**Capítulo 5**

**Cargas de viento y movimiento autoexitable**

**5.1 Introducción**

Cuando un puente está sujeto a un flujo, el ángulo de ataque cambiara dependiendo del instante en el tiempo, esto causara que fuerza en la estructura varíe como se muestra en la Figura 5.1

|  |
| --- |
|  |
| Figura 5.1 Movimiento auto-excitable debido al viento |

Las fuerzas por metro lineal se pueden descomponer en tres componentes: una fuerza que genera un desplazamiento en dirección del viento , otra que genera un desplazamiento perpendicular al viento  y otra que genera un giro . A continuación se presenta como obtener las fuerzas del viento incluyendo su cambio de posición.

**5.2 Teoría de ráfagas**

La teoría que se presenta a continuación fue desarrollada por Davenport (Strommen, 2010). En este caso es aplicada a estructuras tipo línea a una velocidad media de flujo a cierta altura a lo largo del puente.

La fuerza debido al viento está definida por una parte estática y otra parte fluctuante, la cual en la media y un flujo variable con media de cero.

El movimiento que se describe en la Figura 5.1 causa que la fuerza varíe dependiendo del ángulo de ataque, esto se representa con la ecuación (5.1).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.1) |

donde  es la presión dinámica,  es la densidad del viento,  es la velocidad relativa del viento en un instante determinado,  es el peralte del puente,  es el ancho del puente,  es el ángulo de incidencia del viento y  es el coeficiente aerodinámico con .

Para incluir la rotación del tablero debido a las ráfagas se emplea la matriz de rotación multiplicada por las presiones de las ecuación (5.1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.2) |

donde

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.3) |

Normalmente se considera que  es pequeño lo cual permite hacer las siguientes consideraciones: ,  y  y la velocidad relativa se puede obtener con la ecuación (5.1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.4) |

El ángulo de incidencia  se divide en un valor medio  y una parte fluctuante . Con esto se puede obtener los coeficientes aerodinámicos como se muestra en la ecuación (5.5).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.5) |

donde  son las pendientes de la variación del ángulo 

En la Figura 5.4 se muestra la variación de los coeficientes aerodinámicos.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1. Coeficiente de arrastre | 1. Coeficiente de levante |
|  | |
| 1. Coeficiente de momento | |
| Figura 5.4 Gráficas de los coeficientes aerodinámicos | |

Sustituyendo la ecuación (5.5) en (5.1) queda

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.6) |

Si se asume que el producto de las variables de orden mayor (las derivadas multiplicadas por derivadas) es suficientemente pequeño para no ser considerado se tiene la ecuación (5.7)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.7) |

Considerando la dirección del viento  y los desplazamientos relativos  se tiene que la presión media del viento es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.8) |

La parte fluctuante (la parte dinámica) es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.9) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.1) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.11) |

Dejando en términos matriciales se puede poner que la parte fluctuante es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.12) |

En la ecuación (5.12) se puede observar que la fuerza debido al viento depende de una constante y otra  que depende de la estructura. La segunda parte es la que se conoce como fuerzas autoexitables ya que la propia estructura contribuye al desplazamiento debido a las ráfagas.

Si se desea obtener la solución de la parte no homogénea en el dominio de la frecuencia, se puede obtener aplicando la transformada de Fourier como se muestra en la ecuación (5.13)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.13) |

Donde  son los valores asociados a las cargas del viento en las dos direcciones y el giro,  son los valores asociados a los desplazamientos relativos y  son los valores asociados a las direcciones de la turbulencia.

La parte  se puede remplazar con la ecuación (5.14)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.14) |

A esta matriz se le conoce como las funciones de admitancia las cuales depende de la sección del tablero. Estos valores pueden obtener a partir de experimentos de túnel de viento. Sears propone una solución numérica para obtener estas funciones de admitancia, esta solución es compleja y contiene funciones de Bessel. Strommen propone una solución más sencilla la cual se muestra en la ecuación (5.15), sin embargo en la literatura se pueden encontrar diferentes formas de obtener la función de admitancia aerodinámica.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.15) |

donde  son constantes que dependen de la sección. Los valores de  varían de  a  dependiendo de la frecuencia circular.

Este método que se mostró es conocido como el Quasy Steady (QS) el cual se basa en proponer valores de las derivadas aerodinámicas en función a sus coeficientes aerodinámicos, esto se muestra en las ecuaciones (5.9), (5.10) y (5.11) permitiendo obtener la respuesta de la estructura más fácilmente ya que en la literatura existen muchas propuestas para los coeficientes aerodinámicas. La popularidad de este método es debido a la simplicidad de aplicación Tielman (2003) argumenta que éste método puede ser aplicado solamente para predecir la fuerza en regiones de estancamiento fallando al predecir la fuerza para regiones separadas. Otra desventaja que tiene es que sobre estima la fuerza.

