |
| Hz | Rad/s |
|  | 6.8 | 1.08 |
|  | 9.4 | 1.50 |
|  | 9.4 | 1.50 |

Simplificando queda la ecuación 3.11 la cual puede usar frecuencias en Hz ó en radianes. Cabe destacar que siempre será en la dirección , que es la dirección del viento.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.11) |

La ecuación (3.11) se muestra tomando en cuenta la desviación estándar, Kaimal (1972) establece la función de densidad como se muestra en la ecuación (3.12)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.12) |

donde  se define en la ecuación (3.13),  la altura,  la velocidad media,  la frecuencia angular.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.13) |

Donde  es la rugosidad del terreno que se puede encontrar en la tabla 3.2

**3.2.1 Ejemplo 3.1**

Graficar la función de densidad de turbulencia para una altura de 15m en el estado de Chiapas para una categoría de terreno tipo 2.

La velocidad media en Chiapas para un periodo de retorno de 50 años es 

El manual de CFE establece que la velocidad de diseño es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

donde  es la velocidad de diseño,  es el factor de topografía y  es el factor de exposición. Considerando que el factor de topografía es uno, queda por definir el factor de exposición. Dicho factor queda definido como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Tabla 3.4 Valores para la obtención de 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categoría de terreno |  |  |  |
| 1 | 0.099 | 245 | 1.137 |
| 2 | 0.128 | 315 | 1.000 |
| 3 | 0.156 | 390 | 0.881 |
| 4 | 0.17 | 455 | 0.815 |

Por lo que el factor de exposición es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Y la velocidad de diseño queda

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Transformando de tiempo de promediación de 3s a 10min

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Pasando de  a 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Obtención del índice de turbulencia en ambas direcciones

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Obtención de longitud de escala de turbulencia

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

La función de densidad de Kaimal queda

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

La Figura 3.1 muestra la función de densidad de Kaimal reducido

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3. 1 Función de densidad de Kaimal reducida |

Sustituyendo los valores la gráfica se queda como se muestra en la Figura 3.2 donde en la parte superior se muestra la función para la dirección horizontal y en la parte inferior para la dirección vertical. Se observa como los valores son mayores para la dirección horizontal.

|  |
| --- |
|  |
| 1. Función de kaimal dirección |
|  |
| 1. Función de kaimal dirección |
| Figura 3.2 Función de densidad de Kaimal |

Otra manera de obtener la función de densidad de Kaimal es con la ecuación (3.12). La diferencia con la ecuación (3.11) radica en que ésta una requiere la varianza mientras que la otra la velocidad de corte . A continuación se muestra la obtención de la función de densidad con la ecuación (3.12)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**3.3 Propiedades espaciales del flujo turbulento**

Dado que el viento varía a lo largo de la estructura tipo línea es importante tener en cuenta cómo influye de manera espacial en cada punto el flujo. Esto se puede saber por medio de la covarianza la cual relaciona tanto el espacio como en el tiempo de dos puntos.

El viento puede considerarse en tres direcciones e influir en tres direcciones cada una para un punto dando 9 variables y cada una variar en tres direcciones para otro punto dando un total de 27 posibles funciones de covarianza. Sin embargo solo son de importancia cuando influye el proceso de un mismo componente turbulento, es decir que la turbulencia en una dirección no tiene influencia con respecto a otra dirección. En la ecuación (3.14) se muestran las diferentes posibilidades de covarianza.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.14) |

Donde  con lo cual, considerando las tres direcciones del viento, se tienen 9 funciones de covarianza.

Las densidades de auto espectro y espectro cruzado describen las propiedades las componentes turbulentas en el dominio de la frecuencia. Esto se puede representar con la ecuación (3.15)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.15) |

El espectro cruzado se puede definir por el espectro de un solo punto, la función de coherencia y el espectro de fase como se muestra en la ecuación (3.16) como se mencionó en el capítulo 2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.16) |

Para las estructuras tipo línea horizontal el espectro de fase puede ser despreciado, además si se considera que el espectro de un solo punto es conocido y tomando solo la parte real del espectro cruzado se puede definir el co-espectro normalizado.

El co-espectro contiene la información que indica cómo está distribuida espectralmente la covarianza. El co-espectro normalizado se pude obtener con la ecuación (3.17)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.17) |

En la literatura se puede encontrar como obtener el valor del co-espectro como una primera aproximación y bajo condiciones homogéneas como se indica en la ecuación (3.18) (Strommen, 2010).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.18) |

Donde  es la frecuencia angular,  es la distancia entre elementos y  es la velocidad media. En la ecuación (3.17) se muestran los valores de 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.19) |

Este valor nos indica cómo se relaciona un punto con respecto a otro, es por ello que entre mayor será el valor de el co-espectro será menor.

Al hacer el análisis por ráfagas, los datos que más interesan son para la dirección  y . En la Figura 3.3 se muestra la coherencia horizontal para diferentes distancias en el dominio de la frecuencia donde se puede ver claramente como el co-espectro baja a lo largo de la frecuencia, teniendo un mayor decremento cuando se considera un espacio mayor.

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.3 Coherencia de diferentes valores  en la dirección |

En la Figura 3.4 Se muestran para la otra dirección, donde se puede observar que existe un mayor co espectro que la dirección horizontal.

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.4 Coherencia de diferentes valores  en la dirección |

La ecuación (3.18) y (3.19) indican la coherencia para viento los cuales serán usadas para obtener el comportamiento del viento ante ráfagas. La ecuación (3.20) indica la coherencia obtenidas por Davenport (1967). En la Figura 3.5 se muestra el comportamiento para diferentes  sin embargo Davenport no hace distinción en las direcciones.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.20) |

Donde  es la coherencia,  es un valor que varía entre 7 y 10, que en la mayoría de las referencias se usa un valor de 10,  es la frecuencia angular,  es la separación entre tramos, en puentes, esta separación debe ser la misma para aplicar las simplificaciones que se usan en las ecuaciones futuras usadas en este trabajo, y  es la velocidad media. En la Figura 3.5 se muestran como varía la coherencia aplicando la ecuación (3.20)

|  |
| --- |
|  |
| Figura 3.5 Coherencia para diferentes puntos por el método de Davenport |

**3.4 Conclusiones**

En este capítulo se trató sobre el comportamiento del viento, y se mostró como a partir del reglamento de CFE se obtiene la velocidad de diseño. Se puede ver que la velocidad del viento depende tanto del tipo de terreno como la altura. Existen otros factores que para estructuras pequeñas no son necesarias como es la función de densidad de Kaimal, el cual describe el comportamiento del viento en el dominio de la frecuencia. Se eligió este porque es el que mejores resultados presenta, sin embargo, existen varios que pueden ser usados como los de Davenport o Karman. Por otro lado el comportamiento espacial, el cual nos indica cómo se correlaciona el viento en diferentes puntos, puede ser aplicado con las ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.18) sin embargo son aproximaciones ya que obtener estos datos suele ser complicado, existiendo en la literatura muchas formas de obtenerlo.

**3.5 Referencias**

Comisión Federal de Electricidad. (2008). Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Viento. México.

Harper, B., Kepert, J., & Ginger, J. (Octubre de 2008). Guidelines for converting between various wind averaging periods in tropical cyclone conditin. Word Meteorological Organization.

Kaimal. (1972). Spectral characteristics of surface-layer turbulence. Journal of the Royal Meteorological Society, Vol 98, 563-589.