**5.3 Ecuación en el dominio del tiempo**

Cuando se aplican las ecuaciones Scanlan se requiere la velocidad fluctuante debido a la ráfaga en el dominio del tiempo, sin embargo, la ecuación que describe la turbulencia es la función de densidad de Kaimal descrita en el capítulo 3. Esta función está en el dominio de la frecuencia, es por ello que en capítulo 4 se presentó la obtención del espectro de respuesta en el mismo dominio. Para conocer el desplazamiento de la estructura es necesario transforma el espectro del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo. Por otro lado, también es necesario tener las velocidades fluctuantes en el dominio del tiempo para obtener la respuesta debido al aleteo. Para ello se puede obtener por la respuesta con coherencia o sin coherencia.

**5.3.1 Respuesta en el dominio del tiempo no coherente**

Para obtener la respuesta en el dominio del tiempo es necesario transformar el espectro de respuesta en a partir de la ecuación (5.16) (Strommen,2010).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.16) |

Donde  es la respuesta en el tiempo,  es la frecuencia angular,  es el tiempo y  es una variable aleatoria en  y 

La constante se obtiene a partir del espectro de respuesta la cual se muestra a continuación.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.17) |

Donde  es el espectro de respuesta en el dominio de la frecuencia, y  es la diferencia de frecuencias.

Despejando  y sustituyendo en (5.16) se tiene que la respuesta en el tiempo es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.18) |

Entre más valores de la frecuencia se usen, el resultado será más preciso

**5.3.2 Ejemplo 5.1**

Supóngase que se tiene los valores del espectro de respuesta que se muestran en la Tabla 5.1

Tabla 5.1 Espectro de respuesta del ejemplo

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0.2 | 0.5927 |
| 0.4 | 49.5155 |
| 0.6 | 0.0346 |
| 0.8 | 0.0032 |
| 1.0 | 0.0006 |

Dado que son 5 valores, se tendrán 5 ecuaciones que se sumaran. Para obtener la primera ecuación se tiene que

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

En la Tabla 5.2 se muestran los datos para las demás valores del espectro de respuesta

Tabla 5.2 Valores de frecuencia, función de densidad de desplazamiento, valor de , variable aleatoria y función en el dominio del tiempo

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0.2 | 0.5927 | 0.4869 | 5.52 |  |
| 0.4 | 49.5155 | 4.4504 | 2.43 |  |
| 0.6 | 0.0346 | 0.1177 | 4.55 |  |
| 0.8 | 0.0032 | 0.0358 | 3.29 |  |
| 1.0 | 0.0006 | 0.0158 | 2.86 |  |

En la Figura 5.3 se muestra la gráfica de las 5 funciones

|  |
| --- |
|  |
| Figura 5.3 Función de la respuesta en el dominio del tiempo para cada intervalo |

La suma de todos  dará la respuesta total. En este caso, se hizo para 5 frecuencias, es recomendable hacerlo para más valores, en la Figura 5.4 se muestra su gráfica. En este trabajo, con uso de matlab se hizo con 2000 frecuencias para tener una mayor precisión.

|  |
| --- |
|  |
| Figura 5.4 Respuesta en el tiempo del espectro Ejemplo |

**5.3.3 Respuesta en el dominio del tiempo coherente**

Cao et al, (2000) muestra que se puede obtener la simulación de un proceso ergódico estocástico multivariado con la ecuación (5.19),

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.19) |

donde  es la simulación en el dominio del tiempo,  es la separación entre frecuencias,  es la descomposición de Cholesky de la matriz de espectro cruzado de ,  es el tiempo,  es la frecuencia angular,  es una variable aleatoria en  y ,  es el número de simulación y  es el número de frecuencias. Entre más frecuencias se usen, mayor será la precisión.

La ecuación (5.20) muestra cómo se obtiene la descomposición de Cholesky de la matriz de espectro cruzado

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.20) |

Donde  es la función de espectro y  es la descomposición de Cholesky de la matriz de coherencia.

La descomposición de Cholesky se puede simplificar con la ecuación (5.21) si se considera que los puntos a evaluar están separados espacialmente de forma equidistante. Es decir que  es igual para todos los puntos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.21) |

Esta matriz puede ser expresada con el algoritmo de la ecuación (5.22)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.22) |

Donde  es la coherencia

Por ejemplo si se desea obtener la descomposición de Cholesky de la matriz de coherencia para 5 elementos usando la expresión de Davenport de la ecuación (3.18) con , una separación de  una velocidad media  a una frecuencia angular de  se tiene entonces

La expresión de Davenport para la coherencia es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Aplicando el algoritmo en para 5 elementos

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Con base a lo anterior se puede reescribir la ecuación (5.19) como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.23) |

Por ejemplo si se desea obtener la respuesta de 3 nodos en el tiempo basados en la función de densidad de Kaimal aplicando la ecuación de coherencia de Davenport con los siguientes datos

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para la primera frecuencia 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Se obtiene la descomposición de Cholesky

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para el primer nodo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para el segundo nodo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para el tercer nodo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Este procedimiento se repite para cada frecuencia a analizar. Ahora se verá para la siguiente frecuencia de 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Se obtiene la descomposición de Cholesky

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para el primer nodo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para el segundo nodo

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para el tercer nodo

|  |
| --- |
|  |

En la Figura 5.5 Se muestra la simulación de los tres puntos

|  |
| --- |
|  |
| 1. Simulación para el primer nodo |
|  |
| 1. Simulación para el segundo nodo |
|  |
| 1. Simulación para el tercer nodo |
| Figura 5.5 Simulación de viento coherente para cada uno de los nodos analizados |

**5.3.4 Método Auto Regresivo (AR)**

Dado que se considera la velocidad del viento como una variable espacial aleatoria en el tiempo, se puede idealizar como un proceso estocástico multivariado, además de considerarse estacionario. Esto permite utilizar el método auto regresivo (AR) (Hong, 2009) con la ecuación (5.24)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.24) |

Donde  es la matriz de velocidades en el tiempo ,  es el orden del modelo AR,  es una matriz de coeficientes del modelo AR,  es la variable aleatoria normalmente distribuido con media cero y varianza de uno.

Para el cálculo de  se post multiplica la ecuación (5.24) en ambos lados por  quedando la ecuación (5.25)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.25) |

Esta expresión se conoce como covarianza (como se explica en el capítulo 2) por lo que la ecuación (5.25) se puede expresar con la ecuación (5.26)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.26) |

donde  es la matriz de covarianza y . La ecuación (5.26) se puede reescribir como

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.27) |

donde

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.28) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.29) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.30) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.31) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.32) |

Para obtener la relación entre la función de densidad de potencia espectral y la correlación se hace uso del teorema de Wiener-Khinchin

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.33) |

donde  es el espectro cruzado definido en la ecuación (10), cuya expresión fue propuesta por Simiu & Scalan (1996), y  es la frecuencia angular

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.34) |

donde  es la coherencia entre los puntos .

Para la obtención de la variable aleatoria  se aplica la ecuación (5.35)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.35) |

donde  es la descomposición de Cholesky de la matriz  y  son variables aleatorias independientes normalmente distribuidas con varianza de uno

La obtención de  se obtiene con la ecuación (5.36).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.36) |

Para calcular la velocidad fluctuante se aplica la ecuación (5.37)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.37) |

donde ,  es el tiempo total de la simulación,  es la cantidad de puntos a revisar la cual se obtiene de .

**5.3.5 Ejemplo 5.2**

Se desea obtener la simulación en el dominio del tiempo con el método AR para con una función de densidad de potencia espectral de Kaimal

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Con la función de coherencia

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Considerando que se desea la simulación para tres puntos distanciados equidistantemente 28 m. la correlación se obtiene con

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Considerando que 

Sin embargo se considerará la integral hasta un límite superior de 50

En la Tabla 5.3 se muestran los valores para la correlación para diferentes valores de considerando una  y un 

Tabla 5.3 Correlación para diferentes valores de 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 | 172.54 |
| 28 | 63.41 |
| 56 | 43.83 |

Armando la matriz de correlación queda

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para las demás matrices quedaría

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Donde al hacer estas operaciones se tiene que

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para la obtención de la matriz de variables aleatorias se tiene entonces

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Quedando

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Después se le aplica la descomposición de Cholesky a 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Se genera una serie de números aleatorios con variación normal y desviación estándar de 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |

Por lo que la velocidad es

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Para obtener las velocidades en el punto 5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Para las demás velocidades se tiene

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

En la Figura 5.5 se muestra la velocidad fluctuante para la simulación en 600 s

|  |
| --- |
|  |
| Figura 5.5 Velocidad fluctuante con el método AR para el ejemplo |

Este método puede tener problemas de estabilidad al momento de obtener la matriz de Cholesky ya que al aplicar la ecuación (3.6) se puede tener valores negativos haciendo imposible obtener la descomposición. Esto sucede cuando la función de densidad llega a tener valores pequeños como es el caso de la función de Kaimal para la dirección  para elevaciones considerables. Para poder obtener resultados estables se recomienda usar la función de Davenport

**5.4 Función de admitancia aerodinámica**

El método QS se caracteriza por su simplicidad fallando en la precisión. Una forma de mejorar la precisión es por medio de la función de admitancia aerodinámica.

Bruno et al (2004) definen la función de admitancia aerodinámica como una función de trasferencia de un operador aerodinámico lineal a una variación de flujo debido al cuerpo mismo, es decir que mientras en el método QS no importa la forma del cuerpo más que para las fuerzas aerodinámicas, la función de admitancia aerodinámica corrige el comportamiento debido a la forma del cuerpo. Es por ello que la función depende de qué tipo de elemento se evalúe ya que será diferente para el ala de un avión, el tablero de un puente, o un vehículo en movimiento.

Un modo efectivo para obtener las funciones sin consumir muchos recursos computacionales es por medio de “inidicial approach” el cual consiste en obtener las fuerzas generalizadas sobre el cuerpo debido al movimiento del propio cuerpo a causa del flujo. La función de admitancia aerodinámica se introduce en el dominio de la frecuencia.

Davenport consideró que el tablero de un puente tiene un comportamiento similar a la de un ala de avión por lo que propuso tomar las funciones desarrolladas por Sears para aplicarlas a viento, sin embargo Jancauskas & Melbourne (1980) muestra que se puede tener una aproximación con la función de Liepmann la cual se muestra en la ecuación (5.38)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.38) |

donde  es la admitancia aerodinámica,  es la frecuencia angular,  es el ancho del puente y  es la velocidad media del viento.

Cuando Davenport evaluó la admitancia aerodinámica, esta función fue llamada como velocidad correlacionada. Dado que la función de Sears es similar a la función de correlación, Davenport asumió que la función de admitancia aerodinámica es la misma para obtener tanto la fuerza de arrastre, levante y momento, por ello la función de Liepmann (la cual es una aproximación de la de Sears) será la misma para todas las fuerzas.

Estas fuerzas se obtienen en el dominio de la frecuencia, sin embargo no se puede aplicar el mismo método que se mostró para obtener la respuesta en el dominio del tiempo ya que la evolución física de la ráfaga puede ser violada.

Para obtener la simulación del viento aplicando la función de admitancia aerodinámica lo que se hace es obtener la simulación de viento (con o sin coherencia) en el dominio del tiempo, transformarla al dominio de la frecuencia aplicando la transformada de Fourier, aplicar la admitancia aerodinámica, y para regresarla al dominio del tiempo aplicar la transformada inversa de Fourier. Sin embargo en este trabajo, se aplicó el metodología se Strommen quien no aplica dicha admitancia aerodinámica.

**5.5 Derivadas aerodinámicas**

En la sección anterior se mostró cómo está compuesta la parte fluctuante. Un parte debido a la velocidad media del viento, otra que varía dependiendo de la estructura y la fuerza del viento y la tercera que depende de las componentes aerodinámicas, es decir las que modifican la rigidez  y amortiguamiento , la masa del viento se desprecia ya que es muy pequeña comparada a la estructura.

La rigidez y el amortiguamiento aerodinámico se desarrolló primero en el área de la aeronáutica para el diseño de aviones, como se mencionó en el capítulo 4, el primero en desarrollarla fue Theodorsen posteriormente Scanlan la adaptaron para puentes. Las matrices de amortiguamiento y de rigidez se presentan en la ecuación (5.39) en el dominio de la frecuencia

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.39) |

Estas son conocidas como las derivadas aerodinámicas, las cuales dependen de las frecuencias características del viento asociada a la velocidad cuando entra en resonancia con la estructura. Para ello se involucra la velocidad reducida la cual se muestra en la ecuación (5.40) la cual involucra la frecuencia característica.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.40) |

Al normalizar el amortiguamiento y la rigidez aerodinámica se tiene entonces

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.41) |

donde

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.42) |

donde

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | (5.43) |
|  | |  |  | |

Theodorsen (1935) dedujo las funciones de las derivadas aerodinámicas de flexión y torsión ( y ) para una placa, en ocasiones cuando no se cuenta con las derivadas aerodinámicas se pueden usar las Theodorsen, sobre todo si se hace análisis de aleteo ya que el método QS no toma en cuenta la mitad de las derivadas aerodinámicas que requiere la ecuación Scanlan.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.44a) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.44b) |
|  |  | (5.44c) |

donde y son las funciones de Bessel, es la frecuencia reducida.

En la Figura 5.7 y 5.8 se muestran las derivadas aerodinámicas aplicando la ecuación 5.44

|  |
| --- |
|  |
| Figura 5.7 Derivadas aerodinámicas de flexión de una placa con el método de Theodorsen |

|  |
| --- |
|  |
| Figura 5.8 Derivadas aerodinámicas de torsión de una placa con el método de Theodorsen |

**5.6 Desprendimiento de vórtices**

El efecto de desprendimiento de vórtices sucede por el desprendimiento del flujo en el cuerpo, esto llega a suceder por la forma del cuerpo causando el flujo cambia de velocidad generando vórtices. Este efecto tiene mayor relevancia en la componente vertical del puente y en torsión por lo que solo es necesario revisar bajo esos dos casos.

Una propiedad importante en el desprendimiento de vórtices es la frecuencia, la cual está definida en la ecuación 5.45

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.45) |

donde  es la frecuencia del vórtice,  es el número de Strouhal,  es la velocidad media del viento y  es el peralte del puente. Teóricamente hablando, el mayor efecto que puede causar es cuando se llega una resonancia, es decir cuando la frecuencia de los vórtices es igual a la frecuencia fundamental de la estructura. Bajo este concepto se puede obtener una velocidad de resonancia la cual se muestra en la ecuación (5.46)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.46) |

Cuando esto ocurre, se le llama lock-in el cual los vórtices interactúan con la estructura, sin embargo cuando se presentan movimientos autoextraíbles, es decir, cuando el amortiguamiento o la rigidez cambia debido al viento, los vórtices dejan de tener efecto, es por ello que se considera que el desprendimiento de vórtices es auto-limitante.

Estudios muestran que hay una fuerte relación a la respuesta ante desprendimiento de vórtices y el amortiguamiento de la estructura de tal manera que entre mayor amortiguamiento, mayor efecto ante desprendimiento de vórtices.

La descripción matemática se hace a partir de proceso estocásticos a partir de la teoría de Vickery & Basu (1983) la cual se muestra en la ecuación (5.33)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.47) |

Y la coherencia

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.48) |

Al tener mayor efecto el amortiguamiento de la ecuación (5.19) los valores que interesan son de amortiguamiento en dirección vertical y torsión, así podemos definir que las derivadas aerodinámicas para desprendimiento de vórtices son

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.49) |

Donde Vikery & Basu proponen que

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.50) |

Además el amortiguamiento será afectado por el flujo del viento por lo que se tiene que tomar en cuenta un amortiguamiento total de tal modo que

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.51) |

donde

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.38) |

Cuando se habla de desprendimiento de vórtices, el fenómeno resulta complejo de reproducir, es por ello que no solo se muestra la función de densidad sino también el amortiguamiento aerodinámico. Vickery & Basu dicen que para poder predecir el comportamiento del viento, se tiene que hacer una modificación a las propiedades de la estructura, es por ello que se agrega el amortiguamiento aerodinámico.

**5.5 Conclusiones**

Este capítulo muestra las ecuaciones del comportamiento tanto de las ráfagas como vórtices y al principio se indica cómo obtener la respuesta dinámica de la estructura con las funciones de densidad. Se puede observar que para las ráfagas la teoría se puede aplicar con el método Quasy-Steady y asi obtener la función de densidad, sin embargo para los vórtices es necesario obtener tanto las fuerzas debido al viento como el cambio en las propiedades dinámicas de la estructura. En ambos casos se presentan método teóricos que tienen sus desventajas con los experimentales, como es el caso de las derivadas aerodinámicas donde las variables y donde son cero, y al realizar el ensayo experimental si existen valores diferentes de cero.

**5.6 Referencias**

Cao, Y., Xiang, H., & Zhou, Y. (2000). Simulation of Stochastic Wind Velocity on Long-Span Bridges. Jounral of Engineering Mechanics .

Hong, S. (Octubre de 2009). Time Domain Buffeting Analysis of Large-Span Cable-Stayed Bridges. Unviersidade do Porto Facultade de Engenharia.

Melbourne, & Jancauskas. (1980). The measurement of aerodynamic admittance using discrete frecuency gust generation. 7th Australian Hydraulics and Fluid Conference, (págs. 18-22). Australia.

Tieleman, H. (2003). Wind tunnel simulation of wind loading on low-rise structures: a review. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics , 1627-1649.

Vikery, & Basu. (1983). Across-wind vibrations of structure of circular cross-section. Part II. Development of a mathematical model for full-scale application. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 75-97.

Vikery, B. (1983). Across-wind vibrations of structure of circular cross-section. Part I. Development of a mathematical model for full-scale application. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 75-96